HISTOIRE
DE
L'ACADEMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNE'E M. DCCXXIII.

Avec les Memoires de Mathematique & de Phyſique, pour la même Année.

Tirez des Regiſtres de cette Academie.

A AMSTERDAM,
Chez PIERRE DE COUP, Marchand Libraire dans le Kalverſtraat.

M. DCCXXX.

TABLE
POUR
L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

SUr la maniére dont le Fer s'aimante. Page 1
Sur la lumiére des Dails. 10
Sur la rondeur des Pierres & des Cailloux. 12
Sur le Phoſphore du Barometre. 18
Sur les Pierres de Foudre, les Yeux de Serpent, & les Crapaudines. 21
Obſervation de Phyſique generale. 24

ANATOMIE.

Sur les deux Eſpaces que l'Humeur Aqueuſe occupe dans l'Oeil. 25
Sur la formation des Hydatides. 30
Diverſes Obſervations Anatomiques. 36

TABLE.

CHIMIE.

Sur un Verd-de-gris naturel. 48
Sur le Sel Armoniac. 51

BOTANIQUE.

55

ALGEBRE.

Sur le Calcul des Differences finies, & des Sommes des Suites. 56
Sur une Methode pour la transformation des Nombres Irrationels en Rationels. 67

GEOMETRIE.

Sur une Proprieté des Polygones inſcrits ou circonſcrits au Cercle. 80
Sur l'Univerſalité des Figures. 83

ASTRONOMIE.

Sur l'Apogée & le Perigée, ou l'Aphelie & le Perihelie des Planetes. 90
Sur une Comete. 100
Sur la Conjonction de Mercure avec le Soleil, du 9 Novembre. 104

OPTI-

OPTIQUE.

Sur les Ombres des Corps. 123

MECHANIQUE.

Sur le Choc des Corps à reſſort. 139
Sur la Reflexion & la Refraction. 147

Machines ou Inventions approuvées par l'Academie en 1723. 165

TABLE

POUR

LES MEMOIRES.

OBſervations Meteorologiques, faites en 1722. Par M. MARALDI. Page 1

De l'Origine & des Uſages de la Pierre de Foudre. Par M. DE JUSSIEU. 7

Sur les Figures inſcrites & circonſcrites au Cercle. Par M. SAURIN. 12

Examen d'une Matiére cuivreuſe, qui eſt une eſpece de Verd-de-gris naturel. Par M. DE REAUMUR. 14

Seconde Partie du Calcul des Differences finies. Par M. NICOLE. 26

Memoire ſur les Yeux gelés; dans lequel on détermine la grandeur des Chambres qui renferment l'humeur aqueuſe. Par M. PETIT, Medecin. 54

*Methode generale pour transformer les Nombres irrationaux en ſeries de Fractions rationnelles les plus ſimples & les plus approchantes qu'il ſoit poſſible. L'on explique à cette occaſion un endroit important d'*Archimede, *qui paroît n'avoir pas eté entendu par ſes Commentateurs.* Par M. DE LAGNY. 78

Obſervations Anatomiques ſur quelques mouvemens.

mens extraordinaires des Omoplates & des Bras. Et sur une nouvelle espece de Muscles. Par M. WINSLOW. 98

Proposition Elementaire sur les Triangles. Par M. DE BEAUFORT. 112

Experiences qui montrent avec quelle facilité le Fer & l'Acier s'aimantent, même sans toucher l'Aimant. Par M. DE REAUMUR. 116

Sur le dernier Passage attendu de Mercure dans le Soleil, & sur celui du mois de Novembre de la presente année 1723. Par M. DELISLE le Cadet. 149

Diverses Experiences d'Optique. Par M. MARALDI. 157

Des diverses Methodes de déterminer l'Apogée & le Perigée, ou l'Aphelie & le Perihelie des Planetes. Par M. CASSINI. 201

Etablissement d'un nouveau Genre de Plante, sous le nom de RICINOCARPOS. Par M. MARCHANT. 243

Seconde Section de la seconde Partie du Calcul des differences finies, où l'on traite des grandeurs exprimées par des fractions. Par M. NICOLE. 253

Des Merveilles des Dails, ou de la lumiére qu'ils répandent. Par M. DE REAUMUR. 287

De l'Origine des Pierres appellées YEUX DE SERPENTS ET CRAPAUDINES. Par M. DE JUSSIEU. 296

Suite des Observations sur la Fabrique du Sel Ammoniac, avec sa décomposition pour en tirer le Sel volatil, que l'on nomme vulgairement SEL d'ANGLETERRE. Par M. GEOFFROI le Cadet. 304

Derniéres Remarques sur un Cas singulier du

Problême des Tangentes. Par M. SAURIN. 321

Observations & Reflexions sur la Comete qui a paru au mois d'Octobre 1723. Par M. MARALDI. 360

Observation du Passage de Mercure dans le Soleil. Du 9 Novembre 1723. Par M. CASSINI. 372

Sur la Rondeur que semblent affecter certaines especes de Pierres, & entr'autres sur celle qu'affectent les Cailloux. Par M. DE REAUMUR. 391

Observation de Mercure sur le disque apparent du Soleil. Par M. MARALDI. 407

Memoire sur les Barometres lumineux. Par M. DU FAY. 422

Observation du Passage de Mercure sur le Soleil; faite à Paris *dans l'Observatoire Royal, le 9 Novembre* 1723, *au soir.* Par M. DELISLE le Cadet. 438

Suite des Recherches Physico-Mathematiques sur la Reflexion des Corps. Par M. DE MAIRAN. 489

Arachidnoides Americana, Arachidna quadrifolia villosa, fl. luteo. nov. plant. Americ. gen. Plum. 49. *Pistache du Tertre.* 2. 121. *Manobi. Labat.* 4. 59. Par M. NISSOLE, de la Societé Royale de Montpellier. 550

HISTOIRE

HISTOIRE

DE

L'ACADEMIE ROYALE.

DES SCIENCES.

ANNE'E M. DCCXXIII.

PHYSIQUE GENERALE.

SUR LA MANIERE dont le Fer s'aimante.

L'AIMAN eſt ſi fécond en prodiges, que chacun de ſes phénomenes principaux, dès qu'il eſt approfondi, en devient une ſource preſque inépuiſable, & ſe ſubdiviſe, pour ainſi dire, en une infinité de prodiges nouveaux. Telle eſt la maniére dont le Fer s'aimante, c'eſt-à-dire,

* V. les M. p. 116.

à-dire, acquiert la proprieté qu'il n'avoit pas d'attirer d'autre Fer auſſi-bien que l'Aiman. M. *de Reaumur*, qui a étudié cette proprieté, l'a trouvée & beaucoup plus étenduë, & beaucoup plus variée, en un mot beaucoup plus ſurprenante qu'on ne penſoit.

Pour aimanter une Aiguille de Bouſſole, un Couteau, &c. on les fait toucher à une pierre d'Aiman, en les conduiſant le long de cette pierre ſelon la ligne qui joint ſes deux Poles, il n'en faut pas davantage. Il eſt étonnant que le Fer ait acquis une nouvelle vertu par le ſimple contact de l'Aiman, mais il l'eſt encore plus que ce contact ne ſoit pas neceſſaire, non pas même l'Aiman, & que le Fer s'aimante uniquement par d'autre Fer. C'eſt ce qui arrive à chaque moment dans des Boutiques, où l'on n'y fait pas d'attention; preſque tous les Outils dont les Ouvriers ſe ſervent pour couper ou pour percer le Fer à froid, Ciſeaux, Burins, Poinçons, &c. ſe ſont aimantés, ils attirent la limaille de Fer, dès qu'on les en approche, ils s'en chargent & s'en couvrent, & quelquefois enlevent de petits Clouds, comme s'ils avoient été touchés par un Aiman mediocre.

Tous ces Outils ont été trempés, mais M. *de Reaumur* s'eſt bien aſſûré par des experiences que la trempe ne leur a pas donné cette vertu, ils ne la tiennent que de ce qu'ils ont travaillé ſur le Fer. Un Poinçon ou un Ciſeau ſont aimantés par le premier coup de Marteau qu'on leur donne ſur un morceau de Fer, un ſecond, un troiſiéme coup

coup les aimantent encore mieux, mais cela a des bornes, après quoi ils n'acquiérent rien de plus.

Il faut que le Fer ſur lequel ils ont travaillé ait été froid, & même ils perdroient ſur le Fer rougi au feu la force attractive qu'ils auroient priſe ſur le Fer froid.

Ils n'en prennent qu'une très-foible ſur d'autres matiéres, telles que le bois, la pierre, le Cuivre.

Ils en prennent auſſi un peu par de ſimples coups de Marteau donnés à vuide.

Ils la perdent de la même façon, & même celle qu'ils auroient priſe en travaillant ſur le Fer, ou en touchant un Aiman foible.

Les Outils qui avec une même maſſe ont une figure plus allongée, s'aimantent mieux, les Poinçons, par exemple, mieux que les Ciſeaux.

Tout cela eſt conſtant par des experiences exactes de M. *de Reaumur*, autant reïterées ou variées qu'il l'a fallu.

Tous les Phyſiciens reconnoiſſent autour de l'Aiman un Tourbillon de matiére magnetique, qui a deux Poles où la matiére eſt beaucoup plus ſerrée. Nous avons dit en 1717*. combien ce Tourbillon eſt ſenſible. On reconnoît d'ailleurs le Fer pour un Aiman imparfait. M. *de Reaumur* fait conſiſter cette imperfection, en ce que quoi qu'il circule beaucoup de matiére magnetique au dedans & au dehors du Fer, elle n'y a pas un cours régulier, qui forme un Tourbillon bien conſtruit à la maniére de celui de l'Aiman. Le Tourbillon magnetique du Fer, au lieu de deux

* P. 6. & ſuiv.

Poles uniques, en a un grand nombre placés çà & là ſans ordre. Et comme la vertu attractive de l'Aiman vient de la régularité de ſon Tourbillon, il ne faut pour changer à cet égard le Fer en Aiman, que rendre ſon Tourbillon régulier.

C'eſt ce que peuvent faire de ſimples coups de marteau, l'ébranlement qu'ils cauſeront à toutes les parties de la maſſe forcera la matiére magnetique qui la penetre & y circule à prendre un autre cours, toute la merveille eſt que cet autre cours ſoit juſtement celui qu'il faut. Pour cela on doit concevoir qu'il s'en falloit bien peu qu'il ne le fût, que la cauſe generale qui fait circuler la matiére magnétique dans le Fer, tend par elle même à l'y faire circuler auſſi régulièrement que dans l'Aiman, qu'elle n'en eſt détournée que par quelque legere oppoſition qui vient de la ſtructure interieure du Fer, & qu'elle profite du moindre ſecours pour reprendre ſa régularité naturelle. Auſſi le Fer ne prend-il qu'une très-foible vertu par les ſimples coups; auſſi la perd-il de même, le Tourbillon ſe retrouve dérangé.

Mais ſi un Outil d'acier coupe ou perce du Fer, il a pour s'aimanter un grand avantage, outre celui qu'il peut tirer des percuſſions. Il fait ſortir par ſon action, il exprime du Fer de la matiére magnetique qui ſe joignant à la ſienne propre, augmente la force qu'elle avoit pour ſe mettre en Tourbillon régulier.

Si le Fer ſur lequel l'Outil travaille eſt rougi au feu, la matiére magnetique n'eſt plus exprimée du Fer, parce que ſes pores étant

étant dilatés par le feu, elle y circule avec une entiere liberté. Peut-être même celle de l'Outil paſſe-t-elle dans le Fer rouge, à cauſe de la facilité plus grande qu'elle trouvera à s'y mouvoir, ce qui eſt préciſément le contraire de ce qu'il faudroit pour aimanter l'Outil.

Les Outils d'une figure allongée s'aimantent mieux, parce que pour être aimantés, il faut qu'ils ayent leurs Poles vers leurs deux bouts, or plus ces bouts ſont éloignés l'un de l'autre, la maſſe étant la même, plus le lit, pour ainſi dire, où coule la matiére magnetique eſt ſerré, & plus par conſequent elle prend de force en y coulant.

Une experience que M. de *Reaumur* fit par hazard, lui prouva bien la communication des Tourbillons de deux morceaux de Fer entre eux; & l'augmentation de force que cette communication cauſe au Tourbillon le plus foible. Il eſſayoit la vertu de quelques Outils aimantés par le travail, il étoit tout proche d'une Enclume, & il y poſoit les petits morceaux de Fer qu'il faiſoit attirer & enlever par ces Outils. Il s'apperçût que quand il ne les poſoit pas ſur l'Enclume, ils n'étoient plus attirés, ni enlevés, qu'il leur en falloit ſubſtituer de moins peſants, & que cela arrivoit même, mais avec moins de difference, lorſqu'ils étoient poſés ſur quelque morceau de Fer moins gros que l'Enclume. Le Tourbillon de l'Enclume s'uniſſoit donc à celui des Outils, & le fortifioit. Nous avons rapporté quelque choſe de ſemblable en 1717 à l'endroit cité.

Une vûë fournie par des experiences en fait naître d'autres qui demandent des expe-

riences nouvelles, & il n'y auroit à craindre que de ne pas finir ſi on vouloit tout ſuivre juſqu'au bout. M. de *Reaumur* conçut que puiſqu'il ne manquoit autre choſe au Fer pour être Aiman, ſinon que ſes differens Tourbillons ſe réüniſſent pour n'en faire qu'un, qui alors auroit neceſſairement ſes deux Poles, & n'en auroit que deux, ce pourroit être un moyen de parvenir à cet effet que de tourmenter le Fer, de le ſecouer, de l'agiter interieurement, en le pliant & le repliant diverſes fois. Il le fit ſur une verge de Fer qui n'avoit que la groſſeur requiſe, & il vit qu'étant caſſée à l'endroit qui avoit été plié & replié, les deux bouts de la caſſure attiroient de la limaille, s'en chargeoient, & enfin étoient mieux aimantés qu'ils ne l'euſſent été par un Aiman mediocre. Voilà du Fer aimanté par lui-même.

Les deux bouts qu'avoit la verge avant que d'être caſſée ne ſont point aimantés, il n'y a que les deux bouts de la caſſure qui le ſoient. C'eſt-là que les differens Tourbillons ont été forcés à ſe réünir, parce que des parties comprimées ont chaſſé d'entre leurs interſtices la matiére magnetique, & que d'autres qui ſe ſont écartées les unes des autres l'ont reçûë.

Un fil de Fer trop menu ne s'aimante preſque pas dans ſa caſſure. La matiére du Fer a été trop également comprimée par les plis & replis, & les Tourbillons ſont demeurés tels qu'ils étoient.

De plus groſſes verges s'aimantent mieux, mais non pas dans l'exacte proportion de leur groſſeur.

Il

Il faut que les deux bouts caſſés ayent une certaine longueur. Un bout trop court ne ſe ſeroit pas aimanté. Cela revient à ce qui a déja été dit.

Le Fer le plus doux eſt celui qui s'aimante le mieux par cette operation. Il ſe laiſſe mieux plier & replier.

Il ne faut pourtant pas qu'il l'ait été trop. Un trop grand nombre de plis & de replis lui fait perdre la vertu acquiſe par un nombre ſuffiſant. Cela revient aux coups de Marteau dont on a parlé.

La vertu acquiſe par cette operation s'affoiblit peu-à-peu, & quelquefois ne dure qu'un jour. Apparemment les parties du Fer ſe remettent par leur reſſort dans leur premier état. Elles ne s'y remettent pas ſoudainement, parce qu'elles ont à vaincre le nouveau cours que la matiére magnetique a pris.

Il étoit naturel de juger que ſi après avoir caſſé une verge par cette operation, on en prenoit une des deux parties, & pour plus de commodité la plus grande, dont par conſequent un bout ſeroit aimanté, & qu'on recommençât l'operation ſur cette partie en la pliant & repliant, le bout aimanté viendroit à l'être encore mieux. C'eſt auſſi ce que M. de *Reaumur* penſa, & dont il fut pleinement aſſûré par l'experience. Le bout aimanté en fut quatre fois plus fort, la verge ayant été tourmentée en huit endroits differens.

Il faut bien remarquer que ces huit endroits avoient été pris entre le milieu de la verge, & le bout aimanté. M. de *Reaumur*

s'aviſa de prendre de l'autre côté les endroits où il plioit & replioit, le bout non aimanté qui étoit de ce côté-là s'aimanta à meſure que les plis & replis ſe repetoient, l'autre s'affoibliſſoit en même temps, & enfin preſque toute ſa vertu paſſa dans le bout qui d'abord n'en avoit aucune. Cela n'arrive pourtant pas toûjours ſi juſte, on ne fait ſouvent que diminuer la force du bout aimanté d'abord, ſans en donner autant à l'autre.

Si on prend une verge de Fer, & qu'on la tourmente d'abord par ſon milieu, enſuite de part & d'autre de ce milieu à de petites diſtances égales, les deux bouts ne ſont pas ſenſiblement aimantés, ils ne viennent à l'être que quand les plis & replis ont été faits environ au tiers ou au quart de la diſtance qui eſt entre le milieu, & chaque bout; encore ſont-ils beaucoup plus foiblement aimantés que ſi l'operation n'avoit regardé qu'un ſeul des deux, c'eſt-à-dire que la verge n'eût été tourmentée que de ſon côté. M. de *Reaumur* a pouſſé encore plus loin ſes experiences ſur cette matiére, & l'on trouve toûjours des phenomenes ſinguliers, extrêmement délicats, ſujets à de grands changemens par de legers changemens de circonſtances. Il n'eſt pas impoſſible d'en entrevoir les cauſes phyſiques, mais il ſeroit du moins très-difficile de les mettre dans une aſſés grande évidence. Il faut que dans ces ſortes d'occaſions la Raiſon relâche un peu de ſa rigueur ordinaire.

La grande facilité du Fer à s'aimanter eſt prouvée depuis aſſés long-temps par l'experience des Pincettes, qui ayant demeuré peu-

pendant un Eté posées verticalement & immobiles dans un coin de Cheminée, se trouvent aimantées desorte que leur bout inferieur attire la pointe Meridionale d'un Aiguille de Boussole, & le bout superieur la pointe Septentrionale. M. de *Reaumur*, qui a repeté cette experience, & observé les circonstances necessaires pour la rendre sûre, au lieu qu'on la croyoit incertaine, abrege bien le temps qu'il faut à une barre ou verge de Fer pour s'aimanter. Je dis *barre* ou *verge*, parce qu'il a trouvé que le Fer dont on fait les Pincettes est le moins propre de tous à ce qu'on attend, & que d'ailleurs il suffit d'avoir un Fer long, & qu'il vaut mieux qu'il soit tout droit. Il faut tenir toûjours ce Fer verticalement; si on en presente le bout inferieur à la pointe Meridionale de l'Aiguille, on voit qu'il attire cette pointe, & si on baisse la barre de Fer toûjours verticale jusqu'à ce que son bout superieur se presente à la même pointe de l'Aiguille, il la repoussera. Ce sera la même chose renversée, si c'est le bout superieur que l'on presente le premier. Ce n'est pas encore là la merveille. Mais si cette barre ainsi aimantée, & qui a acquis deux Poles, on la retourne de haut en bas, ce qui ne demande qu'un instant, & qu'on presente son bout devenu inferieur à la pointe Meridionale de l'Aiguille, il l'attirera, au lieu qu'auparavant il la repoussoit, on voit assés quel sera le reste du phenomene. Voilà donc les Poles de la barre changés en un instant, & apparemment on n'eût pas cru qu'un Tourbillon régulier bien formé

eût pû se renverser en sens contraire avec tant de facilité & de promptitude.

La necessité que la situation de la barre soit verticale, semble prouver que le cours de la matiére magnetique dans le grand Tourbillon qu'elle forme autour de la Terre est plus vertical qu'horisontal, mais ce seroit là un point à examiner plus à fond. La Philosophie auroit lieu d'être bien contente de son travail, si elle avoit seulement découvert tous les phenomenes de l'Aiman.

SUR LA LUMIERE DES DAILS.

* LEs Dails sont une espece de Coquillage dont nous avons parlé en 1712 †. *Pline* leur a donné une lumiére qu'il appelle *miraculeuse*, ils luisent dans l'obscurité, & d'autant plus qu'ils sont plus frais, ils luisent dans la bouche de ceux qui les mangent, dans les mains de ceux qui les touchent, les gouttes qui tombent de leurs corps, soit à terre, soit sur les habits, sont luisantes. M. de *Reaumur* qui en 1712 avoit nié cette proprieté aux Couteliers, autre Coquillage assés semblable aux Dails, veut bien avoir tort à l'égard de *Pline*, parce qu'il avoue qu'il l'auroit niée aux Dails, à qui il ne la connoissoit point alors. S'il a fait une faute, il la diminuë mieux en l'augmentant volontairement, qu'en tâchant de la diminuer avec art, & par des détours.

Tout

* Voiez les M. p. 287. † P. 18. & suiv.

Tout ce que *Pline* a dit des Dails a été verifié par M. de *Reaumur*. Differens Poiſſons étant pourris, & pareillement des chairs d'Animaux terreſtres, luiſent dans l'obſcurité; c'eſt tout le contraire des Dails, il faut qu'ils ſoient frais, & leur lumiére s'affoiblit à meſure qu'ils le ſont moins, & ceſſe quand ils ſont corrompus. Il n'y a que leurs chairs, & non leur Coquille, qui ſoient lumineuſes, mais elles le ſont, & le ſont également dans toute leur ſubſtance.

Leur lumiére tient à leur humidité, elles n'en ont plus quand elles ſont ſéches, mais on la fait revivre, quoi-que plus foible, quand on les humecte d'eau ſimple, ou d'eau ſalée. L'eau de vie les éteint ſur le champ.

L'humidité qui ſe détache du corps des Dails eſt ſi luiſante, que M. de *Reaumur* qui en avoit touché, ayant enſuite lavé ſes doigts dans de l'eau, cette eau parut dans l'obſcurité comme du lait en plein jour.

Il ſoupçonne que des Dails pourris, mêlés avec d'autres frais, les avoient empêchés de paroître lumineux.

Peut-être auſſi, comme il le conjecture, y a-t-il des temps pour la lumiére des Dails, & ce ſeroient ceux de quelque fermentation, comme celle qui arrive dans les temps deſtinés par la Nature à l'accouplement des Animaux. Il confirme cette penſée par l'exemple des Vers luiſans. Ils ne le ſont que dans les temps chauds, qui ſont apparemment ceux de leur accouplement.

Il eſt bon de ſavoir que les Vers luiſans ſont les femelles de l'eſpece, les Mâles ne ſont point luiſans, & ils ont des aîles. Un

jour que M. de *Reaumur* tenoit une femelle dans ſa main, un Mâle vint la trouver, & ils s'accouplerent. La lumiére de la femelle eſt un petit Phare qui guide le Mâle au lieu où elle eſt. Des expreſſions poëtiques que nous employons dans le langage de l'Amour, ſeroient employées au propre par ces Inſectes.

SUR LA RONDEUR DES PIERRES ET DES CAILLOUX.

* IL manquoit au Syſtême de la formation des Pierres, donné par M. de *Reaumur* en 1721 †, l'explication de la rondeur qu'affectent certaines eſpeces de Pierres, & principalement les Cailloux. On n'entend point par-là une rondeur parfaite, ni approchante, elle eſt très-rare, ce n'eſt qu'un arrondiſſement groſſier, des contours toûjours courbes, & differens en differentes parties, des angles émouſſés & abatus, jamais de lignes droites qui terminent des ſurfaces.

Si, comme il a été dit en 1721, *on pouvoit ſuppoſer que tous les Cailloux ont roulé dans des Riviéres, ou dans la Mer, cette figure n'embarraſſeroit pas, mais la ſuppoſition ſeroit trop violente, on trouve des Cailloux ronds dans des lits de Pierre d'une grande profondeur*, & quelque grands bouleverſemens qui ſoient arrivés autre-

* V. les M. p. 391, † V. l'Hiſt. de 1721, p. 15. & ſuiv.

autrefois sur la Terre, il est trop difficile de concevoir ni qu'ils ayent produit les figures de tous ces Cailloux sans exception, qui sont maintenant si ensevelis, ni qu'il ne se soit point formé de Cailloux depuis ces bouleversemens. Il est sûr qu'il se forme encore aujourd'hui des Cristaux & des Pierres. Tout est encore également animé, également vivant.

On a vû en 1721 * quelle étoit la pensée de M. de *Mairan* sur des Pierres, rondes aussi dans le sens que nous avons dit, trouvées à *Breuil-pont*. L'idée sera vraye pour des cas particuliers comme celui dont il s'agissoit; des Pierres se seront formées comme des Cristaux à des Voûtes de Grottes soûterraines, le pedicule qu'on leur a remarqué étoit fort favorable à cette hypothese, mais cela ne peut pas être commun. Les Congelations faites à des Voûtes prennent ordinairement des figures plus allongées que ne sont celles des Cailloux, ce sont souvent des Cylindres, & quelquefois des Tuyaux creux. Il auroit fallu une infinité de Voûtes renversées pour faire un grand nombre de lits très-étendus où se trouvent les Cailloux & les Pierres rondes, il auroit fallu encore qu'elles se fussent accordées malgré la violence du bouleversement à se mettre dans une même disposition horisontale, & enfin une Voûte ne fourniroit qu'un lit de Cailloux, au lieu qu'on en voit plusieurs étendus les uns sur les autres, sans compter la grande profondeur, où ils sont assés souvent.

* P. 27. & suiv.

Les nouvelles lumiéres que nous avons dit en 1721 *qu'il valoit mieux attendre ſur ce ſujet*, ſont venues preſque d'elles-mêmes s'offrir à M. de *Reaumur*, & ſe ſont liées très-naturellement avec ſon Syſtême general ſur la formation des Pierres. Dans un banc de Sable que l'on coupoit auprès de ſa maiſon de Campagne, il a trouvé une très-grande quantité de petits tas de ce même Sable, diſtingués du reſte par être liés, plus compactes, & arrondis preſque tous irreguliérement. Il les a nommés des *Marrons* de Sable, à l'exemple des Ouvriers qui appellent *Marrons* de Glaiſe de ſemblables corps qu'ils trouvent dans la Glaiſe. Ces *Marrons* de ſable étoient de toutes ſortes de groſſeurs, depuis celle d'un Pois juſqu'à celle de la Tête, & quelquefois plus. Ils étoient de tous âges entr'eux, & ſouvent même leurs parties étoient entr'elles de tous âges, l'âge étant reglé ſur ce que le Sable devient Pierre, & la Pierre Caillou. Pluſieurs, ſur-tout les gros, n'avoient qu'une envelope exterieure de Sable, après quoi ils étoient Pierre & déja Caillou dans le centre. La couleur generale du banc de Sable étant verdâtre, elle s'alteroit dans les Marrons ſelon le degré de leur transformation, elle s'éclairciſſoit & blanchiſſoit lorſqu'ils étoient Pierre, & bruniſſoit lorſqu'ils étoient devenus Caillou. Le ſuc pierreux dont nous avons parlé eſt par-tout ici trop reconnoiſſable, & il n'eſt pas beſoin d'expliquer en détail comment il a produit ces phenomenes.

Ce qui acheve bien la preuve, c'eſt qu'au-deſſus de ce banc de Sable, il y en avoit un au-

autre d'un Sable plus gros & plus sec, tout rempli de Cailloux bien formés & parfaits, d'une infinité de figures differentes, & dont toutes les figures avoient leur semblable dans quelque Marron de Sable du banc inferieur. Ces Marrons étoient donc destinés à devenir Cailloux.

Si le Suc pierreux, on n'examine point d'où il vient, ni quel est son cours, trouve un banc de Sable où il puisse couler & se répandre également de tous côtés & en tous sens, il liera également tous les grains de Sable, & en fera un tout qui sera une masse ou un banc de Grès. Mais toute uniformité exacte est très-rare, & peut-être impossible dans la Nature, le banc de Grès ne sera pas lui-même bien uniforme. Ce qui empêchera qu'il ne s'en forme un le plus souvent, c'est que les grains du banc de Sable ne seront pas assés réguliérement disposés entr'eux, mille hazards les auront serrés en quelques endroits plus que dans d'autres, les auront séparés en differens tas, auront causé d'assés grands vuides, sur-tout si le banc n'est pas de Sable pur, & qu'il soit mêlé de terre, ce qui est commun. Le suc pierreux aura donc dans ce banc de Sable un cours inégal, tantôt plus, tantôt moins facile. Et comme ce Suc n'est, selon M. de *Reaumur*, qu'un Sable prodigieusement fin porté dans de l'eau, qui le soutient tant qu'elle a tout son mouvement, & ne le laisse tomber que quand elle se rallentit, il ne se déposera qu'aux endroits où l'eau rencontrera quelques obstacles, c'est-à-dire,

dans

dans ceux où elle ſera arrêtée par des tas de Sable & par des Marrons.

L'eau arrêtée par un Marron, de quelque figure qu'il ſoit, ſe partage pour couler à l'entour depuis le point le plus élevé de ce corps juſqu'au plus bas diametralement oppoſé, & cela parce que cette eau eſt encore plus viſqueuſe que toute autre, & par-là eſt plus diſpoſée à ſuivre le contour des corps; par ce mouvement elle arrondit neceſſairement le Marron autant qu'il peut l'être, & en abat les angles aigus.

Puiſque l'eau chargée du ſuc pierreux coule du deſſus du Marron juſqu'au deſſous, c'eſt principalement en ce ſens qu'elle le doit arrondir, & s'il eſt plat & fort étendu dans le ſens horiſontal, elle le doit laiſſer à peu près tel qu'il étoit, en arrondiſſant ſeulement ſes bords. Auſſi M. de *Reaumur* a t-il eu le plaiſir de voir, conformément à cette conjecture, que tous les Marrons d'une figure de Gâteau peu relevé par le deſſus & par le deſſous étoient dans le banc de Sable couchés horiſontalement ſur le plat. Cela ne recevoit preſque nulle exception, malgré la grande diverſité des circonſtances qui auroient pû déranger la Regle. On voit que tout ſert à qui ſait obſerver.

Les plus gros d'entre les Marrons de Sable, les plus renflés, ceux qui approchent le plus de la figure de Boule, ſont ceux où l'on trouve le plus ordinairement des cavités, à peu-près dans le milieu. Si elles étoient vuides, c'étoient apparemment des cre-

crevaſſes, des creux qui s'étoient trouvés naturellement dans le banc de Sable. Si elles étoient pleines, elles l'étoient d'un ſable détaché, tout pareil à celui du reſte du banc; le Suc pierreux n'avoit point encore penetré juſqu'à ces grains pour les lier. S'il y eût penetré, mais ſeulement en une quantité mediocre, il auroit petrifié les grains & les auroit blanchis, ſans les lier tous enſemble, & en faire une maſſe.

Mais ſi le banc au lieu d'être de Sable, avoit été de Craye, ou de Marne, on auroit trouvé dans la cavité des pierres une eſpece de farine pierreuſe, telle que celle qui remplit le milieu des Pierres de *Breuil-pont*.

Suppoſé que l'on ſoit ici ſur la voye de la formation des Pierres & des Cailloux, on pourra aller à celle des Metaux, l'Analogie mene loin. Il ne faudra que concevoir une eau chargée de Sucs metalliques, au lieu qu'elle l'étoit de Sucs pierreux, & donner à cette eau des terres convenables qu'elle penetrera. La rondeur des grains metalliques s'expliquera par les principes établis, mais les eſperances les mieux fondées doivent encourager à découvrir, & non pas faire croire qu'on a déja découvert.

SUR

SUR LE PHOSPHORE DU BAROMETRE.

* LA Lumiére qui paroît au haut de quelques Barometrres agités dans un lieu obſcur, eſt connuë depuis cinquante ans, elle a aſſés exercé les Phyſiciens, & principalement M. *Bernoulli*, qui le premier a approfondi ce phenomene †, & éclairé tous ceux qui en ont traité après lui. M. *du Fay* a recueilli ſoigneuſement l'Hiſtoire de tout tout ce qui a été écrit ſur ce ſujet, & ces ſortes d'hiſtoires, outre qu'elles plaiſent naturellement, parce qu'elles repreſentent les differens efforts de l'Eſprit humain, inſtruiſent par les diverſes vûës qu'elles fourniſſent, ſoit en faiſant voir l'inutilité des unes, ſoit en indiquant ce qui manqueroit aux autres.

Il reſtoit encore quelque incertitude ſur la maniére de rendre le Barometre lumineux, ou, pour mieux dire, ſûrement lumineux, & M. *du Fay* l'a appriſe d'un Vitrier *Allemand*, à qui il en donne toute la gloire, qu'il eût pû ſans beaucoup de peril enlever à un homme obſcur, & éloigné. Les conditions abſolument neceſſaires ſont que le Tuyau ſoit bien ſec, le Mercure bien net, & bien purgé d'air. Elles n'ont rien de difficile dans la pratique.

La moindre humidité dans le Tuyau gâteroit tout, mais ce n'eſt, ſelon les obſerva-

* V. les M. p. 402. † V. l'Hiſt. de 1700. p. 7. & celle de 1701. p. 1.

vations de M. *du Fay*, qui a tourné ces experiences de bien des ſens, que l'humidité qui ſeroit au haut & dans le vuide du Tuyau, où la lumiére doit paroître. Hors de-là le Tuyau peut être humide ſans inconvenient. On le nettoye aiſément avec du Cotton attaché au bout d'un fil de Fer.

Il faut que le Mercure ſoit bien net, mais cela ne demande nul ſoin penible. Il n'y a qu'à faire paſſer le Mercure par un Cornet ou Entonnoir de papier, dont l'embouchure ſoit fort étroite, il y dépoſe ſuffiſamment ſes impuretés.

Il faut que le Mercure ſoit bien purgé d'air. Il n'y a encore là nulle operation recherchée. Le Vitrier *Allemand* verſe d'abord dans ſon Tuyau un tiers du Mercure qu'il doit employer, enſuite il le chauffe doucement & par degrés, & en le remuant avec un fil de Fer, il aide à ſortir aux bulles d'air que la chaleur pouſſe hors du Mercure. Après cela il verſe un ſecond tiers, qu'il traite de même, & enfin il verſe le troiſiéme auquel il ne fait rien. La purification des deux tiers ſuffit pour le tout.

M. *du Fay* ne s'eſt point apperçû qu'un different degré de chaleur donné au Mercure, produiſît de difference ſenſible dans la lumiére.

Il a remarqué que ſi on chauffe le Mercure dans quelque vaiſſeau, pour le verſer de là dans le Tuyau du Barometre, on manque la lumiére. Il faut que dans ce paſſage, quoi que court, le Mercure ait repris de l'air, & à peu-près autant qu'il en avoit.

Il a remarqué auſſi que le Mercure bien purgé

purgé d'air, ne diminuë pas de volume. Apparemment la grande peſanteur de ſes parties les ſerre les unes contre les autres autant qu'elles peuvent l'être, & leur rondeur ne leur permet que certains interſtices déterminés, qui ne peuvent diminuer. Quand l'air eſt chaſſé de ces interſtices, la matiére ſubtile prend toute ſa place, ſans que les parties en ſoient plus en état de ſe rapprocher. Il ſe feroit des vuides, ſi le vuide étoit poſſible. Il y a tout lieu de croire que l'expulſion de l'air ne ſert au phenomene de la lumiére que parce qu'il eſt remplacé par la matiére ſubtile.

S'il ne reſte que fort peu d'air, la lumiére ne laiſſe pas de paroître, mais moins vive, & entrecoupée. Les bulles d'air elles-mêmes deviennent lumineuſes, l'abondance & la force de la matiére ſubtile les ſurmonte.

Le diametre du Tuyau eſt indifferent. La lumiére s'étend davantage dans un plus gros Tuyau ſans s'affoiblir. M. *du Fay* avoit conſtruit exprès pour ce phenomene des Tuyaux dont le haut s'élargiſſoit en deux ou trois Olives de verre.

La lumiére de ces Barometres ne s'affoiblit point par le temps. Ce ſont, comme nous l'avons dit ailleurs, des Phoſphores éternels.

Il ſeroit inutile de repeter des explications Phyſiques données dans les endroits cités, ou faciles à appliquer ici. Il n'y étoit queſtion que d'une methode ſûre pour rendre les Barometres lumineux. Ceux qui auront cette proprieté ſeront les meilleurs pour l'uſage, ſur-tout pour l'uſage des Obſervateurs.

teurs exacts, puiſqu'ils ſeront les plus vuides de tout air groſſier.

SUR LES PIERRES DE FOUDRE, les Yeux de Serpent, & les Crapaudines.

NOUS mettons enſemble pour plus de briéveté, & à cauſe de quelques rapports éloignés, des Pierres qui n'ont guere rien de commun que le nom de *Pierres figurées*, les Pierres de Foudre d'un côté, & de l'autre les Yeux de Serpent, & les Grapaudines.

Ces grands changemens de Mers & de Continens que M. de *Juſſieu* croit avoir amené ou laiſſé dans nôtre *Europe* des oſſemens d'Animaux aujourd'hui fort étrangers, ſe confirment tous les jours, les Yeux de Serpent & les Crapaudines en ſont une nouvelle preuve. Ce ſont des dents petrifiées d'un Poiſſon des Côtes du *Breſil* qu'on y appelle le *Grondeur*. Il a deux ſortes de dents, dont les plus petites, & qui apparemment ſervent à percer, ſont les Yeux de Serpent, & les plus grandes, qui broyent, ſont les Crapaudines. Cela ſe reconnoît par l'exacte conformité des figures. Après la Machoire d'un Poiſſon de la *Chine*, trouvée aux environs de *Montpellier* †, il n'y a plus rien là de merveilleux ; & ſi les Turquoiſes ſont des Os d'Animaux, comme il a été dit en 1715 ‡, il n'eſt pas merveilleux non

* V. les M. p. 7. & 296. † V. l'Hiſt. de 1721. p. 1. & ſuiv. ‡ P. 1. & ſuiv.

non plus que les dents du Grondeur ſoient devenuës des Pierres précieuſes du ſecond ordre.

Ces dents ne ſont pas la dent entiére, ce n'en eſt que la Couronne, envelope & couverture ronde d'une Racine qui demeure attachée à la Machoire. Auſſi les Yeux de Serpent & les Crapaudines ont-ils dans leur interieur la même cavité qui ſe trouve dans cette partie des dents du Grondeur, & ſi on en voit qui ne l'ayent pas, elle a bien pû dans un long eſpace de temps ſe remplir d'une matiére petrifiée.

Il y a des Yeux de Serpent & des Crapaudines, qui ſe peuvent rapporter à des Dents de Dorade, Poiſſon qui ſe trouve dans nos Mers, & il eſt vrai qu'il y a moins de frais dans ce Syſtême, mais M. de *Juſſieu* ne croit pas qu'il ſuffiſe pour toutes ces ſortes de Pierres, il y en a quantité dont la figure demande qu'elles appartiennent au Grondeur. On les trouve d'ailleurs dans les Miniéres, mêlées avec des parties d'Animaux certainement étrangers. Le Grondeur & la Dorade peuvent être deux eſpeces d'un même Genre, quoi-qu'ils habitent differens Climats.

Les Pierres de Foudre n'ont rien d'Animal. Ce ſont de veritables Cailloux qui ont une figure de Coin ou de fer de Fléche. Cette figure a fait juger aux anciens Grecs qu'elles étoient les armes de Jupiter tonnant, & qu'il les lançoit de ſes mains avec la foudre. Cette opinion a paſſé, ou eſt née d'elle-même chés les Peuples du Nord, qui pour trouver ces Pierres en grande quantité

tité dans leurs Pays, ne les ont pas moins reverées. Ils croyent même, quoi-qu'elles viennent de la foudre, qu'elles les en garantiront, & on a bien de la peine encore aujourd'hui à les en desabuser. Les *Chinois*, qui ne sont guere à portée de la contagion de ces idées, en ont pourtant d'assés semblables, & il n'est pas trop aisé de voir pourquoi cette superstition est si naturelle.

L'origine de ces Pierres est très-évidente & très-sûre, dès qu'on en voit de toutes pareilles taillées par les Sauvages de l'*Amerique*, pour fendre du bois, ou armer leurs fléches. Ils n'ont point de fer, & en frotant des pierres fort dures les unes contre les autres, ils font ces sortes d'Ouvrages qui leur sont absolument necessaires, & n'y plaignent point le temps, dont effectivement ils ne manquent pas. Nôtre Continent a été habité anciennement par des Sauvages, & les mêmes besoins, la même disette de Fer, leur ont inspiré la même industrie. Dans la suite leurs Outils devenus inutiles ont été ensevelis en grande quantité dans la terre, ils s'y sont mieux conservés que s'ils eussent été de métal, car la rouille ou le verdet les auroit peut-être ou consumés, ou défigurés, & voilà ces Pierres tombées avec la foudre.

Si les autres Pierres figurées sont des monumens de grandes révolutions physiques, celles-ci sont le monument d'une grande révolution qu'on peut appeller *morale*, & la comparaison du Nouveau Monde avec l'Ancien sert également à prouver l'une & l'autre espece de révolution.

O B-

OBSERVATION

DE PHYSIQUE GENERALE.

M. De *Montagnac* Conſul à *Lisbonne*, a écrit que l'on étoit fort étonné dans la Province des *Algarves* d'y voir en Decembre 1722 & au Mois de Janvier ſuivant les arbres verds & fleuris comme au Printemps, des Prunes & des Poires auſſi mûres & auſſi bonnes qu'au Mois de Juin, des Figues auſſi groſſes qu'en Avril & en Mai, & des Vignes qui avoient déja des grappes de Verjus. La grande varieté des mêmes Saiſons doit quelquefois amener de ces ſortes de miracles, & il eſt bon d'obſerver quelles peuvent être les extrêmités & les bornes de cette varieté.

NOus renvoyons entiérement aux Memoires
* Les Obſervations de M. *Maraldi* pour l'année 1722.

* V. les M. p. 1.

ANA-

ANATOMIE.

SUR LES DEUX ESPACES que l'Humeur Aqueuſe occupe dans l'Oeil.

* L'HUMEUR Aqueuſe remplit dans l'Oeil tout l'eſpace que laiſſent entr'elles les deux Membranes, Cornée & Uvée. Cet eſpace eſt coupé en deux par l'Iris, production de l'Uvée ; deſorte que la partie anterieure eſt entre la Cornée & l'Iris, la poſterieure entre l'Iris & le Cryſtallin. Ces deux eſpaces ont été appellés, l'un *Chambre anterieure*, l'autre *Chambre poſterieure* par M. *Briſſeau*, fameux Profeſſeur en Medecine à *Doüay*, qui a écrit ſur ces matiéres.

Quand la queſtion de la Cataracte membraneuſe, ou glaucomatique a été agitée dans l'Academie †, ou dans le Public, M. *Biſſeau* qui attaquoit l'opinion commune de la Membrane, a ſoutenu que de la maniére dont ſe faiſoit l'operation ordinaire de la Cataracte, & vû l'endroit où l'on perçoit l'Oeil,

* V. les M. p. 54. † V. les Hiſt. de 1706. p. 15. & ſuiv. de 1707. p. 127. & ſuiv. de 1708. p. 47. & ſuiv. de 1722. p. 21. & ſuiv.

l'Oeil, il n'étoit pas poſſible que l'Aiguille n'allât dans la Chambre poſterieure, & n'y abatît le Cryſtallin, ou du moins ne le bleſſât, auſſi-bien que l'Uvée, parce que cette Chambre eſt fort petite. Ceux du parti contraire ſe ſont ſauvés, en la ſuppoſant aſſés grande, & plus grande même que l'anterieure, ainſi que la repreſentent de celebres Anatomiſtes.

C'eſt-là ce qu'a voulu éclaircir M. *Petit* le Medecin. Ces ſortes de points de fait délicats, & peu ſenſibles, ſont difficiles à décider. Que l'on coupe un Oeil en ſa partie anterieure, l'Humeur aqueuſe s'en écoule auſſi-tôt, & l'on ne ſait dans laquelle des deux Chambres elle étoit en plus grande quantité. Pour éviter cet inconvenient, M. *Petit* a fait geler des Yeux pendant le froid, car on ſait depuis le commencement de ce Siécle que l'humeur aqueuſe ſe gele. Il a pris des Yeux de differens Animaux, d'Homme, de Cheval, de Bœuf, de Mouton, de Chien, de Chat, de Loup, &c. il faut que le froid ſoit conſiderable, afin que l'Humeur aqueuſe ſoit bien gelée, & qu'on en puiſſe exactement meſurer l'étenduë en differens eſpaces.

La glace de la Chambre anterieure s'eſt toûjours trouvée beaucoup plus épaiſſe que celle de la poſterieure, & par conſequent la Chambre anterieure plus grande que la poſterieure, & l'on prévoit bien que cela aura ſuivi differentes proportions dans des Yeux d'Animaux de differente eſpece, & même dans ceux d'une même eſpece, quoiqu'avec moins de difference.

L'é-

L'épaiſſeur de la glace des deux Chambres ne donne pas leur inégalité de grandeur auſſi juſte & auſſi facilement que nous ſemblons le dire ici, il s'en faut bien que ces eſpaces ne ſoient des parallelepipedes, ou même des Solides rectilignes, ils ſont curvilignes, & peu réguliers, deſorte qu'il faut comparer les épaiſſeurs de la glace dans les endroits où elle eſt de part & d'autre la moins épaiſſe, & la plus épaiſſe, & en conclurre une épaiſſeur moyenne. Cela jette neceſſairement M. *Petit* dans un détail curieux & aſſés neuf de ces parties de l'Oeil, tant dans l'Homme, qu'en pluſieurs autres Animaux.

La glace de la Chambre poſterieure n'eſt pas même aiſée à appercevoir. Comme elle n'eſt qu'en fort petit volume, elle eſt noircie par l'Uvée qui eſt noire, & la termine; & à peine paroît-elle. Quand on coupe l'Oeil ſelon ſon axe, c'eſt-à-dire, ſelon une ligne qui paſſe par les centres du Cryſtallin & de la Cornée, ce qui eſt la ſection la plus propre à cette recherche, la glace ſe briſe par petites parcelles qui s'échapent, & de plus le Scalpel, quelque tranchant qu'il ſoit, s'émouſſe, & entraîne avec lui des parties noires de l'Uvée, & des *Proceſſus Ciliaires*, qui ſe mêlent avec la glace, & la cachent. Il faut de l'art pour la découvrir telle qu'elle eſt, & pure.

Si l'on ne prend pas les Yeux immediatement après la mort, ils ſont déja flétris, parce que les Humeurs ſe ſont évaporées à proportion du temps. L'Humeur aqueuſe plus legere & plus volatile que la Vi-

trée, & d'ailleurs plus libre, puiſque la Vitrée eſt retenuë dans une infinité de petites Cellules, s'évapore davantage, & c'eſt celle dont on a beſoin ici.

Quand les Yeux ſont gelés, ils ſont fort tendus, euſſent-ils été flétris auparavant, les Humeurs ſe ſont dilatées par la gelée comme fait l'eau, parce que l'Air qu'elles contenoient, diſperſé auparavant en pluſieurs petites parcelles, & comprimé, s'eſt ramaſſé, & a eu plus de force pour ſe mettre au large. Il eſt à obſerver, en paſſant, que les Humeurs qui ſe gelent, s'évaporent aſſés conſiderablement, ce que l'on reconnoît par une diminution très-ſenſible de leur poids. Mais la dilatation des Humeurs nuit à la recherche de la capacité des deux Chambres. Il y a dans l'Oeil de l'Homme vingt fois plus d'Humeur Vitrée que d'Aqueuſe, on peut donc ſuppoſer que l'une a vingt fois plus d'air que l'autre, & par conſequent vingt fois plus de force de dilatation. Il doit donc arriver que la Vitrée en ſe gelant, uſurpe une partie de l'eſpace qui appartenoit à l'Aqueuſe dans la Chambre poſterieure, & l'en chaſſe, & cela arrive en effet à tel point, qu'on ne trouve quelquefois plus de glace dans cette Chambre. M. *Petit* ſuit plus particuliérement les changemens que peut cauſer à la configuration reſpective des parties cette grande inégalité de dilatation entre l'Humeur Vitrée & l'Aqueuſe.

Malgré toutes ces difficultés, il n'a pas laiſſé de parvenir à la détermination qu'il cherchoit, en combinant les differens effets, en peſant les diverſes circonſtances, & en pre-

prenant des milieux. Dans l'Homme la Chambre poſterieure contient à peu-près le tiers de l'Humeur aqueuſe. Le poids moyen de cette Humeur entiére eſt de 4 grains, d'où il ſuit que la Chambre poſterieure en contient 1 grain & $\frac{1}{3}$, & cette quantité eſt ſi petite, que la Chambre, qui a $5\frac{1}{2}$ lignes d'étenduë, ne peut être que très-étroite, & par conſequent le raiſonnement de M. *Briſſeau*, qui a donné lieu à tout ceci, doit ſubſiſter dans toute ſa force.

Il ne faut pas omettre une remarque curieuſe, quoi que ſimplement acceſſoire. Dans les Yeux gelés le Cryſtallin n'augmente point de Volume comme les Humeurs. M. *Petit* crut d'abord que le Cryſtallin qui eſt compris entre la Vitrée & l'Aqueuſe, & ſerré par elles de part & d'autre, lorſqu'elles ſe dilatent, & d'ailleurs incapable par ſa contexture d'une auſſi forte dilatation que la leur, étoit toûjours dans le même état & ſous le même volume. Mais des Cryſtallins gelés à part n'augmenterent pas non plus. Pourquoi leur air ne s'étoit-il pas dilaté, lorſque rien ne s'y oppoſoit ? Il en faut revenir au Syſtême general de la Gelée. Les parties propres d'une liqueur qui ſe gele, perdent de leur mouvement, & par cela ſeul elles ſe rapprochent, & tiennent moins d'eſpace, peut-être auſſi chacune ſe reſſerre-t elle en elle-même; le volume total ſeroit donc diminué. Mais l'état où elles ſont donne à l'Air qu'elles renferment la liberté de ſe réünir en groſſes bulles & de ſe dilater, & de-là vient l'augmentation du volume total. Si les liqueurs ſont de nature à ne ſe

point geler, leurs parties propres perdent assés de mouvement pour se rapprocher un peu, mais non pas assés pour permettre à l'air de se réünir, & de se dilater, & il arrive une petite diminution de volume. Le Crystallin est dans le cas de n'en avoir pas une qui soit sensible, ou peut-être de n'en avoir aucune, sa substance est trop tenace, trop visqueuse, & les particules d'air éparses ne peuvent s'y rassembler. Cependant il s'en est trouvé quelques bulles, mais très-petites, sous la membrane de quelques Crystallins dégelés, mais il y a apparence qu'elles ne s'étoient formées que lorsqu'ils s'étoient dégelés, ils étoient devenus fort mous, ce qui marque toûjours quelque desunion de parties. Plus la Physique considere les choses en petit, plus elle a besoin de multiplier, & de raffiner ses vûës.

SUR LA FORMATION DES HYDATIDES.

LE sujet que nous allons traiter, prouvera la grande difference qu'il y a entre appercevoir les choses d'une vûë generale & confuse, ou d'une vûë distincte, & qui se porte à toutes les parties & à tous les détails de l'objet. De la premiére maniére on pourroit avoir rencontré le Vrai, & cependant ne tenir rien; car la difficulté de l'application à toutes les particularités pourroit être si grande, qu'on seroit obligé de lâcher prise, & d'abandonner ce Vrai qu'on auroit attrapé d'abord.

Les

Les Hydatides ſont des Veſicules pleines d'une eau aſſés claire, & telle que la Lymphe du corps Animal. Elles ſont le plus communément rondes, de differentes groſſeurs depuis celle d'un Pois juſqu'à celle d'un Oeuf de Canne, & quelquefois fort au de-là, elles ont une envelope de même couleur que leur eau, très-uniforme, ſans fibres, qui ſe puiſſent détacher les unes des autres, comme celles d'une membrane; quelquefois il n'y a pas pour une envelope, il y en a deux, trois, & juſqu'à ſix ou ſept, toutes de même nature.

Les Hydatides ſont ordinairement ſéparées les unes des autres, quelquefois elles ſont comme en Grappe, pluſieurs étant attachées à une Tige commune.

Elles ſont communément renfermées en grand nombre ſous les premiéres envelopes des principaux Viſceres, tels que le Foye, la Rate, &c. là elles nagent dans une liqueur de la même nature que celle qui eſt contenuë dans chaque Hydatide. Outre le Sac membraneux qui appartient au Viſcere, elles ont quelquefois une autre envelope commune de même nature que celle de chaque Hydatide particuliére Quelquefois les Hydatides ne ſont renfermées dans aucune envelope commune, mais répanduës confuſément dans la cavité du ventre.

Elles ſont quelquefois en nombre prodigieux.

Sur ces faits on a imaginé deux differens Syſtêmes. Quelques Phyſiciens ont cru que les Hydatides étoient des Glandes qui s'étant obſtruées & engorgées de la liqueur qu'elles

devoient filtrer, avoient perdu leurs fonctions, & s'étoient détachées de leurs places naturelles. Mais cette idée n'eſt guere ſoutenable. Les Hydatides, qui auroient été Glandes, ſeroient donc ſquirreuſes, dures, de differentes figures irréguliéres, il y reſteroit au moins quelques traces des vaiſſeaux ſanguins, qui par un entrelaſſement merveilleux formoient auparavant leur ſubſtance; rien de tout cela ne paroît dans les Hydatides.

D'autres Phyſiciens ont eu recours avec beaucoup plus d'apparence aux Vaiſſeaux Lymphatiques qu'ils ont ſuppoſé s'être rompus. En effet, ſous la premiére envelope des Viſceres principaux, lieu ordinaire des Hydatides, eſt un Rézeau tout formé de Vaiſſeaux Lymphatiques, & les Hydatides ne ſont pleines que de Lymphe, & nagent dans de la Lymphe. La ſtructure des Vaiſſeaux Lymphatiques eſt d'ailleurs favorable. Ce ſont des canaux tels que dans des intervalles aſſés petits les côtés du canal ſe rapprochent & font un demi-étranglement du Vaiſſeau, qui par-là reſſemble en quelque ſorte à un Chapelet. Les grains de ce Chapelet ont paru fort propres à devenir des Hydatides, pourvû qu'ils vinſſent à ſe ſéparer les uns des autres, c'eſt-à-dire que le le vaiſſeau ſe rompît dans tous ſes étranglemens, ce qu'on pouvoit aiſément attribuer à un trop grand amas de Lymphe. C'eſt-là une vûë generale, qui, ſelon M. *Morand*, renferme le Vrai, mais qui ne peut le ſoutenir & le défendre, à moins que d'être beaucoup plus approfondie. Car l'enve-

velope particuliére de chaque Hydatide ſeroit donc membraneuſe, puiſqu'elle auroit appartenu à un Vaiſſeau Lymphatique, or elle n'eſt point membraneuſe. De plus, & ceci eſt encore beaucoup plus conſiderable, que l'on ſuppoſe tant qu'on voudra le Chapelet rompu, & tous ſes grains ſéparés, ils avoient chacun deux ouvertures vis-à-vis l'une de l'autre, comment ſe ſont-ils fermés de ces deux côtés?

Si l'on veut que la Lymphe ne forme les Hydatides qu'après s'être épanchées hors de ſes Vaiſſeaux, comment les formera-t-elle diſtinctes, ſéparées, arrondies, avec des envelopes?

Voici ce que M. *Morand* conçoit pour lever toutes les difficultés. A chaque demi-étranglement d'un Vaiſſeau Lymphatique ſont de part & d'autre deux Valvules ſemblables pour la figure aux Valvules Sigmoïdes du Cœur. Ce ſont deux demi-Capuchons attachés par leur moitié plate à la paroi interieure du Vaiſſeau, & qui, ſi la liqueur coule d'un certain ſens ſelon l'axe du Vaiſſeau, s'en rempliſſent, & l'arrêtent en partie dans leur cavité; ſi elle coule du ſens contraire, elle ne fait qu'aplatir le Capuchon & le preſſer contre la paroi du Vaiſſeau, & alors le cours de la liqueur eſt entiérement libre. C'eſt en ce ſens qu'eſt ſa direction naturelle, & c'eſt pour l'empêcher de refluer de l'autre que les Valvules ſont faites. Si par quelque cauſe que ce ſoit les Valvules ou Poches valvulaires ſe rempliſſent de liqueur contre l'ordre naturel, & ne s'en vuident pas, les Poches s'arrondiſſent autant

qu'il eſt poſſible, & les parties les plus épaiſſes, les plus filamenteuſes du petit amas de lymphe qui y ſéjourne ſont pouſſées par les parties plus ſereuſes vers la circonference, ainſi qu'il arrive à du Lait qui bout, ou à du Sang repoſé dans la Palette. Voilà autant d'Hydatides rondes, & avec des enveloppes, qu'il y aura de Poches valvulaires dans le cas requis, & il y en peut avoir un très-grand nombre, à cauſe que les Vaiſſeaux Lymphatiques ſont en grande quantité, qu'ils ont chacun pluſieurs étranglemens, & que chaque étranglement a deux Poches.

Toutes les Poches valvulaires d'un Vaiſſeau Lymphatique étant gonflées, il eſt poſſible qu'il ſe conſerve un petit filet de Lymphe qui coule ſelon l'axe du Vaiſſeau entre toutes ces Poches; mais il eſt poſſible auſſi que par le vice general de la Lymphe, & par le retardement de ſon cours, ce filet ne coule plus, que la liqueur s'épaiſſiſſe, & devienne une tige aſſés ſolide où s'attacheront des Hydatides par leur envelope particuliére déja formée. Ce ſeront là les Hydatides en grappe.

Par la formation de l'envelope d'une Hydatide il eſt très-aiſé d'entendre comment il s'en formera pluſieurs. Il ne faut qu'un plus long ſéjour de la Lymphe dans ſon moule, ou un peu plus d'heterogenité entre ſes parties. L'envelope la plus exterieure ſera toûjours la premiere formée.

Un amas d'Hydatides ainſi produites, renfermé ſous la Tunique d'un Viſcere, peut aiſément groſſir à tel point qu'il crevera cette Tunique, & alors les Hydatides étant épan-

épanchées dans quelque cavité avec beaucoup de Lymphe, cette Lymphe pourra devenir une grande Hydatide, qui contiendra toutes les autres, c'eſt à-dire, qu'il s'y formera une enveloppe generale de la même maniére dont les particuliéres ſe ſont formées. Cette enveloppe generale eſt d'un diametre beaucoup plus grand que ne pourroit jamais être celui d'aucun Vaiſſeau Lymphatique dilaté, ce qui prouve fort pour le Syſtême de M. *Morand*. Elle eſt plus molle que les enveloppes particuliéres, ſoit parce qu'elle eſt beaucoup plus grande & plus étenduë, ſoit parce qu'elle n'a pas été produite dans un Moule auſſi petit & auſſi ferme.

Il ſe trouve quantité d'Hydatides crevées & vuides, & celles-là ont fourni une bonne partie de la Lymphe commune où elles nagent toutes.

Il eſt ſans difficulté que la Lymphe, gelatineuſe comme elle eſt, & deſtinée à nourrir toutes les parties du Corps, à ſe transformer en elles, peut produire les enveloppes des Hydatides, ou leurs fauſſes membranes. M. *Ruyſch* ayant bien fouetté avec une branche d'Arbriſſeau le ſang d'une Saignée encore chaud, il s'en attacha à cette branche une infinité de parties filamenteuſes, qui après avoir été blanchies par des lotions, formoient une eſpece de membrane, que l'on auroit priſe pour vraye & naturelle. M. *Morand* n'a pas manqué de repeter cette experience.

Il a voulu voir auſſi quelles liqueurs mêlées avec la Lymphe l'épaiſſiſſoient le mieux, & il a trouvé que c'étoient l'Eſprit de Vin,

& la Teinture de Noix de Galle. L'Eau Alumineuſe a produit ſur la ſurface du mêlange une pellicule toute ſemblable aux envelopes des Hydatides. On pourroit trouver auſſi quelles liqueurs empêcheroient la Lymphe de s'épaiſſir, & les Hydatides de ſe former dans notre corps; mais ce deſordre n'eſt point ſenſible long-temps même après ſa naiſſance, cette maladie ne ſe laiſſe connoître que quand elle ne peut être guerie par aucune autre voye que les Ponctions, qui ne peuvent pas toûjours être pratiquées.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

M. GEOFFROI reçût de M. ſon *Oncle* qui eſt à *Toul*, la relation d'un Monſtre humain né le 24. Decembre 1722. à *Dompremi-la-Pucelle*, lieu de la naiſſance de la fameuſe Pucelle d'*Orleans* dans le *Barrois*. Il faut ſe repreſenter deux Enfans à qui on a retranché toutes les parties inferieures depuis le Nombril, & qui ſont unis l'un à l'autre par un Nombril commun, de ſorte que le tout enſemble n'eſt que les deux moitiés ſuperieures de deux Corps unies par le plan inferieur de chacune. Elles ſont poſées du même ſens, & les deux Têtes qui terminent le tout ſont tournées en même temps vers le haut, ou vers le bas. A un des côtés & au milieu de la figure monſ-

monſtrueuſe eſt une Vulve commune, & des deux côtés de cette Vulve deux Cuiſſes, deux Jambes, & deux Pieds. Tout cela n'eſt point de l'autre côté où n'eſt point la Vulve, il n'y a qu'un Moignon de Cuiſſe, qui n'apartient qu'à l'un des demi-Corps.

On a vû ce Monſtre déja âgé de trois ſemaines, bien vivant, bien conformé en toutes ſes parties, ayant du ſommet d'une tête à l'autre 16 pouces $\frac{1}{2}$ de Roi, & 1 pied depuis le ventre juſqu'au bout des deux Pieds. On a vû ces deux Enfans qui avoient deux Nourrices teter & manger de la bouillie avec beaucoup d'appetit, & un grand air de ſanté. Quelquefois l'un tetoit, pendant que l'autre dormoit. Ils ont été tous deux batiſés, & nommés *Jeanne*. La production des Monſtres n'étonne plus les Phyſiciens, nous avons déja dit pluſieurs fois quel en eſt le principe general. Mais ſi des Monſtres humains à deux Têtes comme celui-ci vivoient aſſés long-temps, il ſeroit curieux d'obſerver la difference des penſées & des volontés des deux Têtes, & comment le Monſtre total ſe prendroit à les accorder, ou à ſacrifier les unes aux autres.

II.

Une femme qui étoit à terme d'accoucher ayant été inutilement trois jours en travail avec des pertes de ſang conſiderables, mourut, & on l'ouvrit pour découvrir ce qui l'avoit empêchée d'accoucher. On trouva que le Placenta qui doit être attaché au fond de la Matrice, l'étoit au contraire à l'orifice interne, & le bouchoit exactement, excepté un endroit où il n'étoit pas collé,

& c'étoit par là que s'écouloit le ſang des pertes. L'Enfant avoit les pieds en haut qui pouſſoient ſes Envelopes contre le fond de la Matrice, il avoit la Tête en bas, qui avec les Epaules pouſſoit le Placenta contre l'Orifice interne, & le Col de la Matrice, de ſorte qu'il ſe fermoit le paſſage lui-même. M. *Petit* le Chirurgien a tenu cette obſervation de trois de ſes Confreres, témoins éclairés & habiles. La naiſſance eſt elle-même un grand peril de mort.

III.

Le même M. *Petit* viſitant un malade qui avoit une Hernie ou Deſcente du côté gauche, où étoit un Teſticule bien placé, ne lui trouva point le Teſticule du côté droit, & apprit de lui qu'il ne l'avoit que quand ſa Deſcente étoit rentrée ou reduite. Alors il arrivoit ſouvent que ce Teſticule tomboit dans la place d'où la Deſcente étoit ſortie, mais non pas auſſi bas que le Teſticule qui y étoit toûjours. Le Scrotum ou Sac total n'étoit que la Bourſe gauche, il n'y avoit que celle-là qui eût quelque choſe à contenir; la droite étoit effacée faute de fonction, & le Raphé, eſpece de couture ou de ligne qui ſepare naturellement ces deux Bourſes, & diviſe le Scrotum en deux parties égales, s'étoit entierement jetté du côté droit à l'extrêmité de la Bourſe unique.

Si c'étoit là un vice de la premiere conformation, tout eſt expliqué, mais M. *Petit* croit fort poſſible que ce n'en fût pas un. Les Enfans n'ont pas en naiſſant les Teſticules dans le Scrotum, ils y tombent peu-à-peu, aidés par les efforts que font les Enfans

fans pour touſſer, pour crier, &c. Ils arrivent d'abord chacun à un Anneau des Muſcles du bas Ventre, paſſent au travers, & deſcendent dans une Bourſe. Les Enfans qui crient ou ſe tourmentent moins, ont plus tard le Sexe maſculin entierement dévelopé. Si un Anneau a refuſé le paſſage à un des deux Teſticules, les Anatomiſtes concevront bien comment il a pû être entraîné à ſuivre le chemin de l'autre, & tomber après lui dans la même Bourſe, & même comment cette chute peut n'être pas abſolument neceſſaire, & dépendre de quelques mouvemens qu'on ſe donnera. Il n'eſt pas rare de trouver des Hommes à qui un Teſticule paſſe & repaſſe par ſon Anneau avec facilité.

IV.

Quand on a été mordu d'un Chien que l'on croit enragé, il arrive ordinairement que le Chien eſt tué avant que l'on ſe ſoit aſſûré de ſon état, & la perſonne morduë demeure dans une cruelle incertitude. M. *Petit* le Chirurgien a un expedient pour la terminer. Il frote la Gueule, les Dents, les Gencives du Chien mort avec un morceau de viande cuite, qu'il preſente enſuite à un Chien vivant. S'il la refuſe en criant & en heurlant, le mort étoit enragé, pourvû cependant qu'il n'y eût point de ſang à ſa gueule. Si la viande a été bien reçûë & mangée, il n'y a rien à craindre.

V.

Ce n'eſt que ſur la foi de l'experience qu'on peut croire que des coups d'Epée dans l'Eſtomac ſe gueriſſent. Un Dragon du Re-

Regiment de *Languedoc* en ayant reçû un, vomit auſſi-tôt du ſang & des alimens. M. *du Vivier* Chirurgien Major des Dragons de ce Regiment, jugea que le coup ouvroit l'Orifice ſuperieur de l'Eſtomac, en faiſant obliquement un trajet d'environ 6 pouces; il panſa le Malade, & le fit ſaigner ſept fois en vingt-quatre heures, ce qui n'empêcha pas qu'une groſſe fiévre ne s'allumât, & qu'il ne vomît encore plus d'une pinte de ſang. Cependant par une diète très-exacte, par l'uſage des Vulneraires & de l'Eau de Rabel, & par celui des Lavemens la fiévre diminua dès le troiſiéme jour, le Bleſſé n'eut plus que des Hoquets, & de frequens ſoupirs, & enfin en dix-huit jours il fut gueri. Deux mois après il eut une fiévre tierce pour laquelle on lui donna de l'Emetique, il vomit beaucoup de ſang, apparemment parce que les ſecouſſes de l'Eſtomac avoient r'ouvert la ſurface interne de la playe, mais M. *du Vivier* le tira encore de cet accident. Il lui en coûta plus de temps que pour le premier, il lui fallut deux mois entiers.

VI.

M. *du Vivier* ne laiſſa pas d'employer dans une autre bleſſure d'Eſtomac ce même Emetique, qu'il avoit reconnu pour ſi dangereux. Un Officier ayant fait une débauche de 10 heures à table, reçût un coup d'épée, & M. *du Vivier* jugea par le vin qui ſortoit, & par la place du coup, qu'il perçoit l'Eſtomac à ſon fond. La playe exterieure n'étoit que d'environ 3 lignes. Un autre Chirurgien vouloit ſaigner; pour lui il fut d'avis de

de l'Emetique, parce que ſi l'Eſtomac qui étoit fort chargé & fort tendu ſe ſoulageoit de ce fardeau exceſſif, ſes parties écartées ſe rapprocheroient, & la playe qui ne pouvoit être que petite, diminueroit beaucoup dans l'inſtant. Ce ſentiment, quoi-que hardi, l'emporta. On ſaigna après que l'eſtomac fut vuidé, tout le reſte ſe fit à l'ordinaire, & ſelon qu'il convenoit, & la gueriſon fut parfaite.

VII.

Un Portefaix de *la Fléche*, âgé de 40 ans, fort robuſte, attaqué depuis huit ans d'une Hernie incomplete qu'il faiſoit rentrer facilement, & qui ne l'empêchoit point de travailler, ſentit, preſque tout à coup une extrême augmentation de ſon mal, ſa Hernie devint groſſe comme le poing, longue de 5 à 6 doigts, très-dure, & il eut des douleurs très-vives & des vomiſſemens frequens, qu'il n'avoit point encore éprouvés. M. *Farcy*, Chirurgien de *la Fléche*, qui fut appellé, & qui a envoyé cette Relation bien atteſtée à l'Academie, n'oſa tenter de faire la réduction à cauſe de la grande dureté qu'il trouvoit; elle étoit telle qu'elle ſembloit oſſeuſe. On tâcha vainement de la ramollir par des Cataplaſmes. Le Malade fut quatre jours ſans aller à la ſelle, effet naturel & ordinaire de ce que le cours des matiéres étoit arrêté dans la Hernie, mais il y alla enſuite naturellement, & continua d'y aller tous les jours & cependant la Hernie ne diminuoit ni de groſſeur, ni de dureté, quoi-que l'Inteſtin fût ſoulagé d'une partie des matiéres qui s'y étoient d'abord amaſſées. Il fal-

loit

loit bien que la tumeur vînt enfin à ſuppuration, & comme on vit qu'elle s'y diſpoſoit, on l'aida, & le 14me jour M. *Farcy* fit l'operation, qu'on avoit differée autant qu'il avoit été poſſible à cauſe de l'extrême repugnance du Malade. M. *Farcy* coupa quatre doigts de l'Inteſtin pourri, & il fut fort étonné d'en tirer de petits Os, que l'on reconnut pour des Os de Pieds de Mouton. On en tira juſqu'à ſeize. Le Portefaix avoit mangé des Pieds de Mouton la veille de ſon accident, & en avoit avalé goulument quantité d'Os. Ils rendoient la tumeur ſi dure, & cauſoient l'impoſſibilité de la réduction, mais en même temps ils produiſoient un bon effet. A l'endroit où l'Inteſtin eût été étranglé, & par conſéquent les matiéres entiérement arrêtées, ils formoient une eſpece de Voute ſous laquelle le paſſage de ces matiéres demeuroit aſſés libre Mais ce qu'il y a ici de très-ſingulier, c'eſt que quatre doigts de l'Inteſtin pourris ayant été emportés par l'inciſion, une autre partie preſque égale du même Inteſtin pareillement pourrie s'étant enſuite ſéparée naturellement du vif, les matiéres deſtinées à ſortir par l'Anus ne devoient plus ſortir que par-là, & par la Playe qu'il auroit fallu tenir toûjours ouverte, & le Malade auroit porté toute ſa vie une Canule qui auroit été ſon Anus. Cependant c'eſt ce qui n'eſt point arrivé. M. *Farcy* vit que de jour en jour les matiéres ſortoient en moindre quantité par l'ouverture de l'Inteſtin & par la Playe, il eſpera qu'enfin elles ne ſortiroient plus, il ſe réſolut à donner au Malade des ali-

mens

mens assés solides qu'on ne lui auroit pas permis selon la pratique ordinaire ; tout réüssit, la Playe se cicatrisa en trente-trois jours, il ne resta point de fistule au Malade, & il n'eut point besoin de porter de Canule. Il se remit au travail comme s'il n'eût jamais été incommodé. L'intestin, dont on avoit emporté plus d'un demi pied, se rejoignit donc, ce qui est presque inconcevable, à moins que l'on applique ici une observation du celebre M. *Ruysch* * sur l'Intestin Ileon. Quelquefois il s'y fait un prolongement plus ou moins grand, qui est une espece de Cœcum particulier. Ce prolongement aura été la portion de l'Intestin Herniaire remplie d'Os, il aura fait naturellement la voute dont on a parlé, on en aura coupé une bonne partie, & ses parois se seront rapprochées & réünies plus facilement que ne feroient deux bouts d'un même Intestin continu, séparés d'un demi-pied. Quoi-qu'il en soit, il est certain que dans des Corps d'une pareille constitution, accoûtumés à un grand exercice, & à une grande frugalité, la Nature a plus de ressources, ou les met plus aisément en œuvre.

VIII.

Voici une autre Observation, où l'on verra que la Nature, mais aidée de l'Art, a fait cette réünion d'Intestin, que l'on n'esperoit pourtant pas. L'Observation vient d'un Chirurgien fameux, élevé à la plus haute place où il pût prétendre. Quand l'In-

* Cette découverte de M. *Ruysch* a été confirmée par M. *Littre*, Mem. de 1700 p. 397 & par M. *Mery*, Mem. de 1701. p. 356.

l'Inteſtin qui fait la Hernie eſt pourri ou gangrené, il en tire en dehors toute la partie alterée, après avoir ouvert la peau du Scrotum & le Sac Herniaire, & dilaté ſuffiſamment l'Anneau; à travers la partie du Meſentere qui ſoutient la partie alterée de l'Inteſtin, il paſſe avec une Aiguille un double fil ciré, & en nouant les deux extrêmités d'un fil, il forme une eſpece d'anſe de la partie du Meſentere par laquelle il aſſujettit l'Inteſtin vers le milieu de la Playe ſans le ſerrer, afin que les ſuppurations & les matiéres qu'il contient, s'il s'ouvre par la pourriture, ſoient portées au dehors, car leur épanchement dans la cavité du ventre ſeroit mortel. Il fit cette operation à un Homme de 35 ans, il lui emporta un demi-pied d'Inteſtin gangrené, & ayant rapproché l'un de l'autre ſelon ſa methode les deux bouts de l'Inteſtin placés à l'ouverture de la Playe, il eſpera qu'ils s'y pourroient coller, que les matiéres ſortiroient par la partie ſuperieure de l'Inteſtin, l'inferieure demeurant inutile, & que le Malade porteroit toute ſa vie une Canule, qui lui tiendroit lieu d'Anus. La Nature fit beaucoup plus que ce qu'il eſperoit de plus avantageux. Les deux bouts d'Inteſtin ſe réünirent l'un à l'autre en un mois, & les matiéres, qui ſortoient d'abord par l'ouverture de la Playe, reprirent peu-à-peu pendant ce temps la route de la partie inferieure de l'Inteſtin, qui étoit leur route naturelle. Le rétabliſſement du Malade fut entier, à deux accidents près.

Il eut pendant deux ans une Colique plus ou moins forte ſelon qu'il avoit plus ou moins

moins mangé ; elle répondoit à l'endroit de la Playe, & diminua toûjours par degrés. La réünion des deux bouts d'Inteſtin s'étoit faite par de nouvelles chairs cicatriſées, & le paſſage qu'elles laiſſoient aux matiéres n'avoit dans les commencemens ni le diametre naturel de l'Inteſtin, ni ſa ſoupleſſe.

Comme la methode qu'on avoit pratiquée, demandoit qu'on élargît beaucoup l'Anneau, il ſe fit par-là une Deſcente d'Inteſtin de la groſſeur d'une Orange, & on eut beaucoup de peine à trouver un Bandage convenable.

IX.

M. *Morand* a obſervé dans l'Hydrophtalmie, ou Hydropiſie de l'Oeil, qui allonge & dilate la Sclerotique du côté du Nerf Optique, qu'en expoſant à la lumiére l'Oeil détaché de l'Orbite, il eſt très-tranſparent dans toute l'étenduë de l'axe qui le traverſe depuis la partie anterieure & ſaillante de la Cornée juſqu'au de-là de la partie poſterieure & dilatée de la Sclerotique.

CETTE année parut un Livre de M. *Petit* le Chirurgien, intitulé, *Traité des Maladies des Os, dans lequel on a repreſenté les Appareils & les Machines qui conviennent à leur gueriſon.* Une premiére Edition faite vingt ans auparavant, n'empêche pas celle-ci d'être un Livre tout nouveau. Quel ſiécle que vingt ans pour un Chirurgien habile & très-employé ! Combien d'obſervations & d'experiences nouvelles ?

Les Maladies des Os ſont la Luxation, ou

ou le déplacement hors de leurs articulations naturelles, la fracture, l'Anchylose, ou l'immobilité, ou difficulté de mouvement qui survient à une articulation, & en empêche le jeu, l'Exostose, ou excrescence, la Carie, ou pourriture, ou vermoulure, le Rakitis, ou courbure de l'Epine, telle qu'elle est dans les Enfans en Chartre. C'est un vaste sujet d'Ouvrage que d'appliquer toutes ces Maladies l'une après l'autre à tous les Os du Corps humain qui en sont susceptibles, de rapporter les differens accidens dont elles peuvent être accompagnées, de décrire les operations qu'elles demandent, les pansemens, les Appareils, les Bandages, enfin tout ce qui peut guider & éclairer la Pratique, toûjours extrémement variée par les circonstances. Mais ce détail infini, qui regne dans le Livre de M. *Petit*, nous empêche absolument d'en pouvoir donner aucune idée generale, il nous faudroit de la Theorie, du Systême, & ici tout est Pratique, & faits particuliers. On en a vû quelques échantillons dans les Memoires de 1718 * & dans ceux de 1722. †

Ce Livre fait si bien voir quelle est la prodigieuse quantité de connoissances necessaires à un veritable Chirurgien, que l'on ne doit pas être après cela fort disposé à s'abandonner si aisément aux Bailleuls ou Renoueurs les plus accreditez parmi le peuple. On sera aussi extrémement porté à croire sincere la protestation que fait M. *Petit* de ne reserver rien ni pour lui, ni pour ses

* P. 121. & 252. † P. 68.

ſes Enfans qu'il deſtine à ſa profeſſion, il a ramaſſé un ſi grand nombre de choſes, qu'on ne le ſoupçonnera pas d'en ſavoir davantage. Il eſt toûjours très-utile que ceux qui ſont zelés pour le Genre humain & deſintereſſés, répandent leur connoiſſances, mais malgré cette genereuſe intention, il y a des talens perſonnels qu'ils ne peuvent ni communiquer, ni tranſmettre.

NOus renvoyons entiérement aux Memoires

* L'Ecrit de M. *Winſlow* ſur un Mouvement ſingulier des Omoplates, &c.

* V. les M. p. 98.

CHI-

CHIMIE.

SUR UN VERD-DE-GRIS NATUREL.

* TOUT le Verd-de-gris ou Verdet que nous avons eſt artificiel. On le tire de Lames de Cuivre macerées pendant quelque temps avec du Marc de Raiſin, ce Marc altere & diſſout juſqu'à un certain point leur ſurface, on en enleve avec des Couteaux ce qui eſt alteré, & c'eſt le Verd-de-gris. On recommence cette operation juſqu'à ce que les Lames ſoient entiérement changées en cette nouvelle matiére.

Une maſſe minerale envoyée des *Indes* à S. A. S. Mgr. le Duc d'*Orleans*, dont le goût hereditaire pour les Sciences, & en particulier pour l'Hiſtoire Naturelle, lui attire ces ſortes de curioſités, a été reconnuë par M. de *Reaumur* pour un Verdet naturel, dont l'eſpece eſt toute nouvelle.

Cette maſſe eſt d'un vert très-vif & très-gai, &, ce qui eſt ſingulier, elle a un œil ſoyeux, & plus qu'aucune étoffe de ſoye. Sa ſtructure generale eſt par branchages, par touffes, qui naiſſent irréguliérement les unes des autres, elle reſſemble par cette diſpoſition

* V. les M. p. 14.

tion aux Vegetations Chymiques ; la ſtructure de chaque partie ſéparée eſt par longs filets appliquées les uns ſur les autres, comme ceux de l'Amiante. Ce corps eſt peſant & friable.

M. de *Reaumur* jugea d'abord par la peſanteur que cette matiére étoit metallique, par la couleur qu'elle étoit cuivreuſe, car le Cuivre ſeul entre les metaux donne une flame & des matiéres vertes, & par la friabilité, que c'étoit un Cuivre imparfait, & non encore malléable. Les eſſais qu'il fit ſelon la pratique ordinaire, confirmerent pleinement ſes conjectures. Il fut ſeulement ſurpris que cette matiére fût déja ſi avancée dans l'état de Cuivre, qu'ayant été miſe en poudre dans un Creuſet, environnée de poudre de Charbon, elle en tira tout le Soufre qui lui manquoit pour être Cuivre parfait & malléable.

En cela, auſſi bien que par un vert beaucoup plus vif, le Verdet naturel des *Indes* differe du nôtre artificiel, qui mis à la même épreuve dans un Creuſet, ne redevient point Cuivre. La raiſon en eſt que le Verdet artificiel n'a point été dépouillé de ſon Soufre, & que certainement le naturel l'a été, ou que du moins, c'eſt une matiére à laquelle le Soufre a toûjours manqué pour la rendre parfaitement Cuivre. On conçoit aiſément que ſi cette même matiére eût penetré une Pierre tranſparente & Cryſtalline, elle en eût fait une belle Emeraude. Telle eſt, ſelon toutes les apparences, l'origine de toutes les Pierres précieuſes colorées;

des matiéres metalliques ont teint des Cryſtaux.

M. de *Reaumur* n'a pas crû devoir negliger l'explication d'un petit fait qu'il a vû en rotiſſant ſon Mineral & d'autres pareils, c'eſt-à-dire en les faiſant chauffer bien pulveriſés dans un Creuſet. Quand la chaleur eſt à un certain degré, il s'élance des jets juſqu'à plus de la hauteur d'un pouce, & au deſſous de chacun de ces jets il ſe forme un petit creux, une eſpece de Tremie, par où les jets continuent toûjours à ſortir. Que l'on perce la ſurface de la poudre bouillante dans les endroits où il n'y a point de jets, il s'y en forme auſſi tôt. En tournant ce phenomene de pluſieurs ſens, M. de *Reaumur* s'eſt aſſûré que deux conditions y ſont neceſſaires, la premiére que la poudre ſoit fine, & legere, la ſeconde, qu'elle ait une humidité ſuffiſante, il n'importe d'où cette humidité vienne. Une vapeur échauffée, & qui tend à s'élever, perce la ſurface ſuperieure de la poudre, & en enleve avec elle de petits grains juſqu'à une certaine hauteur, & quand une fois elle s'eſt fait une route, il lui eſt plus facile de la ſuivre que de s'en faire une nouvelle, ce qui tient toûjours ouvert le petit creux par où ſort le jet.

SUR

SUR LE SEL ARMONIAC.

* L'EGYPTE nous fournit tout nôtre Sel Armoniac, & elle nous le fournit, parce qu'elle manque de bois, ce qui a été expliqué dans l'Hiſt. de 1720†. On y a rapporté auſſi comment les differentes experiences de M. *Geoffroi* le cadet ſur ce Sel l'avoient conduit à deviner que les *Egyptiens* le faiſoient par ſublimation, quoi-que la forme de pains plats & orbiculaires ſous laquelle ils nous l'envoyent fût très-peu favorable à cette penſée. Le fait fut heureuſement verifié.

Pomet dans ſon Hiſtoire des Drogues parle en deux mots d'un Sel Armoniac qu'on voyoit autrefois, plus eſtimé que celui d'aujourd'hui, & qui étoit en pains de Sucre. On n'oſoit guere ſe fier à ce peu qu'il en diſoit, & il n'en reſtoit preſque plus aucune memoire, lorſqu'un accident très-funeſte l'a fait reparoître au jour. La Peſte de *Marſeille* ayant interrompu le commerce avec l'*Egypte*, il a fallu recourir aux *Hollandois* pour avoir du Sel Armoniac, & ils nous ont envoyé de ces pains de Sucre que l'on ne connoiſſoit plus. Ils le tirent certainement des *Indes Orientales*. M. *Geoffroi* n'a pas manqué d'appliquer ſon idée de la ſublimation à ces Pains des *Indes*, qui ſont des Cones tronqués vers le ſommet, & en partie creux. Leur figure s'accommodoit bien

* V. les M. p. 304. † P. 62. & ſuiv.

mieux à cette idée que celle des Pains d'*Egypte*. Juſqu'ici les uns & les autres étoient des eſpeces d'Enigmes, que les *Egyptiens* & les *Indiens* nous envoyoient, comme autrefois les Rois de ces mêmes Païs-là s'en envoyoient de veritables, pour faire aſſaut d'eſprit & de penetration.

Les *Anglois* nos Voiſins nous donnoient auſſi à deviner une autre Enigme de leur façon, tirée encore du Sel Armoniac. C'eſt ce qui s'appelle *Sel d'Angleterre*. Il a toute la vogue que peut avoir en ce Païs-ci une drogue étrangere. Au lieu de l'odeur urineuſe, & preſque inſupportable du Sel Armoniac, il en a une qui ſans être moins penetrante eſt agreable, & aromatique. La grande ſingularité eſt qu'il eſt en forme ſeche & ſolide, & qu'il doit avoir été tiré du Sel Armoniac ſous cette forme en grande quantité, car ſans cela il ne s'en pourroit pas faire un débit ſi conſiderable. D'ailleurs il en eſt beaucoup plus commode pour l'uſage. Juſqu'ici nos Chimiſtes ne s'étoient guere appliqués qu'à tirer du Sel Armoniac ſon Eſprit, c'eſt-à-dire une liqueur où nageoient ſes Alkali volatils dégagés de leurs Acides. Le Sel d'*Angleterre* eſt bon pour les vapeurs & pour les défaillances, & on le porte ſur ſoi dans de petits flacons.

Malgré le nom qu'on lui donne, il y a long-temps que ce Sel étoit connu des Chimiſtes. M. *Lémeri* en avoit parlé dès les premiéres Editions de ſon *Cours de Chimie*, & M. *Tournefort* a dit dans nos Memoires de 1700 * que de 15 onces de Sel Armoniac

* P. 90.

niac il en tiroit 10 de Sel volatil outre 3 onces d'Eſprit, c'eſt-à-dire 10 onces de Sel volatil en forme ſeche.

M. *Tournefort* étoit donc déja bien avancé, mais M. *Geoffroi* a été plus loin. De 16 onces de Sel Armoniac il en a tiré plus de 13 onces de Sel volatil en forme ſeche, & cela principalement parce qu'il a mêlé au Sel Armoniac ſur lequel il operoit une plus grande quantité d'intermede, qui eſt un Sel Alkali bien calciné. Cet intermede plus abondant écartoit davantage les unes des autres les parties du Sel Armoniac, qui avoient été auparavant bien purifiées, pulveriſées très-fin, & bien ſechées, de ſorte que toutes leurs ſurfaces ſe repreſentant ſeparément à l'action du feu, rien n'empêchoit qu'elles ne laiſſaſſent échaper tout ce qu'elles contenoient de volatil. Il y a de plus un certain tour d'operation que l'on verra, dont l'adreſſe vient du genie & de l'experience du Chimiſte.

En comptant l'Eſprit que M. *Geoffroi* a tiré outre le Sel en forme ſeche, & ce qui ſe perd & ſe diſſipe neceſſairement dans l'operation, il ſe trouve que ſur 16 onces de Sel Armoniac il y en a 15 de Sel Alkali, qui par conſequent ſe ſont liées à une once ſeulement de l'Acide du Sel Marin, qu'on avoit fait entrer dans la compoſition du Sel Armoniac, ainſi que nous le ſavons preſentement. Quinze parties d'Alkali ſur une d'Acide dans la compoſition d'un Sel concret ou moyen tel que l'Armoniac, ſont une doſe étonnante, & qui ne ſe trouve

peut-être que dans ce ſeul Mixte ; mais cela même rend bien raiſon pourquoi le Sel Armoniac mis ſur une pelle rouge s'en va tout en fumée : ſes deux principes, l'Acide & l'Alkali, n'ont preſque pas de liaiſon, parce que l'un eſt en trop grande quantité par rapport à l'autre.

Quant à l'odeur agreable que les *Anglois* donnent à leur Sel, ce n'eſt pas la peine de s'y arrêter, elle vient de quelques Plantes aromatiques. M. *Geoffroi* donne dans tout le détail la compoſition de ce Sel telle qu'il l'a découverte, & qu'il la pratique. Le genie *François* n'eſt pas myſterieux, même en Chimie.

BOTANIQUE.

M. *Marchant* a donné la Deſcription du *Chamædrys maritima, incana, fruteſcens, foliis lanceolatis. I. R. H.* 205. *Marum Cortuſi. J. B. T.* 3. 242. *Majorana Syriaca vel Cretica. Caſp. Bauh. Pin.* 224.

Et du *Trachelium azureum, umbelliferum. Pon. Bald. Ital.* 44. *Cervicaria Valerianoïdes, cærulea. Caſp. Bauh. Pin.* 95.

NOus renvoyons entierement aux Memoires

* L'Ecrit de M. *Marchant* ſur l'établiſſement d'un nouveau Genre de Plante, qu'il appelle *Ricinocarpos*.

* V. les M. p. 243.

ALGEBRE.

SUR LE CALCUL DES DIFFERENCES finies, & des Sommes des Suites.

CETTE matiére a déja été traitée en 1717 d'après M. *Nicole* ‡. Il rend preſentement ſa Theorie plus generale, & l'étend à de nouvelles Suites dont les conditions ſont moins bornées. Non ſeulement nous allons le ſuivre dans cette augmentation qu'il donne à ſa Recherche, mais pour répandre plus de lumiére ſur le tout, nous remonterons juſqu'aux idées fondamentales, que nous éclaircirons plus qu'elles ne l'avoient été.

Si la premiére Ordonnée d'une Courbe eſt nulle ou zero, il eſt très-clair qu'une Ordonnée quelconque ſuivante eſt la ſomme des differences de toutes les Ordonnées qui la précédent, c'eſt-à-dire, la ſomme de toutes les grandeurs dont chaque Ordonnée a crû au deſſus de la précédente. Ainſi dans une Suite d'Ordonnées croiſſantes qui commence par zero, toute Ordonnée eſt la ſomme de tout ce qu'il y a eû de differences

* V. les M. p. 26. & 253. † P. 48. & ſuiv.

ces juſqu'à elle incluſivement. Que ces differences ſoient finies ou infiniment petites, la propoſition ſubſiſte également. Si elles ſont finies, la 1re Ordonnée finie, qui n'eſt que la 2de Ordonnée, puiſque la 1re eſt zero, eſt la ſomme d'elle-même qui eſt la difference de zero à elle; la 2de Ordonnée finie, qui eſt la 3me, eſt la ſomme de la 2de Ordonnée entiere, & de la difference dont la 3me ſurpaſſe cette ſeconde, & toûjours ainſi de ſuite. Si les differences ſont infiniment petites, comme on les conçoit dans la Geometrie moderne, il n'y a rien de changé, ſeulement toute Ordonnée finie eſt la ſomme d'une infinité de differences.

Ce que l'on vient de dire d'une Suite croiſſante d'Ordonnées qui commence par zero, s'applique de ſoi-même à une Suite décroiſſante, qui ſe terminera par zero. Il n'y a que ce ſeul changement, l'Ordonnée qui dans le 1er cas étoit la ſomme de toutes les differences des Ordonnées précedentes juſqu'à elle incluſivement, eſt dans le 2d cas la ſomme des differences de toutes les Ordonnées ſuivantes, car pour rendre la Suite croiſſante, au lieu qu'elle étoit décroiſſante, il n'a fallu que la concevoir renverſée.

Cette condition, que la Suite croiſſante, car il ſuffit de la conſiderer, commence par zero, eſt abſolument neceſſaire, afin qu'une Ordonnée quelconque ſoit la ſomme des differences de toutes les Ordonnées précedentes, & ne ſoit ni plus ni moins. Si la premiére Ordonnée de la Courbe n'eſt pas zero, ou infiniment petite, mais finie, ou, ce qui vient au même, ſi on ne conſidére

dans la Courbe qu'une Suite d'Ordonnées qui ne commence qu'après le point où il y en auroit une nulle, une Ordonnée quelconque de cette Suite ſera bien encore la ſomme des differences de toutes les Ordonnées précedentes, mais elle contiendra de plus une grandeur égale à la premiére Ordonnée finie par laquelle on aura commencé la Suite; ainſi la ſomme des differences ſera égale à cette Ordonnée moins la premiére. Si au contraire la Suite dont il s'agit commence par quelque Ordonnée qui ſoit avant l'Ordonnée nulle, après quoi elle continuera à l'ordinaire par les Ordonnées croiſſantes, une Ordonnée quelconque d'entre ces croiſſantes ſera la ſomme des differences de toutes les Ordonnées précedentes juſqu'à zero, mais non pas des differences des Ordonnées qui auront précedé zero; ainſi la ſomme des differences de toutes les Ordonnées poſées & que l'on veut conſiderer, ſera égale à cette Ordonnée, plus la ſomme des differences des Ordonnées qui auront précedé zero ou l'Ordonnée nulle.

Par le calcul differentiel on a toûjours la difference infiniment petite d'une Ordonnée quelconque d'une Courbe, & cette difference qui eſt la quantité dont cette Ordonnée ſuppoſée ici croiſſante, ſurpaſſe celle qui la précede, eſt une partie infiniment petite de l'Ordonnée. *Integrer* une quantité, c'eſt trouver par une partie infiniment petite quel eſt le tout fini, en déterminer la valeur. Quand on integre la difference infiniment petite d'une Ordonnée, on a donc cette Ordonnée ou la ſomme exacte des differen-

ferences de toutes les Ordonnées précedentes dans le cas où cette ſomme & l'Ordonnée ſont exactement égales, & ſi elles ne ſont pas dans ce cas, qui eſt celui où la Suite a commencé par zero, on voit aiſément, en ſuppoſant une premiére Ordonnée nulle, ce qu'il faut ajoûter à la ſomme trouvée des differences, ou en retrancher.

C'eſt par cette Methode que l'on détermine la Quadrature des Courbes, ou les eſpaces finis renfermés entre ces Courbes & des droites. On prend les differences de ces eſpaces, ou les eſpaces infiniment petits dont ils croiſſent à chaque inſtant, & on les integre quand l'integration eſt poſſible, car on ne ſait que trop qu'elle ne l'eſt pas toûjours, du moins juſqu'à preſent.

Nous avons dit en 1717 comment toutes ces idées qui ont pris naiſſance dans le Syſtême de l'Infini ont été tranſportées au Fini, d'abord par M. *Taylor*, grand Géometre *Anglois*, & après lui par M. *Nicole*. Une Suite quelconque formée de nombres finis étant poſée, chacun de ces nombres eſt la difference finie dont la ſomme totale de la Suite augmente toûjours, & par conſequent chaque nombre conçû comme une difference, étant integré, ſera égal à la ſomme de toutes les differences précedentes de la ſomme totale, c'eſt-à-dire à la ſomme de tous les nombres qui l'auront précedé, ſuppoſé que la ſuite ait commencé par zero, ce qui eſt une très-belle Methode pour avoir la ſomme de tel nombre de termes qu'on voudra d'une Suite.

Mais cette Methode n'eſt pas appliqua-

ble à toutes ſortes de Suites. Il faut que chaque terme en puiſſe être exprimé d'une maniére generale & Algebrique, & il faut que cette expreſſion, puiſqu'on la conçoit comme l'expreſſion d'une difference, puiſſe être integrée. Or cela demande deux conditions, ainſi que nous l'avons dit. 1°. Que les termes de Suites ſoient formés par un produit. 2°. Qu'il n'entre dans ce produit qu'une ſeule grandeur indéterminée, qui croiſſe toûjours d'une même quantité, c'eſt-à-dire, que les nombres multiplians ou *facteurs* qui compoſeront un terme quelconque de la Suite, ſeront la grandeur indéterminée, la même plus la quantité conſtante dont elle croît, la même plus deux fois la quantité conſtante, &c. Car cela peut aller ſi loin qu'on voudra, & le produit qui fait un terme quelconque de la Suite peut avoir un nombre quelconque de facteurs. Quand on détermine la grandeur indéterminée, c'eſt-à-dire, qu'on lui donne ſucceſſivement les valeurs des nombres naturels, 1, 2, 3, &c. on a les differens termes conſecutifs de la Suite. Le premier eſt celui où la grandeur indéterminée eſt 1.

La grandeur indéterminée aſſujettie à croître toûjours d'une quantité conſtante dans les differens facteurs, qui forment chaque produit ou terme de la Suite, n'eſt pas aſſujettie pareillement à ne croître que de cette même quantité quand elle paſſe d'un terme à l'autre. Elle peut croître de toute autre quantité dans ce paſſage, pourvû que dans chaque paſſage ce ſoit toûjours la même quantité. Ainſi il peut y avoir deux

diffe-

differentes quantités conſtantes, l'une dont la grandeur indéterminée croît dans chaque facteur d'un même terme, l'autre dont elle croît d'un terme à l'autre. Cela fait deux cas, dont le plus ſimple eſt celui où les deux quantités conſtantes ſont la même. C'eſt ce cas-là que M. *Nicole* a donné en 1717. Une infinité de Suites croiſſantes qu'on peut former à ſon gré en obſervant les conditions requiſes, lui apartiendront, & par conſequent on aura les ſommes de tel nombre fini de leurs termes qu'on voudra depuis leur origine. Il eſt à remarquer qu'entre toutes ces Suites ſont celles de tous les Nombres figurés poſſibles, & c'eſt ce que nous allons faire voir.

La Suite des Nombres naturels étant poſée, les Nombres qui commençant par 1 auroient pour 1re difference le 2d des naturels, ou 2, & enſuite tous les autres pour differences conſecutives, ſeront les Triangulaires. Ils ſont cette Suite 1, 3, 6, 10, &c. De même ceux qui commençant par 1 auront pour 1re difference le 2d des Triangulaires, ou 3, & enſuite tous les autres pour differences conſecutives, ſeront les Pyramidaux, 1, 4, 10, 20, &c. De la même maniére ſe formeront les Triangulo-pyramidaux, qui commençant par 1 auront pour 1re difference 4, le 2d Pyramidal, & enſuite tous les autres Pyramidaux pour differences. On voit qu'il ſe formera ainſi des Nombres figurés ſans fin. On les appelle Nombre du 1er ordre, du 2d, du 3me, &c. en comptant les Naturels pour ceux du 1er.

Mais on ne peut donner aux Naturels le nom de figurés.

Si l'on forme de ſuite des produits des nombres Naturels pris deux à deux, c'eſt-à-dire que l'on multiplie 1 par 2, 2 par 3, 3 par 4, &c. & que l'on diviſe chacun de ces produits par 2, on aura la Suite des nombres Triangulaires. De même ſi l'on multiplie de ſuite les Naturels pris trois à trois, c'eſt-à-dire qu'on faſſe le produit de 1, 2, & 3, celui de 2, 3 & 4, celui de 3, 4 & 5, &c. & qu'on diviſe chacun de ces produits par 6, on aura la Suite des Pyramidaux. On aura la Suite des Triangulo-pyramidaux en formant pareillement des produits Naturels pris quatre à quatre, la difficulté ne peut être que de ſavoir quel ſera le diviſeur commun de ces produits; mais il ſaute aux yeux que ce diviſeur commun ſera égal au 1e produit, c'eſt-à dire ici 24. Il en ira toûjours ainſi de tous les nombres figurés à l'infini.

On aura donc une infinité de Suites dont chaque terme ſera un produit formé d'un certain nombre de facteurs qui croîtront d'une même quantité conſtante, & où de plus d'un terme à l'autre les premiers facteurs comparés entr'eux croîtront encore d'une quantité conſtante, qui ſera la même que la premiére. Quant au diviſeur commun de tous les produits ou termes, il ſera fort aiſé d'en tenir compte. Ainſi toutes les Suites de nombres figurés ſont telles que par la Methode de M. *Nicole* on peut avoir les ſommes d'un nombre quelconque fini de

de leurs termes à commencer par le premier.

Si les produits formés, comme on vient de dire, ne ſont pas diviſés par le diviſeur commun que demande chaque ordre de nombres figurés, ce ſeront d'autres Suites de nombres qui n'en apartiendront que de plus près à la Methode de M. *Nicole*.

Toutes les ſuites qui y apartiennent peuvent être réduites en Suites de nombres rompus, il n'y a qu'à donner à tous leurs termes qui deviendront Dénominateurs, un même Numerateur conſtant. Mais alors elles ſont décroiſſantes, & leur dernier terme infiniment petit, ou zero. Ainſi les ſommes en general étant toûjours priſes depuis zero juſqu'à un terme fini quelconque, celles-là comprennent la partie infinie de la Suite qui eſt du côté de ſon extrêmité, au lieu que les autres n'en comprenoient qu'une partie finie du côté de ſon origine. Les premiéres ſommes ne l'étoient que d'un nombre fini de termes, ces ſecondes le ſont d'un nombre infini, ce qui les rend & plus curieuſes, & d'un uſage beaucoup plus grand en Géometrie.

Le terme fini d'où l'on prend la ſomme de la Suite fractionnaire juſqu'à zero ſon dernier terme, peut auſſi-bien être le premier terme que tout autre, & par conſequent on a la ſomme de la Suite entiére. On a d'ailleurs la ſomme de cette Suite depuis tel terme que l'on veut, par exemple, depuis le 10me juſqu'à zero, ainſi en ôtant cette ſomme totale, on aura celle des 10 premiers termes, & de tout autre nombre fini de ſes termes.

Les

Les ſommes des Suites fractionnaires conditionnées ſelon que la Methode l'exige, ſont neceſſairement finies, quoi-qu'elles ſoient ſommes d'une infinité de termes.

Puiſque les produits des nombres Naturels pris deux à deux, & diviſés par 2, pris trois à trois, & diviſés par 6, &c. ſont des Suites de nombres figurés, il n'y a pour les changer en ſuites dont les nombres figurés ſoient les dénominateurs, qu'à leur donner pour numerateur conſtant, ou 2, ou 6, &c. enfin le nombre que nous avons trouvé pour diviſeur commun à chaque ordre de figurés.

Afin que ces Suites fractionnaires ſoient compriſes dans la Methode de M. *Nicole*, il n'eſt point abſolument neceſſaire que leur numerateur ſoit conſtant, il ſuffit que les numerateurs ſoient auſſi-bien que les dénominateurs des nombres formés comme la Methode le preſcrit pour les Suites de nombres entiers. Mais ces eſpeces de Suites fractionnaires ne ſeront pas toûjours *ſommables*, c'eſt à-dire que le nombre infini de leurs termes n'aura pas toûjours une ſomme finie, & dont on puiſſe déterminer la valeur; quelquefois il en aura une infinie, que l'on ne pourra par conſequent déterminer. Ainſi ſi une Suite fractionnaire a pour numerateurs les nombres Triangulaires, & pour déterminateurs les Pyramidaux correſpondans, elle ne ſera point ſommable, & ſa ſomme ſera infinie. Mais ſi à ces mêmes nombres Triangulaires on donne les Triangulo-pyramidaux pour dénominateurs, la Suite ſera ſommable, & en general une Suite fractionnaire

dont

dont les numerateurs ſeront des nombres figurés d'un ordre quelconque, & les dénominateurs des figurés d'un ordre ſuivant, ne ſera point ſommable quand les deux ordres ſeront immédiatement conſecutifs, & hors de-là le ſera toûjours.

En 1717 M. *Nicole* ne paſſa point le cas ſuppoſé juſquici, où d'un terme à l'autre de la Suite la grandeur indéterminée croît de la même quantité conſtante, dont les facteurs d'un même terme croiſſent entr'eux. Maintenant il étend ſa Théorie au cas où cette quantité conſtante dans l'étenduë de chaque terme, n'eſt plus la même dans le paſſage d'un terme à l'autre, quoi-que toûjours la même dans chaque paſſage. Tels ſont ces nombres 15, 48, 99, &c. Car le 1er eſt le produit de 3 & de 5, le 2d celui de 6 & de 8, le 3me celui de 9 & de 11, où l'on voit que 3 & 5 facteurs du 1er terme, 6 & 8 facteurs du 2d, 9 & 11 facteurs du 3me croiſſent toûjours entr'eux de la quantité 2, mais 3 premier facteur du 1 terme croît de la quantité 2 pour devenir 6 premier facteur du 2d terme, 6 croît auſſi de 3 pour devenir 9 premier facteur du 3me terme, ce qui peut être continué à l'infini.

Cette Methode devenuë plus vaſte demande auſſi plus de calcul, mais le même eſprit, & les mêmes principes y regnent toûjours. Elle comprend neceſſairement l'autre qui eſt plus ſimple, & pour l'y ramener il n'y a qu'à ſuppoſer égales les deux quantités qui doivent être toûjours conſtantes.

Si la quantité conſtante dont croiſſent les facteurs d'un même terme eſt nulle, alors ce

ce terme qui n'eſt plus qu'une même grandeur multipliée par elle-même un certain nombre de fois, eſt un quarré, s'il a deux facteurs, un cube, s'il en a trois, &c. Et ſi en même temps la quantité conſtante, qui doit être dans le paſſage d'un terme à l'autre, ſubſiſte, on a une Suite dont les termes ſont ou des quarrés, ou des cubes, &c. de nombres éloignés entr'eux d'un intervalle égal à cette quantité conſtante. Par exemple, ſi elle eſt 3, on a une Suite dont les termes ſont ou les quarrés, ou les cubes, &c. de 1, de 4, de 7, de 10, &c. Si elle n'eſt que 1, on a les puiſſances quelconques conſecutives des nombres naturels. Or par la Methode de M. *Nicole* on a l'expreſſion generale Algebrique de la difference des termes de la Suite, on a donc celle de la difference qui eſt entre les mêmes puiſſances des nombres Naturels éloignés entr'eux de tel intervalle toûjours égal qu'on voudra, & conſecutifs, ſi l'on veut. On a auſſi par la même Methode la ſomme d'un nombre fini quelconque des termes d'une Suite, depuis tel nombre fini excluſivement qu'on a voulu choiſir juſqu'au premier incluſivement, on a donc les ſommes d'un nombre fini quelconque de puiſſances des nombres Naturels, ſoit conſecutifs, ſoit éloignés entr'eux d'un intervalle égal quelconque. On voit aſſez que cette détermination, toute vaſte qu'elle eſt, n'eſt qu'un cas particulier de la Methode modifiée, & reſtrainte.

Toutes les Suites compriſes dans la ſeconde ſuppoſition de M. *Nicole*, & telles que

que l'on peut avoir leur difference Algebrique, & l'integrer, ce qui donne des ſommes, ne ſont pas pour cela telles qu'étant devenues fractionnaires elles ſoient ſuſceptibles des mêmes operations, & qu'on puiſſe en avoir les ſommes à la maniére des Suites fractionnaires. Le changement qu'elles ont reçû apporte des limitations à leur capacité d'être ſommées. Ce n'eſt pas qu'en leur donnant un numerateur conſtant, elles ne vinſſent toutes ſans exception à avoir des ſommes finies, mais ſouvent on n'en pourroit pas déterminer la valeur. quoi-que finie. Ainſi les quarrés des nombres Naturels étant réduits en fractions dont 1 ſera toûjours le numerateur, la ſomme de cette Suite eſt certainement finie, mais inconnuë. Il en va de même des autres puiſſances des nombres naturels. Le calcul par lequel M. *Nicole* trouve des formules generales de la difference & de l'integration des Suites fractionnaires de ſa ſeconde ſuppoſition eſt trop long, trop recherché, trop veritablement calcul, pour nous permettre d'y entrer.

SUR UNE METHODE

pour la transformation des Nombres Irrationels en Rationels.

LEs Nombres irrationels ſont des Racines quelconques de Nombres qui ne ſont point les Puiſſances correſpondantes à ces

*V. les M. p. 78.

à ces Racines. Ainſi les racines quarrées ou 2des de 2, de 3, de 5, &c. qui ne ſont point des quarrés, ou des puiſſances 2des, les racines cubiques ou 3mes de 2, de 3, de 4, de 5, &c. qui ne ſont point des cubes, ou des puiſſances 3mes, les racines 4mes, 5mes, 6mes, &c. à l'infini de 2, de 3, de 4, de 5, &c. ſont des nombres irrationels. Il n'y a que peu de nombres qui ſoient quelque puiſſance, & ces nombres-là fourniſſent chacun autant de nombres irrationels, qu'il leur manque de puiſſances, c'eſt-à-dire une infinité. A plus forte raiſon, les nombres qui ne ſont aucune puiſſance. De-là vient que dans les calculs ſcientifiques on rencontre beaucoup plus de nombres irrationels, que de rationels.

Les irrationels ſont naturellement inintelligibles à l'Eſprit humain, au lieu que les autres ſont l'objet de ſes plus claires idées. On ne ſait ce que c'eſt que la racine 2de, 3me, 4me, &c. de 2, on ſait ſeulement qu'elle eſt plus grande que 1, & moindre que 2, & d'autant moins au deſſus de 1, & plus au deſſous de 2, qu'elle eſt d'une dénomination plus élevée. Auſſi les Anciens n'ont-ils point reconnu les nombres irrationels pour de veritables nombres, ils les évitoient avec beaucoup d'art dans leurs ſolutions de Problêmes, qu'ils n'euſſent pas crûes legitimes, ſi elles n'euſſent abouti qu'à leur en donner, mais les Modernes plus hardis, ou forcés enfin à les admettre, parce qu'ils les rencontroient trop ſouvent, les ont reçûs, & ſoumis au Calcul comme les autres, autant que leur nature l'a pû permettre. Nous

n'al-

n'allons traiter que des Irrationels, qui ſont des racines quarrées, & par le mot de racine nous n'entendrons ici que celle qui eſt quarrée.

Puiſque l'on ne peut avoir la valeur préciſe d'un Irrationel, & que l'on ſait ſeulement entre quelles limites il eſt compris, tout ce qu'on peut faire eſt d'approcher de cette valeur inconnuë par des nombres rationels qui ſoient au deſſous, mais le moins au deſſous qu'il ſe pourra, ou au deſſus, mais le moins au deſſus. La racine de 2 eſt 1, plus quelque quantité, mais quelle quantité? Voici comme on s'y prend pour le déterminer autant qu'on le peut. 2 étant pris ici pour un quarré, il eſt certain que ſi on le multiplie par un veritable quarré, tel que 100, par exemple, le produit ſera un quarré imparfait, que la racine de ce nouveau quarré ſera plus grande que n'étoit celle de 2, & que diviſée par 10, racine de 100, elle donnera une fraction qu'il faudra ajoûter à 1 pour avoir une racine de 2 plus grande que 1. On tire donc la racine de 200, racine imparfaite, puiſque 200 n'eſt pas quarré. Cette racine eſt 14, ou 10 plus 4, & cette grandeur diviſée par 10 eſt 1 plus $\frac{4}{10}$, & $\frac{4}{10}$ $\frac{2}{5}$ eſt ce qu'il faut ajoûter à 1 pour approcher plus de la racine de 2 en deſſous que 1 n'en approchoit.

En effet le rapport de 1 à la racine préciſe & inconnuë de 2 eſt tel, que le quarré de 1, qui eſt 1, eſt la moitié du quarré de cette racine, & par conſequent ſi l'on avoit deux nombres rationels tels que le quarré de l'un fût la moitié du quarré de l'autre, on auroit

le

le rapport exact de 1 à la racine de 2, mais puiſque ce rapport exact ne ſe peût trouver, ces deux nombres ne ſe peuvent trouver non plus, ſeulement en pourra-t-on trouver deux dont les quarrés approchent du rapport cherché. Or c'eſt ce qui ſe voit dans la grandeur $1\frac{2}{5}$, ou $\frac{7}{5}$ qu'on vient de déterminer, car il ne s'en faut qu'une unité que 49quarré de 7 ne ſoit double de 25 quarré de 5, deſorte que le rapport de 5 à 7 repreſente à très-peu près celui de 1 à la racine de 2.

Mais cet *à très-peu près* n'empêche pas qu'on ne puiſſe encore approcher davantage du rapport de 1 à la racine de 2. Au lieu de multiplier comme on a fait dans l'operation précedente 2 par 100, il n'y a qu'à le multiplier par 10000, autre quarré dont la racine eſt 100, & la racine de 20000 qui ſera 141, diviſé par 100, marquera que la racine de 2 eſt 1 plus $\frac{4}{10}$ plus $\frac{1}{100}$, deſorte que par la ſeconde operation on s'eſt approché de $\frac{1}{100}$ de plus qu'on n'avoit fait par la premiére.

En multipliant encore 20000 par 100, & en operant de même, on aura une nouvelle fraction plus petite que $\frac{1}{100}$, qu'il faudra ajoûter aux deux déja trouvées, & par la repetition continuelle des operations, le nombre de ces fractions décroiſſantes augmentera toûjours, ſans que jamais leur ſomme puiſſe venir à faire un nombre rationel qui ajoûté à 1 ſoit la racine préciſe de 2, ou ait ſon quarré égal à 2.

Ce ſont là les approximations à l'infini connuës de tous les Geometres, mais M. de

de *Lagni* les trouve défectueuſes par plus d'un endroit. Elles ne ſe font que par des extractions de racines, & ces operations tâtonnent neceſſairement auſſi-bien que les Diviſions, dont elles ſont une eſpece, car toutes les fois qu'on a mis un Quotient trop fort, ce qui arrive ſouvent, on eſt obligé de le réduire, & de le réduire au hazard, puiſque quelquefois on le réduit encore, or, ſelon M. de *Lagni*, tout tâtonnement dans des operations preſcrites par des méthodes eſt indigne de la Science Mathematiques. Mais ce qu'il y a de pis dans les approximations uſitées, c'eſt que les fractions décroiſſantes, que l'on trouve toûjours à chaque operation, ne ſuivent aucune regle. Leurs dénominateurs ſont, à la verité, reglés par la progreſſion 10, 100, 1000, &c. mais les numerateurs ne le ſont, ni ne le peuvent être en aucune maniére, ce qui fait que les fractions mêmes ne peuvent ſe déterminer qu'une à une, & ne forment point de Suite ou de Serie Algebrique, qui ſoit un objet de Science.

On s'eſt apperçû, il y a déja quelque temps, que ces nombres fractionnaires $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{17}{12}$, $\frac{41}{29}$, &c. repreſentent chacun, quoi-qu'imparfaitement, ainſi qu'il eſt inévitable, le rapport de 1 à la racine de 2. On l'a déja vû ſur $\frac{7}{5}$, & on le verra de même ſur les autres. Ils ſont tous tels que le quarré du plus grand eſt double du quarré du plus petit à une unité près, qu'il a de trop ou de trop peu, & cela alternativement, c'eſt-à-dire, que dans le 1er terme qui eſt $\frac{1}{1}$ le quarré de 3 ayant une unité de plus que le double du

quarré

quarré de 2, il arrive dans $\frac{17}{12}$, 24 terme, que le quarré de 7 a une unité de moins que le double du quarré de 5, & toûjours ainſi de ſuite.

L'unité étant donc toûjours l'excès ou le défaut du plus grand quarré, il eſt évident que plus ce quarré eſt grand, plus elle eſt petite par rapport à lui, & par conſequent que $\frac{7}{5}$ aproche plus du rapport cherché que $\frac{1}{2}$, $\frac{17}{12}$ plus que $\frac{7}{5}$, &c. De ſorte qu'en continuant toûjours ces nombres, ſi on le peut, on aura toûjours une expreſſion rationelle plus approchée du rapport de 1 à la racine de 2.

Or on peut les continuer à l'infini, le 1er ſeul, ou un autre quelconque étant donné. Car ſi c'eſt $\frac{3}{2}$, par exemple, on trouvera le dénominateur du ſuivant en ajoûtant le numerateur 3, & le dénominateur 2 de $\frac{3}{2}$, & pour avoir le numerateur qui doit répondre au nouveau dénominateur trouvé 5, il faut ajoûter ce dénominateur 5 au dénominateur 2 du terme précedent, & toûjours de même à l'infini. M. de *Lagni* met cela très-aiſément en une formule Algebrique generale, & l'on a une Suite très-reguliére, formée par la ſeule addition, ſans aucune operation tâtonneuſe, & où les termes raprochent toûjours de plus en plus du rapport de 1 à la racine de 2.

Ce que M. de *Lagni* a fait ſur cette racine de 2, il le fait enſuite ſur celle de 3. Son rapport à 1 peut être repreſenté par ces nombres fractionnaires $\frac{2}{1}$; $\frac{5}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{12}{11}$, &c. car le quarré de 2 ſurpaſſe d'une unité le triple du quarré de 1, le quarré de 5 eſt de

de deux unités moindre que le triple du quarré de 3, & ainſi de ſuite, de ſorte que le quarré du plus grand nombre eſt toûjours alternativement plus grand d'une unité & moindre de deux unités qu'il ne faudroit. Cette difference des quarrés excedants & défaillans n'étant pas la même, il faut faire deux Suites, dont l'une ſera $\frac{2}{1}$, $\frac{7}{4}$, &c. l'autre $\frac{5}{3}$ $\frac{19}{11}$, &c. Et M. de *Lagni* donne pour chacune une formule generale, qui eſt la même, mais qui ne peut ſervir que pour chacune en particulier, & non pour les deux miſes enſemble, comme nous les avons d'abord expoſées. La loi ou formule de chacune de ces Suites eſt qu'un terme précedent, tel que $\frac{2}{1}$ étant donné, le numerateur du ſuivant eſt le double du numerateur de ce précedent ajoûté au triple de ſon dénominateur, & le dénominateur du ſuivant eſt le numerateur du précedent ajoûté au double de ſon dénominateur. Les termes ſe forment toûjours encore ici par la ſeule addition.

Le rapport du côté du Triangle équilateral inſcrit dans le Cercle au rayon eſt celui de la racine de 3 à 1. *Archimede* dans ſa Quadrature du Cercle a eu beſoin de ce rapport exprimé en nombres rationels, & il a choiſi $\frac{1351}{780}$, & $\frac{265}{153}$. Le quarré de 1351 eſt plus grand d'une unité que le triple du quarré de 780, & le quarré de 265 eſt moindre de deux unités que le triple du quarré de 153. Or il ſe trouve que ces deux nombres fractionnaires ſont compris dans les deux Suites de M. de *Lagni*, & par cette raiſon il ne croit pas qu'*Archimede* les ait pris au ha-

zard, quoi-que ſes Commentateurs les plus zelés n'ayent jamais eu la penſée de lui attribuer un choix ſi judicieux. Il eſt vrai qu'on ne peut guere rien préſumer de trop à la gloire d'un ſi grand & ſi rare genie.

M. de *Lagni* trouve enſuite les formules generales, qui appartiennent à la racine de 5, à celle de 6, de 7, &c. On voit bien que nous avons ſauté celle de 4, parce qu'elle eſt rationelle, mais quand toutes les formules des racines irrationelles, qui expriment chacune en particulier une Suite infinie, ſont diſpoſées ſelon leur ordre naturel, on s'aperçoit auſſi-tôt qu'elles ſont elles-mêmes une nouvelle Suite réguliere, où cependant il manque des termes dans certains intervalles, & ces intervalles ſont juſtement ceux où doivent être placées les racines rationelles, qui viennent d'elles-mêmes, pour ainſi dire, ſe ſoumettre à l'analogie generale.

Nous pourrons ici donner une Remarque ſur les racines quarrées irrationelles, que nous ne croyons pas qui ait encore été faite. Tous les nombres qui ſont la ſomme d'un quarré & de ſa racine, tels que 2, ſomme du quarré 1, & de ſa racine 1, 6 ſomme de 4 & de 2, 12 ſomme de 9 & de 3, 20, 30, 42, 56, &c. que j'appelle pour abreger, nombres *mi-partis*, ont neceſſairement leur racine quarrée irrationelle. Si l'on diſpoſe ces racines ſelon leur ordre naturel, celle de 2, de 6, de 12, &c. & que ſous elles on diſpoſe ſelon le même ordre les impairs, 3, 5, 7, &c. le rapport de 1 à chaque racine des mi-partis ſera exprimé par celui de

2 à

2 à l'impair correſpondant, de maniére que la difference ne ſera jamais que d'une unité, & toûjours en deſſus. Le rapport de 1 à la racine de 2 premiere racine des mi-partis, eſt tel que ces deux quantités étant quarrées, le quarré de la plus petite eſt la moitié du quarré de la grande; or le quarré de 2 eſt la moitié du quarré de 3, premier impair, à cela près que le quarré de 3 excede d'une unité le double du quarré de 2. Le rapport de 1 à la racine de 6, ſeconde racine des mi-partis, eſt tel que le quarré de la plus petite de ces grandeurs eſt contenu ſix fois dans le quarré de la plus grande, & le quarré de 2 eſt contenu 6 fois dans le quarré de 5 ſecond impair, ſi ce n'eſt que 25 excede 24 d'une unité. Le rapport de 1 à la racine de 12 eſt exprimé de la même maniére par celui de 2 à 7, &c. & il eſt très-aiſé de démontrer cette proprieté de ces Suites de Nombres.

Les rapports ſucceſſifs de 2 à tous les impairs, qui expriment ceux de 1 aux racines des mi-partis, ſont extrêmement approchés puiſqu'il n'y a dans les quarrés qu'une difference d'une unité, qui en emporte une bien moindre dans les racines dont il s'agit, & ces rapports ſont très-réguliers, puiſqu'on a toûjours la même difference, & toûjours du même côté.

Les nombres mi-partis ou leurs racines ſont dans la Suite naturelle des nombres, des points fixes par leſquels on peut juger des rapports de 1 aux nombres irrationnels intermediaires. Ainſi puiſque le rapport de

1 à la racine de 2, eſt celui de 2 à 3, & que celui de 1 à la racine de 6 eſt celui de 2 à 5, il faut que le rapport de 1 à la racine de 5 ſoit compris entre celui de 2 à 3, & celui de 2 à 5. Il faut que le rapport de 1 à la racine de 10 ſoit compris entre celui de 2 à 5, & celui de 2 à 7, & ainſi du reſte.

Mais il y a plus, & on l'apperçoit déja par ces exemples. Entre deux nombres mi-partis il y a toûjours neceſſairement un nombre quarré; entre 2 & 6 eſt 4, entre 6 & 12 eſt 9, &c. Le rapport rationel de 1 à la racine de ces quarrés eſt neceſſairement le même que celui de 2 au nombre moyen entre deux impairs. Le rapport de 1 à la racine de 4 eſt le même que celui de 2 à 4, qui eſt le nombre moyen entre 3 & 5. Le rapport de 1 à la racine de 2 eſt le même que celui de 2 à 6, nombre moyen entre 5 & 7, & toûjours ainſi. Par conſequent le rapport de 1 à la racine de 5 eſt compris entre celui de 2 à 4, & celui de 2 à 5; le rapport de 1 à la racine de 10 eſt compris entre celui de 2 à 6 & celui de 2 à 7. Dans ce même intervalle eſt compris auſſi le rapport de 1 à la racine de 11.

Le rapport rationel de 1 à la racine d'un quarré étant donc toûjours celui de 2 à un nombre pair, & le rapport de 1 à la racine du mi-parti qui ſuit ce quarré étant celui de 2 à l'impair qui ſuit le nombre pair poſé, les rapports de 1 à toutes les racines irrationelles des nombres qui ſont entre le quarré & le mi-parti ſuivant ſont compriſes

prises dans le même intervalle. Ainsi le rapport de 1 à la racine de 49 étant celui de 2 à 14, & le rapport de 1 à la racine de 56, mi-parti suivant, étant celui de 2 à 15, le rapport de 1 aux racines de 50, 51, 52, 53, 54 & 55 sont entre le rapport de 2 à 14 & celui de 2 à 15. Tous les rapports de 1 aux racines de 57, 58, 59, 60, 61, 62 & 63 sont compris entre celui de 2 à 15 & de 2 à 16.

Plus un quarré & le mi-parti qui le suit ou le precede sont grands, plus il y a entr'eux de nombres intermediaires, & comme en quelque nombre qu'ils soient ils partagent toûjours entr'eux un intervalle égal qui est celui du rapport de 2 à un nombre pair, & à l'impair suivant, il suit que cet intervalle est toûjours partagé en plus petites parties, & plus elles devront être petites, moins il y aura d'erreur à craindre en partageant cet intervalle également pour avoir les racines des nombres intermediaires. En divisant en 6 parties égales l'intervalle qui est entre 14 & 15, on aura des nombres dont le rapport à 2 exprimera assés exactement les rapports des racines de 50, 51, 52, 53, 54 & 55 à 1. Cela sera encore plus vrai ou plus sûr, quand les nombres intermediaires étant en plus grand nombre dans des intervalles toûjours égaux, ils y seront plus serrés, & les rapports moins differens.

On pourroit bien par quelques autres considerations diminuer encore le peu d'incertitude qui reste dans ces intervalles, & don-

ner quelques nouveaux points fixes ſans ſortir de cette petite Theorie, mais ce n'eſt pas la peine de la pouſſer plus loin, il ſembleroit qu'on auroit voulu lui donner plus de relief qu'elle n'en merite.

Pour revenir à M. de *Lagni*, il promet d'étendre aux racines 3mes, 4mes, &c. ce qu'il ne donne ici que ſur les 2des. Le tout ſe liera neceſſairement avec ce que nous avons déja rapporté d'après lui en 1722 * *ſur la Reſolution des Equations déterminées de tous les degrés*, car le plus ſouvent ces réſolutions ne ſe terminent qu'à des racines irrationelles quelconques, qui par les Methodes de M. de *Lagni* deviendront plus traitables, & en quelque ſorte moins inconnuës.

* P. 88. & ſuiv.

LEs combinaiſons des Carreaux de deux couleurs mi-partis par une Diagonale, qui ainſi que nous l'avons dit en 1721 * avoient été traitées avec ſuccès par le P. *Donat* Religieux Carme, l'ont été auſſi par le P. *Meliton* de *Perpignan* Capucin, ancien Profeſſeur en Theologie, & Gardien du Convent de *Perpignan*, qui a communiqué ſon Ouvrage à l'Academie. Elle y a trouvé beaucoup de travail & de methode. Il ajoûte à celui du P. *Donat* beaucoup de détail, & ce qui eſt conſiderable en cette matiére, & le principal objet de l'Au-

* P. 53.

l'Auteur, il détermine parmi un nombre innombrable d'arrangemens poſſibles de Carreaux le petit nombre de ceux qui forment les figures les plus agréables, & il en regle le choix. Il donne une pratique aiſée & très-methodique pour l'execution des divers deſſeins compoſés de ces figures.

GEOMETRIE.

SUR UNE PROPRIETE' DES POLYGONES. inſcrits ou circonſcrits au Cercle.

* M. *Saurin* examinant une prétenduë Quadrature du Cercle preſentée à l'Academie, découvrit dans les Polygones inſcrits & circonſcrits au Cercle une proprieté de même eſpece qu'une autre que l'on y connoiſſoit déja. Celle-ci eſt que ſi on a deux Polygones réguliers, l'un d'un nombre de côtés quelconque, & que j'appelle *ſimple*, l'autre d'un nombre de côtés double, & que j'appelle pour cette raiſon le Polygone *double*, on a toûjours en progreſſion geometrique continuë, le Polygone ſimple circonſcrit au Cercle, le double inſcrit, & le ſimple inſcrit, par exemple, le Triangle équilateral circonſcrit, l'Exagone inſcrit, & le Triangle inſcrit. Il eſt viſible qu'il s'agit des aires de ces figures, & tout le monde ſait qu'un Polygone circonſcrit a une aire plus grande que le Polygone ſemblable inſcrit, & que le circonſcrit a une aire

* V. les M. p. 121

aire d'autant plus grande par rapport à celle du Cercle qu'il a moins de côtés, & l'inſcrit au contraire une aire d'autant plus petite, d'où il ſuit que l'un & l'autre approchent d'autant plus de l'aire du Cercle qu'ils ont plus de côtés.

La nouvelle proprieté dûë à M. *Saurin* eſt que le Polygone ſimple circonſcrit, le double circonſcrit & le double inſcrit ſont en progreſſion harmonique, c'eſt-à-dire que le premier terme eſt au troiſiéme, comme la difference du premier au ſecond eſt à la difference du ſecond au troiſiéme. Tels ſeront donc le Triangle circonſcrit, l'Exagone circonſcrit, & l'Exagone inſcrit. M. *Saurin* l'a démontré en general d'une maniére très-aiſée & très-courte.

Selon l'idée d'*Archimede*, la plus naturelle, & même la plus lumineuſe de toutes celles qu'on peut jamais prendre pour la Quadrature du Cercle, ſi on conçoit un Polygone d'un nombre infini de côtés circonſcrit, & un autre ſemblable inſcrit au Cercle, le circonſcrit & l'inſcrit ſe confondent, leurs aires ſont égales, & la même que celle du Cercle. Cette confuſion ou cette identité ne ſe trouve que dans l'Infini, & nullement dans le fini, & quand on imagine qu'un Polygone circonſcrit ſe confond avec le ſemblable inſcrit, auquel cas l'un & l'autre devient le Cercle, on imagine ou l'on ſuppoſe neceſſairement que ce Polygone a une infinité de côtés.

Il ſuit de la premiére proprieté des Polygones que ſi dans la progreſſion geometrique qu'elle donne, on ſuppoſe les deux termes

extrêmes égaux, le moyen le ſera auſſi, c'eſt à dire qu'un Polygone d'une infinité de côtés étant égal au Cercle, ſoit circonſcrit ou inſcrit, un autre Polygone d'un nombre infini de côtés deux fois plus grand n'en ſera pas plus égal au Cercle, quoi-que dans le fini un Polygone approche d'autant plus d'être égal au Cercle qu'il a plus de côtés.

Il ſuit auſſi de la ſeconde proprieté qui donne une progreſſion harmonique, que ſi on y ſuppoſe les deux derniers termes égaux, le premier le ſera, c'eſt-à-dire qu'un Polygone d'une infinité de côtés étant égal au Cercle, un Polygone d'une infinité de côtés la moitié moindre, n'en ſera pas moins égal au Cercle. Ainſi dès qu'un Polygone a une infinité de côtés, il ne gagne rien & ne perd rien par rapport à ſon égalité avec le Cercle pour avoir plus ou moins de côtés.

Il eſt vrai cependant qu'on peut concevoir la choſe un peu autrement. Quand on imagine la confuſion d'un Polygone infini circonſcrit avec le ſemblable inſcrit, cette confuſion peut n'être pas une identité parfaite, mais laiſſer une difference infiniment petite qui ne ſera pas comptée. Alors il ſera toûjours conſtant que plus un Polygone infini aura un grand nombre infini de côtés, plus il approchera d'être exactement égal au Cercle, ou plus ſa difference infiniment petite avec le Cercle ſera petite. Elle paſſera même par tous les ordres d'infiniment petit ſans arriver jamais à être abſolument nulle, ce qui fait qu'il eſt inutile de la conſiderer, & qu'il ſuffit de concevoir le Polygone égal

au

au Cercle comme ayant le moindre nombre infini poſſible de côtés.

De ce qui a été dit ſur les deux progreſſions, l'une geometrique, l'autre harmonique, il ſuit que plus le Polygone ſimple a de côtés, plus les rapports de l'une & de l'autre progreſſion ſont petits. Par exemple, ſi l'on a ces deux progreſſions geometriques, l'une, le Triangle circonſcrit, l'Exagone inſcrit, le Triangle inſcrit, l'autre, le Quarré circonſcrit, l'Octogone inſcrit le Quarré inſcrit, les rapports de la 2de ſont moindres que ceux de la 1re, c'eſt-à-dire que le Quarré circonſcrit n'eſt pas ſi grand par rapport à l'Octogone inſcrit que le Triangle circonſcrit par rapport à l'Exagone inſcrit, &c. Ces rapports doivent toûjours aller en diminuant puiſqu'on a vû que les termes de ces progreſſions arrivoient enfin à l'égalité. Il en va de même, & par la même raiſon, de la progreſſion harmonique de M. *Saurin.*

SUR L'UNIVERSALITE' DES FIGURES.

ON voit du premier coup d'œil qu'il doit y avoir plus de Quadrilateres poſſibles que de Triangles, plus de Pentagones réguliers ou irréguliers que de Quadrilateres, &c. parce que dans la combinaiſon qui doit former tous les Quadrilateres, il entre plus d'Elemens, c'eſt-à-dire ici plus de côtés & d'angles changeans ou variables, qu'il n'en entre dans la combinaiſon qui forme les

Triangles, & ainſi des autres Polygones à meſure qu'ils ont plus de côtés, & par conſequent d'angles. On voit auſſi que chacune de ces Eſpeces de figures doit en contenir une infinité, mais une infinité plus grande ſelon le Polygone, & apparemment même d'un ordre ſuperieur. C'eſt ce que M. *Saulmon* appelle l'*Univerſalité des figures*, & il s'agit de la déterminer.

Si l'on ſuppoſe que l'on ait la plus petite ligne finie poſſible, & qu'enſuite elle augmente toûjours également, elle deviendra ſucceſſivement une infinité de droites differentes, & enfin ſera une droite infinie. C'eſt préciſément la même choſe que la Suite des nombres Naturels. Cet infini qui comprend toutes ces droites eſt un Infini du 1er ordre. Il eſt vrai que l'on n'a pas la plus petite droite poſſible, & qu'avant celle qu'on a ſuppoſée, il y en a une infinité; il eſt vrai de plus qu'au lieu des accroiſſemens toûjours égaux qu'on ſuppoſe qu'elle prend, elle en pourroit prendre une infinité de differens à chaque pas, de la même maniére qu'entre deux nombres conſecutifs quelconques de la Suite naturelle, il peut y en avoir une infinité, ce qui multiplieroit infiniment le nombre des termes de la Suite naturelle, & celui des droites, mais il n'importe, comme les droites ne ſont ſuſceptibles d'aucune compoſition, leur Infini eſt le moindre que l'on puiſſe conſiderer en cette matiére, & il eſt toûjours en ce ſens le 1er Infini, ou Infini du 1er ordre.

Il en va de même de toutes les figures, qui quoi-que compoſées d'Elemens, ne le ſont

ſont que d'Elemens qui ne varient que d'une ſeule façon. Tels ſont tous les Triangles ſemblables à un Triangle quelconque déterminé, qui ne peuvent varier que par la grandeur, & non par le rapport de leurs côtés, ni par leurs angles. Tels ſont tous les Quarrés, & en general tous les Polygones réguliers. Leur Infini n'eſt que le même que celui des lignes droites.

Mais c'en ſera un autre bien different, ſi l'on conſidere tous les Triangles poſſibles, par exemple, dans toute la varieté que peuvent y apporter la differente grandeur des côtés, & celle des angles. Voici comment on peut déterminer l'ordre dont ſera leur Infini par rapport à celui des lignes droites, ou des Triangles ſemblables à un donné.

Je ſuppoſe qu'il n'y ait que 10 Triangles Equilateraux poſſibles, dont le 1er & le plus petit poſſible a ſes côtés de 1 pouce chacun, le 2d de 2, &c. Je prends deux côtés du 1er, & en augmentant l'Angle qu'ils font entr'eux, je lui donne pour baſe 2 pouces, côté du 2d Equilateral, enſuite 3 pouces, côté du 3me Equilateral, & toûjours ainſi juſqu'à la baſe de 10 pouces, moyennant quoi j'aurai 9 Triangles Iſoſceles differens, mais dont les côtés égaux ſeront de 1 pouce. J'aurai de même pour chaque autre Equilateral 9 Triangles Iſoſceles, & par conſequent 90 Iſoſceles en tout.

Je prends maintenant le premier Iſoſcele, dont les côtés ſont 1, 1, & 2, & j'en fais un Scalene, en lui donnant pour côtés 1, 2, & 3, enſuite 1, 2 & 4, 1, 2 & 5, &c. c'eſt-à-dire que je lui laiſſe toûjours deux côtés inégaux conſtants, & change le troiſiéme,

ſiéme, ce que je puis faire 8 fois ſur ce ſeul Iſoſcele, & par conſequent 8 fois auſſi ſur chacun des autres 9 Iſoſceles, & par conſequent les 90 Iſoſceles me donnent 720 Scalenes.

Ce nombre des Scalenes eſt le produit de 10, 9 & 8, ou 10, 10 moins 1, 10 moins 2, 10 étant le nombre de tous les Equilateraux, 9 le nombre des Iſoſceles que j'ai formés ſur chaque Equilateral, 8 le nombre des Scalenes que j'ai formés ſur chaque Iſoſcele.

La ſomme de tous les Triangles poſſibles dans ma ſuppoſition eſt celle de 10, 90 & 720.

Je raiſonnerai de même ſi je ſuppoſe qu'il n'y ait que 20 Equilateraux poſſibles. Le nombre des Scalenes ſera le produit des trois nombres 20, 19 & 18.

Mais ſi je conçois que le nombre des Equilateraux eſt un Infini du 1er ordre, comme il l'eſt réellement, alors le nombre des Scalenes eſt le produit de trois nombres, qui ſont l'Infini, l'Infini moins 1, l'Infini moins 2, c'eſt-à dire trois Infinis égaux, & il eſt un Infini du 3me ordre. Et ce nombre des Scalenes eſt la ſomme de tous les Triangles poſſibles, Equilateraux, Iſoſceles & Scalenes, car la ſomme des Equilateraux ne ſera qu'un Infini du 1er ordre, celle des Iſoſceles un Infini du 2d, & toutes deux ſeront nulles par rapport à la ſomme des Scalenes.

Puiſque j'ai tous les Triangles qui ſont poſſibles par la variation de la grandeur de leurs côtés, & du rapport de leurs côtés en-

entr'eux, j'ai en même temps tous les Triangles qui ſont poſſibles par la variation de leurs angles, car le rapport des côtés étant déterminé, celui des angles l'eſt auſſi.

L'Infini qui exprime le nombre de tous les Triangles poſſibles par la variation de leurs côtés eſt du 3me ordre, c'eſt-à-dire que ſon expoſant 3 eſt égal au nombre de toutes les eſpeces poſſibles de Triangles pris par rapport à leurs côtés, car il faut ou que leurs trois côtés ſoient égaux, ou que deux ſeulement le ſoient, ou que tous trois ſoient inégaux. Donc pour avoir auſſi le nombre de tous les Quadrilateres poſſibles pris par rapport à leurs côtés, il faut voir combien il y en a d'eſpeces, & ce nombre ſera un Infini dont l'expoſant ſera égal au nombre de ces eſpeces. Or il ne peut y avoir que celles-ci. 1re Eſpece. Les quatre côtés égaux. 2de. Trois côtés égaux, & un inégal. 3me. Deux côtés égaux, & deux autres égaux auſſi, mais differens des premiers. 4me. Deux côtés égaux, & deux inégaux. 5me. Quatre côtés inégaux. L'Infini des Quadrilateres eſt donc du 5me ordre, à ne conſiderer que leurs côtés.

Mais la détermination des côtés n'emporte pas celle des angles dans les Quadrilateres comme dans les Triangles, & ſi l'on conſidere les angles des Quadrilateres, leur Infini doit s'élever d'ordre. La 1re Eſpece où les quatre côtés ſont égaux, comprend également les Quarrés dont tous les quatre angles ſont droits, & les Rhombes qui n'en ont aucun droit. Un Quarré étant déterminé de grandeur, il peut y avoir une infi-

nité

nité de Rhombes qui auront les mêmes côtés, & par conſequent le nombre des Quadrilateres de la 1re Eſpece eſt un Infini du 2d ordre. De même la 3me Eſpece où ſont deux côtés égaux, & deux autres égaux differens, comprend tous les Parallelogrammes rectangles, & tous les Rhomboïdes; & pour chaque Parallelogramme rectangle il peut y avoir une infinité de Rhomboïdes: Cet Infini eſt donc encore un Infini du 2d ordre. Pour les trois autres Eſpeces, on verra aiſément que l'Infini de chacune n'eſt qu'un Infini ſimple ou du 1er ordre. Donc il faut ajoûter 2 à l'expoſant de l'Infini total déja trouvé, & le nombre de tous les Quadrilateres poſſibles, tant par rapport à la variation de leurs côtés qu'à celle de leurs angles, ſera un Infini du 7me ordre.

On pourroit appliquer cette Theorie aux Polygones ſuivans, au Pentagone, à l'Exagone, &c. & peut-être trouveroit-on quelque progreſſion réglée entre les expoſans croiſſans des Infinis des differens Polygones conſecutifs. Mais on s'en eſt épargné la peine, parce qu'on ne voit pas qu'il en dût reſulter rien d'aſſés intereſſant. Ceci n'eſt que pour donner une idée de ce que M. *Saulmon* appelle l'Univerſalité des figures, & non pas même pour en donner une de ſa Theorie, qui étoit aſſés differente.

Nous

NOus renvoyons entiérement aux Mémoires

* L'Ecrit de M. de *Beaufort* ſur une Propoſition élementaire ſur les Triangles.

† Et les derniéres Remarques de M. *Saurin* ſur un cas ſingulier du Problême des Tangentes.

* V. les M. p. 112. † V. les M. p. 321.

ASTRONOMIE.

SUR L'APOGE'E ET LE PERIGE'E, ou l'Aphelie & le Perihelie des Planetes.

* TOus les Corps celeſtes de nôtre Monde, ou Tourbillon Solaire, font des revolutions en ligne courbe autour d'un point, & comme les Courbes qu'ils décrivent ne ſont point exactement des Cercles, & quelquefois en ſont aſſés éloignées, & que ces points auxquels leurs mouvemens ſe rapportent ne ſont point des centres de Cercles, il arrive neceſſairement qu'ils en ſont inégalement éloignés en differentes parties de leur revolution. S'ils tournoient tous autour de la Terre, comme l'ont crû les premiers Aſtronomes, le point où ils en ſeroient les plus éloignés s'appelleroit *Apogée*, & le point oppoſé *Perigée*, mais maintenant que l'on ſait, car comment ſe défendre du Syſtême de *Copernic* ? que toutes les Planetes principales tournent autour du Soleil, il faut appeller *Aphelie* & *Perihelie*, ce qu'on eût appellé Apogée & Perigée. Cela n'empêche pas que ces Planetes principales ne ſoient tantôt dans leur plus grande, tantôt dans leur moindre diſtan-

* V. les M. p. 201.

tance de Terre, & qu'en ce ſens elles ne ſoient dans leur Apogée & dans leur Perigée, mais parce que leurs mouvemens ſe rapportent au Soleil & non à la Terre, ces Apogées & ces Perigées ſont en quelque ſorte des points accidentels dans leur cours, & non pas des points eſſentiels, tels que les Aphelies & Perihelies. Il n'ya que la Lune, qui parce qu'elle tourne autour de la Terre, a un Apogée & un Perigée proprement dit. Si l'on connoiſſoit aſſés exactement les mouvemens des Lunes ou Satellites de Jupiter & de Saturne pour y reconnoître leurs plus grandes & plus petites diſtances à l'égard de leurs Planetes principales, il faudroit faire de nouveaux mots pour exprimer ces points de leurs Orbes. Quoi-que l'on ſoit perſuadé que la Terre ſe meut autour du Soleil, on appelle toûjours Apogée & Perigée ce qui eſt réellement Aphelie & Perihelie, mais c'eſt par la même raiſon que l'on dit toûjours le lever & le coucher du Soleil. Une erreur, qui a long-temps dominé, laiſſe toûjours des traces.

L'Aphelie, ou l'Apogée, car il ſuffit d'en parler, puiſque le Periphelie & le Perigée leur ſont toûjours diametralement oppoſés, ſont des points principaux dans les Orbes des Planetes, & dont la détermination influë ſur toute la Theorie de leurs mouvemens. M. *Caſſini* a raſſemblé ſur une matiére ſi importante tout ce que les vûës des Aſtronomes qui l'ont précedé, & les ſiennes propres, ont pû lui fournir de plus exact & de plus facile dans la pratique.

Il faut prendre l'Aphelie ou l'Apogée par rap-

rapport au point autour duquel la Planete ſe meut réellement. Il faut donc prendre l'Aphelie des Planetes principales par rapport au Soleil, c'eſt-à-dire, déterminer dans quel lieu du Ciel eſt l'Aphelie de ces Planetes dont le mouvement ſeroit vû du Soleil, où nous ne ſommes pas. Si nous y étions, nous les verrions toûjours dans leurs lieux *vrais*, nous verrions les inégalités *vraies* de leur mouvement, & quand nous aurions par obſervation deux parties ou arcs de leur Orbe éloignés l'un de l'autre où leur mouvement ſeroit égal, nous ſerions ſûrs que le point précis du milieu ſeroit celui de l'Aphelie, ou répondroit à ſon lieu vrai dans le Ciel, car de part & d'autre de l'Aphelie ou de l'Apogée, à diſtances égales, le mouvement eſt égal. Mais de la Terre nous ne voyons point les Planetes dans leurs lieux vrais, à moins qu'elles ne ſoient ſur la même ligne droite que le Soleil & la Terre, auquel cas nous les voyons dans le même lieu où elles ſont vûes du Soleil. Ce cas ne peut arriver que quand elles ſont en conjonction, ou en oppoſition.

Les Planetes inferieures, Mercure & Venus, ne ſont proprement qu'en conjonction, mais elles ont deux ſortes de conjonction. L'une *ſuperieure*, quand elles paſſent derriére le Soleil qui eſt entr'elles & nous, l'autre *inferieure*, quand elles paſſent entre le Soleil & nous. Dans la ſuperieure, ſi elles paſſent préciſément derriére le Soleil, elles nous ſont abſolument cachées, & ſi elles ont une latitude plus grande que le demi-diametre du Soleil, ou, ce qui eſt le mê-

même, qu'elles ſoient au deſſus ou au deſſous de cet Aſtre à quelque diſtance, comme elles ſont alors dans leur plus grand éloignement de la Terre, elles ſont toutes deux trop petites pour être vûës par la Lunette. Dans la conjonction inferieure, ſi elles paſſent ſur le diſque du Soleil, on les y verra comme des Taches, mais cela eſt très-rare; le plus ſouvent elles ont une latitude plus grande que le demi-diametre du Soleil, & en ſont à quelque diſtance au deſſus ou au deſſous, mais alors Mercure eſt trop petit pour être vû, & il n'y a que Venus qu'on puiſſe apercevoir. Il eſt donc très-rare de voir de la Terre les deux Planetes inferieures dans leur lieu vrai.

A l'égard des Planetes ſuperieures, Mars, Jupiter & Saturne, on ne les voit point dans leurs conjonctions, parce qu'alors elles ſont ou immediatement derriére le Soleil, ou ſi proches de lui, qu'elles ſont abſorbées dans ſa lumiére, & d'ailleurs elles ſont alors dans leur plus grande diſtance de la Terre. Elles ſont très-viſibles dans leurs oppoſitions, qui arrivent au milieu de la nuit, & où elles ſont dans leur plus grande proximité de la Terre, mais à peine chacune d'elles eſt en oppoſition une fois par an.

On n'a donc que peu d'obſervations des lieux vrais des Planetes, qui ſont cependant les fondemens neceſſaires de la détermination des Aphelies.

Quant au Soleil & la Lune, nous avons toûjours par obſervations leurs lieux vrais, puiſque le Soleil eſt le point où ſe rapporte le mouvement de la Terre, & que la Terre

re eſt celui où ſe rapporte le mouvement de la Lune.

Il faut pourtant remarquer que la Lune moins réguliére que tous les autres Corps celeſtes connus, peut-être, comme nous l'avons quelquefois inſinué, parce que nous la voyons de plus près, n'a pas toûjours un mouvement égal à diſtances égales de ſon Apogée. Elle eſt ſujette à certains écarts, non pas tout-à-fait imprévûs *, mais qui ſuffiroient pour rendre fautif un calcul où l'on auroit ſuppoſé un Orbe plus exact. Elle n'a de régularité ſûre que dans ſes conjonctions ou oppoſitions, & ce n'eſt qu'en ces temps-là qu'il faut compter que les points obſervés de ſon cours appartiennent à une même Courbe uniforme.

C'eſt donc une methode generale pour la détermination des Aphelies ou Apogées des Planetes, que d'avoir des obſervations de leurs lieux vrais en aſſés grand nombre pour y pouvoir choiſir deux temps égaux, pendant leſquels le mouvement d'un lieu vrai à un autre ait été égal.

Si l'on n'a pas aſſés d'obſervations pour y trouver le mouvement vrai égal pendant deux differens eſpaces de temps égaux, on y peut ſuppléer ainſi. On ne laiſſe pas de determiner l'Aphelie ou Apogée tel qu'il ſeroit ſi le mouvement vrai avoit été égal, il eſt certain que cet Aphelie ou Apogée eſt mal placé à proportion de ce que le mouvement a été plus inégal dans les deux temps. On prend enſuite un troiſiéme eſpace

* V. l'Hiſt. de 1702. p. 101.

ce de temps égal aux deux premiers, & qui comprenne l'un ou l'autre presqueentier, pendant lequel le mouvement ait été encore ou plus grand ou plus petit, & par le moyen de ce troisiéme espace de temps comparé à l'un des deux premiers, on fait une seconde détermination fausse de l'Aphelie ou Apogée. Mais entre les deux lieux faux où on l'a placé, se trouve celui où il est réellement, & on le détermine par la difference des deux lieux faux, dont on prend une partie proportionelle aux differentes inégalités de mouvement qu'on a employées. C'est une Regle de fausse position appliquée à cette matiére.

Cette Methode, quoi que generale dans la Theorie, ne peut guere être d'usage que pour le Soleil, à cause du grand nombre de lieux vrais qu'il faut avoir par observation, nous allons donner quelque idée d'une autre aussi generale, & qui peut être employée dans la pratique pour toutes les Planetes, qui ne demande absolument que trois observations, mais aussi qui suppose une connoissance de plus que la premiére.

Tous les Astronomes conviennent aujourd'hui que toutes les Planetes principales décrivent autour du Soleil, & la Lune autour de la Terre une Ellipse, que le Soleil est un des foyers des Ellipses des Planetes, & la Terre un des foyers de l'Ellipse de la Lune. L'Aphelie de chaque Planete est l'extrêmité de son grand Axe la plus éloignée du foyer où est le Soleil, & le Perihelie l'autre extrêmité, il en va de même de l'Apogée & du Perigée de la Lune.

Cha-

Chaque Ellipſe eſt differente d'une autre, c'eſt-à-dire que le rapport du grand Axe au petit y eſt different, ce qui n'empêche nullement que le Soleil ne ſoit un foyer commun aux Ellipſes de toutes les Planetes principales. Plus dans une Ellipſe le rapport du grand Axe au petit eſt grand, plus l'Ellipſe eſt differente d'un Cercle, & plus le mouvement qui ſe fait ſur cette Ellipſe eſt different de celui qui ſe feroit en même temps ſur un Cercle correſpondant, c'eſt-à-dire que le mouvement ſur un Cercle étant uniforme, & faiſant parcourir des eſpaces égaux en temps égaux, celui qui ſe feroit ſur l'Ellipſe ne le ſeroit pas, & ſeroit d'autant plus éloigné de l'être que cette Ellipſe ſeroit plus differente du Cercle. Le mouvement de la Planete ſur ſon Ellipſe eſt ſon mouvement *vrai*, & celui qu'elle auroit ſur un Cercle correſpondant eſt le *moyen*. Celui-ci eſt toûjours égal, & l'autre inégal.

Il ſuit de-là que ſelon la differente eſpece de chaque Ellipſe, le mouvement vrai y eſt plus ou moins inégal par rapport au moyen, & réciproquement que le different rapport du mouvement vrai au moyen doit déterminer la differente eſpece de chaque Ellipſe. Or l'eſpece d'une Ellipſe étant déterminé, on a le rapport de ſon grand & de ſon petit Axe, & les deux extrêmités de ſon grand Axe qui paſſe neceſſairement par le Soleil ſont l'Aphelie & le Perihelie de la Planete.

On a toûjours le mouvement moyen d'une Planete. Il faut avoir par trois obſervations trois de ſes lieux vrais, ce qui donne le rap-

rapport de deux portions du mouvement vrai au moyen fait en même temps. Par-là on détermine sur l'Orbe de la Planete trois points qui doivent appartenir à une Ellipse, & comme la position de ces trois points entr'eux comparée à celle qu'auroient les trois points correspondans du mouvement moyen dépend du rapport de ces deux mouvemens, elle suffit pour déterminer la nature de l'Ellipse. Cela ne laisse pas de demander une construction geometrique assés compliquée, & assés fine. Feu M. *Cassini* a été le premier qui a imaginé cette Methode C'est ce Problême dont nous avons parlé dans son Eloge en 1712 *, que les plus grands Mathematiciens jugeoient impossible, & qu'il resolut à 26 ans.

Il y a deux maniéres de prendre le mouvement moyen des Planetes, en supposant qu'elles décrivent des Ellipses. L'une est celle de *Kepler* qui divise l'Ellipse en Secteurs égaux terminés par des arcs inégaux, desorte que les aires des Secteurs representent le mouvement moyen, & les arcs le vrai. L'autre consiste à décrire un Cercle autour du foyer où le Soleil n'est pas. Nous les avons expliquées toutes deux en 1710 †. M. *Cassini* donne la methode de les employer l'une & l'autre dans la recherche des Aphelies par le rapport du mouvement vrai au moyen. Elles produisent quelque difference, mais legere, dans le lieu de l'Aphelie. Les Astronomes sont bien persuadés qu'il ne faut pas s'attendre sur ce point à

* P. 110. † P. 138. & 139.

une auſſi grande préciſion que ſur quelques autres. Comme de ces deux maniéres celle de *Kepler* eſt la plus conforme à la Phyſique, ainſi que nous l'avons dit en 1710, il ſemble qu'elle merite la préference, & qu'il vaut mieux s'en tenir aux Aphelies qu'elle donne. Du moins elle eſt plus ſûre, ſelon M. *Caſſini*, pour les Planetes dont l'Ellipſe eſt plus differente d'un Cercle, telles que Mars & Mercure. M. *Caſſini* donne dans cette hypotheſe une methode nouvelle.

Aux methodes generales ſe joint à l'égard du Soleil & de la Lune une methode particuliére qui n'a lieu que pour eux, fondée ſur la variation de leur diametre apparent. Il eſt bien certain que quand il eſt le plus petit, ils ſont dans leur plus grand éloignement de la Terre, ou dans leur Apogée. Pour toutes les autres Planetes, leur diametre apparent ne varie pas aſſés ſenſiblement pour donner priſe, & on ne diſtingueroit pas aſſés les degrés ſucceſſifs de ſa variation.

On voit aſſés que ce qui a été fait à l'égard de deux mouvemens vrais égaux en deux temps égaux pour une Planete quelconque, il faudra le faire ici pour le Soleil & pour la Lune à l'égard de deux diametres apparents égaux, & quand on les aura eus par obſervation, trouver les lieux vrais où étoit alors l'une ou l'autre Planete, & prendre le point du milieu de cet intervalle, qui ſera le lieu vrai de l'Apogée.

Si les deux diametres égaux du Soleil ſont ceux qu'il a eus à deux differentes hauteurs Meridiennes, il faut ne les compter pour

pour égaux qu'après qu'ils auront été corrigés ſelon la Refraction & la Parallaxe dûë à chaque hauteur. Mais s'ils ſont pris à des heures où le Soleil ait été à la même hauteur ſur l'Horiſon, il n'y aura plus de correction à faire pour la Refraction ni pour la Parallaxe qui auront été égales de part & d'autre, puiſque toutes deux ne varient que par rapport aux differentes hauteurs horiſontales.

On ne peut avoir le diametre apparent de la Lune que dans l'oppoſition, puiſqu'il n'eſt entier qu'en ce temps-là. Quand on ne laiſſe pas de voir la partie obſcure du diſque de la Lune auſſi-bien que celle qui eſt éclairée, on n'a pas pour cela le diametre total, parce que la partie éclairée diminuë ſenſiblement par ſon éclat la grandeur apparente de l'obſcure, & on ne ſait pas préciſément de combien. D'ailleurs, comme il a été dit, le mouvement de la Lune eſt trop peu régulier hors de ſes conjonctions ou oppoſitions, & on pourroit ſe tromper ſur ſes lieux vrais, qu'il faut pourtant avoir dans une grande juſteſſe pour la détermination de l'Apogée.

Il pourroit ſembler que juſqu'ici nous avons laiſſé incertain ſi c'étoit un Apogée ou un Perigée, un Aphelie ou un Perihelie que l'on déterminoit, car ils ſe trouvent également l'un & l'autre entre deux mouvemens égaux ou entre deux diametres égaux. Mais le doute ne peut pas ſubſiſter long-temps, il ne faut que voir ſi les mouvemens ou les diametres alloient en augmentant de grandeur, en ce cas c'eſt ſûrement un Apogée

ou un Aphelie qu'on a trouvé entr'eux, & au contraire. D'ailleurs on ſait déja, du moins à peu près, quels ſont les lieux de tous les Apogées ou Aphelies, & c'eſt de part & d'autre de ces lieux-là qu'on cherche des mouvemens ou des diametres égaux. Il ne s'agit preſque que de verifier, ou de déterminer plus préciſément, & plus l'Aſtronomie ſe perfectionne, plus elle a de peine à ſe ſatisfaire ſur ce point.

SUR UNE COMETE.

* DEPUIS 1707 on n'avoit point obſervé de Comete, à l'exception d'une qui ne fut vûë qu'à *Berlin* aux Mois de Janvier & de Fevrier 1718 Cette année on aperçut à l'Obſervatoire une Comete le 18 Octobre dans la Conſtellation du Capricorne, & on ne put la ſuivre que juſqu'au 5 Novembre. Il ſeroit bon de ſe rappeller ici tout ce qui a été dit ſur le ſujet des Cometes dans les Hiſt. de 1699 ‡, 1702 ‡, 1706 §, 1707 * & 1708 †.

La Comete vûë avec une Lunette de 16 pieds, avoit dans ſon milieu une lumiére blanchâtre & aſſés claire, le reſte étoit une grande chevelure ou nebuloſité, toûjours moins éclatante & moins denſe à meſure qu'elle s'éloignoit de la tête de la Comete, confuſe & mal terminée vers ſes bords & à ſa circonference exterieure. Une obſervation heureuſe & ſinguliére apprit à M. *Maraldi* que

* V. les M. p 360. † P. 87. & ſuiv. ‡ P. 85. & ſuiv. § P. 130. & ſuiv. * P. 129. & ſuiv. † P. 119. & ſuiv.

que cette nebulosité ou Atmosphere lumineuse étoit & fort transparente & fort grande par rapport au corps solide de la Comete, car il vit au travers de cette Atmosphere une petite Etoile fixe, & la vit presque jusqu'à ce qu'elle en eût touché le centre.

Par les Observations de 18 jours, & par la Theorie de feu M. *Cassini*, expliquée dans les Volumes cités, M. *Maraldi* trouva que la Comete alloit du Midi au Septentrion, décrivant assés exactement un grand Cercle qui coupoit l'Ecliptique au 8me degré d'Aquarius, & en déclinoit de 15 degrés vers l'Occident, que le 14 Octobre elle avoit dû passer par son Perigée, qui se trouvoit entre la Constellation du Phenix, & la Fixe appellée *Canopus*, que comme cette partie du Ciel, qui est dans l'Hemisphere Austral, est invisible sur nôtre Horison, la Comete dans son Perigée, & avant que d'y arriver, n'avoit pû être vûë, qu'elle n'avoit pû l'être que le 17 Octobre, où le temps fut couvert, qu'à son Perigée son mouvement étoit de plus de 17 degrés en 24 heures, que le 5 Novembre où l'on cessa de la voir, tant à cause des nuages, que du clair de Lune, son mouvement n'étoit plus que d'un tiers de degré, 50 fois moindre qu'au Perigée.

Si les Cometes étoient d'autant plus proches de la Terre que leur mouvement dans le Perigée seroit plus grand, celle-ci seroit une des plus proches qu'on ait observées, depuis qu'on a appris à les bien observer. On n'en connoîtroit guere qui eût passé plus près qu'elle de la Terre, que celle de 1472 dont nous avons parlé en 1708, & à qui

l'on donne un mouvement de 40 degrés par jour, mais on ne la compte pas à cet égard pour bien sûre. Cette conſequence d'un plus grand mouvement à une plus grande proximité n'eſt pas legitime pour les Cometes comme elle peut l'être pour les Planetes. Le mouvement des Cometes ne paroît nullement ſe rapporter à la Terre. Il eſt déja aſſés ſurprenant & aſſés peu conforme au Syſtême commun des Cometes que l'on ait trouvé par la parallaxe la ſeconde Comete de 1702 cinq fois ſeulement plus éloignée de la Terre que la Lune, celle-ci en ſeroit au contraire plus proche, car la Lune ne fait que 13 degrés par jour.

Il n'y auroit que la parallaxe qui pût donner ſûrement la diſtance d'une Comete. Pour cela il faudroit ſuivre la methode inventée par feu M. *Caſſini*, & expliquée en 1706 * ſur la recherche de la parallaxe de Mars, c'eſt-à-dire, comparer au mouvement d'une Etoile fixe pendant une nuit aſſés longue le mouvement de la Comete, comme il y comparoit celui de Mars. Cela demande abſolument que Mars ou la Comete ſe meuvent aſſés long-temps dans un même Cercle parallele à l'Equateur que la Fixe, autrement leur mouvement ne pourroit ſe comparer à celui de la Fixe par rapport à l'Horiſon, ainſi qu'il eſt neceſſaire peut découvrir une parallaxe. Mars dont le mouvement propre eſt ſelon le Zodiaque & à peu-près ſelon l'Ecliptique, peut bien décrire pendant une nuit un Parallele à l'Equa-

* P. 124.

quateur, mais la Comete de cette année n'en pouvoit pas décrire un, puiſque, comme on l'a vû, ſon mouvement coupoit l'Ecliptique. C'eſt ce qui a empêché M. *Maraldi* de pouvoir déterminer, ou même rechercher ſa parallaxe.

On verra qu'elle a avec celle de 1707 quelques conformités qui pourroient la faire prendre pour la même Comete revenuë au bout de 16 ans. L'une & l'autre alloit du Midi au Septentrion, elles ont coupé l'Ecliptique, ou, ce qui eſt le même, ont eu leur Nœud à 2 degrés près l'une de l'autre. D'un autre côté elles ne s'accordent pas ſur des points eſſentiels. Leurs Orbites ont été differemment inclinées à l'Ecliptique, il eſt vrai que cette difference n'eſt pas plus grande que celle qu'on eſt obligé d'admettre dans la même Orbite de la Lune. Mais ce qu'on ne peut paſſer, c'eſt leur difference de mouvement au Perigée, celle de 1707 n'y avoit que 10 degrés par jour. Ce n'eſt pas, comme nous l'avons dit ailleurs, que ces differences empêchent abſolument que deux Cometes ne ſoient la même, mais elles ſuffiſent pour nous empêcher d'aſſûrer qu'elles ſoient la même. Les Syſtêmes iroient bien vîte, ſi nous voulions nous en croire, & un des plus grands efforts de l'eſprit philoſophique eſt d'attendre pour les établir que l'on ait aſſés de fondemens.

SUR LA CONJONCTION DE MERCURE avec le Soleil, du 9 Novembre.

* LE mouvement de Mercure eſt difficile à connoître, & en effet peu ſûrement connu juſqu'ici. Nous en avons parlé aſſés au long en 1706 † & 1707 ‡.

On n'a pû voir que depuis l'invention des Lunettes les conjonctions de Mercure avec le Soleil dans la partie inferieure de ſon Orbite, lorſque Mercure a aſſés peu de latitude pour paſſer dans le diſque du Soleil, rencontres où il eſt le plus aiſé de déterminer les lieux vrais de cette Planete, parce qu'ils ſont alors les mêmes que ceux du Soleil, mais de ces conjonctions on n'en a eu que ſix dans le Siécle paſſé. Pluſieurs Aſtronomes en eſperoient ou en faiſoient eſperer par leurs Tables une 7me à *Paris* le 5 Mai 1707, comme il a été dit dans l'Hiſt. de cette année-là. Mais il n'y en eut point, & pas même apparemment pendant la nuit. Mercure eut trop de latitude, & il ne paſſa point dans le Soleil.

Cette 7me conjonction viſible, ou ce 7me paſſage de Mercure dans le Soleil, on l'eſpera encore à *Paris* en 1720, ſoit le 7 Mai après midi, ſoit le 8 au matin, ſoit en tout, ſoit en partie, car les differentes Tables varioient aſſés conſiderablement, ce qui n'eſt

* V. les M. p. 149. 372. 407. & 438. † P. 133 & ſuiv. ‡ P. 104. & ſuiv.

n'eſt pas étonnant à l'égard de cette Planete, mais il n'y eut point encore de paſſage, du moins le jour, & dans pluſieurs lieux de l'*Allemagne*, plus Orientaux que *Paris*, où par conſéquent on pouvoit plûtôt voir le Soleil, & où il y a d'habiles Obſervateurs, on ne vit rien non plus, quoi-que le Ciel fût favorable.

On ſe tint plus ſûr d'avoir enfin une conjonction viſible le 9 Novembre de cette année, parce que les Tables s'accordoient à y donner peu de latitude à Mercure. M. *Deliſle* le cadet calcula au Mois de Juin par les Tables de M. *de la Hire*, qu'à *Paris* Mercure devoit être en conjonction à 5h 30′ 20″ après midi.

Il ſera bon de donner quelque idée de la maniére particuliére dont M. *Deliſle* ſe prit à faire ce calcul, & pour cela d'expliquer plus préciſément ce que c'eſt que la conjonction dont il s'agit.

Comme la Terre ſe meut autour du Soleil dans le plan de l'Ecliptique, d'où ſon centre & celui du Soleil ne ſortent jamais, c'eſt à ce plan que tout doit ſe rapporter. Si Mercure dont l'Orbite autour du Soleil eſt differente de l'Ecliptique, mais la coupe en deux points oppoſés, qui ſont ſes Nœuds, ſe trouvoit dans un Nœud, & de plus placé de telle ſorte que ſon centre fût ſur la même ligne droite que ceux de la Terre & du Soleil, on verroit de la Terre Mercure au centre du diſque du Soleil, & ce ſeroit la conjonction la plus parfaite qu'il ſoit poſſible.

On ſait que les Longitudes & les Latitudes ſont par rapport à l'Ecliptique ce que

ſont par rapport à l'Equateur les Aſcenſions droites, & les Déclinaiſons. Mercure dans chacune de ſes révolutions a deux conjonctions en longitude avec le Soleil, ou ſe trouve deux fois dans le même cercle de longitude que lui, l'une dans la partie ſuperie de ſon Orbite, l'autre dans l'inferieure ; ce n'eſt que dans l'inferieure que ſa conjonction nous peut être viſible, & afin qu'elle le ſoit, il faut qu'il paſſe par le diſque du Soleil. S'il ne faiſoit que le toucher, il s'en faudroit tout le demi-diametre du Soleil qu'il ne fût en conjonction avec le Soleil de la maniére dont on l'entend ici. Or Mercure peut avoir juſqu'à 5 degrés de latitude, ou s'éloigner de cette quantité du centre du Soleil, & le demi-diametre du Soleil n'a que $\frac{1}{4}$ de degré, il doit donc arriver le plus ordinairement que Mercure ne paſſe point dans le diſque du Soleil, ou ne ſoit point en conjonction avec lui, quoi-que conjoint en longitude dans la partie inferieure de ſon Orbite.

Les Cercles de longitude, ou ceux par leſquels paſſe ſucceſſivement Mercure ſelon ſon mouvement en longitude étant conçûs menés par tous les degrés de l'Ecliptique & par ſes Poles, les longitudes *vraies* de Mercure ſont déterminées par ceux de ces Cercles où il ſeroit vû, étant vû du centre du Soleil ; mais étant vû de la Terre, ſes longitudes *apparentes* ne ſont pas les mêmes que les vraies, parce que le point de vûë eſt changé. On veut calculer une conjonction en longitude qui ſera vûë de la Terre, & par conſequent il faut avoir les longitudes

des apparentes de Mercure. Les Tables Aſtronomiques ne donnent que les vraies, il faut donc réduire ces vraies en apparentes. M. *Deliſle* évita le travail, & même le peril de cette réduction, car plus on calcule, plus il y a de peril d'erreur, en s'imaginant un Spectateur placé dans le Soleil, d'où il verroit Mercure paſſer vis-à-vis le diſque de la Terre ſuppoſée immobile, car il eſt certain que le moment où Mercure ſera conjoint en longitude avec le centre de la Terre, ſera le même que celui où Mercure vû de la Terre ſeroit vû conjoint en longitude avec le centre du Soleil, ou ſur le même Cercle de longitude. C'eſt ce moment qui devoit arriver à $5^h\ 30'\ 20''$.

Les Tables donnent pour ce même moment la latitude de Mercure, c'eſt-à-dire, ſon éloignement à l'Ecliptique ou au centre de la Terre, ſur le diſque de laquelle il eſt vû. On a donc la diſtance du centre de Mercure & du centre de la Terre ſur le Cercle de longitude, perpendiculaire à l'Ecliptique, où ils ſont alors tous deux. Comme on voit par les mêmes Tables que la latitude de Mercure eſt alors Septentrionale, & croiſſante, on voit qu'il a paſſé ſon Nœud aſcendant, où ce Nœud eſt ſitué, à quelle diſtance il eſt du Cercle de longitude où ſe fait la conjonction, quelle eſt l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure ſur l'Ecliptique, & par-là on décrit la route de Mercure ſur le diſque de la Terre. Une perpendiculaire tirée du centre de ce diſque ſur la route de Mercure, détermine le point où il eſt le plus proche du centre de

la Terre Enſuite M. *Deliſle* ayant auſſi trouvé par les Tables quel eſt alors le mouvement horaire de Mercure, détermine en quels temps il doit décrire les portions de cette route, dont on a beſoin. Il devoit arriver à 5h 23′ 48″ au point de ſa plus proche diſtance au centre de la Terre, & par conſequent avant ſa conjonction, car quand une conjonction ne peut être qu'en longitude, une moindre latitude, qui la précede ou la ſuit, n'y eſt point à conſiderer, & n'entre point dans l'idée de conjonction.

Il faut remarquer que dans la ſuppoſition preſente, où la Terre eſt immobile, & où par conſequent le Soleil ſe meut auſſi-bien que Mercure, le mouvement horaire apparent de Mercure eſt compoſé de ſon mouvement vrai & de celui du Soleil à l'égard du Spectateur que nous avons placé dans le Soleil, deſorte que ſi Mercure & le Soleil vont du même ſens, le mouvement horaire apparent de Mercure, qui eſt celui dont on a beſoin, en eſt plus petit, & on l'aura en retranchant de ſon mouvement vrai trouvé par les Tables celui du Soleil. Ce ſera le contraire pour le cas oppoſé Or nous ſomme ici dans le 1er cas; Mercure qui dans ſa conjonction inferieure eſt *retrogade* à l'égard de la Terre, ou va d'Orient en Occident, eſt *direct* à l'égard du Soleil, & va toûjours d'Occident en Orient, & le Soleil, à qui l'on donne le mouvement de la Terre, doit être conçû avec cette même direction de mouvement.

Si l'on veut reprendre la réalité, c'eſt-à-dire, remettre le Spectateur ſur la Terre,

il

il eſt clair qu'il n'y aura rien de changé pour l'heure de la conjonction, pour la route de Mercure ſur le diſque du Soleil, pour la plus petite diſtance à l'égard du centre du Soleil, pour l'heure où il ſera à cette plus petite diſtance. Mais il manque le temps de l'entrée de Mercure dans le diſque du Soleil, & celui de ſa ſortie, & on ne les peut avoir immediatement par l'entrée de Mercure ſur le diſque de la Terre, & ſa ſortie, parce que le diſque de la Terre & celui du Soleil ſont differens en grandeur. Voici comment M. *Deliſle* ſuppléoit à cela.

Si l'on conçoit des rayons tirés de tous les points de la circonference du Soleil au centre de la Terre, il ſe formera un Cone de lumiére dont l'angle du ſommet aura pour baſe ou pour meſure le diametre du Soleil que l'on connoît pour chaque moment, & l'axe ſera la diſtance connuë de la Terre au Soleil. Quand Mercure entre dans ce Cone, il en intercepte quelques rayons, & c'eſt-là le moment où il ſera vû de la Terre éclipſer une petite partie du Soleil, ou, ce qui eſt le même, entrer dans le diſque du Soleil. Pour déterminer ce moment, il faut ſavoir à quel point du Cone Mercure y entrera, & ce point dépend de la diſtance où Mercure eſt alors de la Terre qui eſt au ſommet du Cone, & du Soleil qui eſt à la baſe. Or ces deux diſtances ſont connues par les Tables. M. *Deliſle* détermina par cette voye que Mercure vû de la Terre, entreroit dans le Soleil à 2h 45′ 38″ après midi, & qu'il en ſortiroit à 8h 1′ 58″, & par conſequent ſon paſſage qui devoit être à peu

près de $5^h \frac{1}{2}$, ne pouvoit être visible que pendant moins de 2^h.

La fiction ou supposition de ce Cone ne changeoit rien à la premiére supposition que M. *Delisle* avoit faite du Spectateur placé dans le Soleil, car si ce Cone eût été visible, ce Spectateur eût vû Mercure y entrer dans le même moment où la Terre l'eût vû entrer dans le Soleil.

Selon M. *Halley*, fameux Astronome *Anglois*, qui avoit calculé cette conjonction en 1691, Mercure devoit entrer dans le Soleil à *Paris* un peu plus tard que par le calcul de M. *Delisle*, encore plus tard selon les Ephemerides de M. *Manfredi*, célèbre Astronome *Italien*. Selon M. *Manfredi* il devoit avoir plus de latitude, encore plus selon M. *Halley*. Pour les trois differentes routes déterminées par ces deux Astronomes, & par les Tables de M. *de la Hire*, elles étoient assés exactement paralleles.

Le 9 Novembre arriva, & le temps fut favorable. Mrs. *Cassini*, *Maraldi* & *Delisle* observerent la conjonction. Nous parlerons d'abord des observations des deux premiers, qui furent faites ensemble.

Ils considererent Mercure à chaque moment comme une Tache fixe dont il faudroit déterminer par observation l'Ascension droite & la Déclinaison à l'égard du centre du Soleil. De cette Ascension droite & de cette Déclinaison on tire la Longitude & la Latitude. Une suite de plusieurs longitudes & latitudes de Mercure par rapport au centre du Soleil, ainsi conclues pour plusieurs momens, sont une suite de points de la route

de

de Mercure dans le Soleil, ou, ce qui eſt le même, de ſon Orbite par rapport à l'Ecliptique. Reſte donc à ſavoir comment on prendroit dans un moment quelconque l'Aſcenſion droite & la Déclinaiſon d'une Tache fixe par rapport au centre du Soleil.

Dans le Foyer commun de l'Objectif & de l'Oculaire d'une Lunette, il y a quatre fils qui ſe croiſent dans l'axe de la Lunette, un horiſontal, un vertical, & deux obliques qui font, tant avec l'horiſontal qu'avec le vertical, un angle de 45 degrés. On poſe la Lunette ſur la Machine *Parallactique*, dont il ſuffira de dire que la Lunette qui y eſt poſée ſuit toûjours, en ſe dirigeant à l'Aſtre, le mouvement diurne de cet Aſtre, ou, ce qui eſt le même, le Parallele qu'il décrit.

Si le Soleil eſt au Meridien, & que l'on faſſe toucher ſon bord ſuperieur ou inferieur par le fil horiſontal, ce fil repreſente une Tangente ou une très-petite portion du Parallele que le bord touché décrit, & il eſt proprement horiſontal. Si à toute autre élevation du Soleil, excepté le cas où il ſeroit à l'Horiſon, on fait toucher ſon bord ſuperieur ou inferieur par ce même fil, il n'eſt plus horiſontal, mais il eſt toûjours une portion du Parallele où eſt le bord touché, & le vertical toûjours perpendiculaire à ce fil, repreſente toûjours le Meridien qui coupe ce Parallele. Nous donnerons toûjours au fil nommé d'abord horiſontal le même nom, en ſouſentendant qu'il prend en un jour les poſitions de toutes les Tangentes d'un Parallele. C'eſt de cette façon

que

que l'on ſuit toûjours le mouvement diurne d'un Aſtre.

Si l'on diſpoſe la Lunette de façon que les deux fils obliques ſoient deux Tangentes du 1er bord du Soleil qui eſt l'Occidental, ou plûtôt que la moitié de chacun de ces fils, la moitié ſuperieure de l'un, & l'inferieure de l'autre ſoient ces Tangentes, il eſt clair que puiſque ces fils font chacun le même angle avec le fil vertical, le centre du Soleil décrira la ligne exactement moyenne entre les deux fils ou le fil horiſontal. On aura par obſervation le temps qu'il employera à parcourir ce fil, par ce temps la quantité de degrés ou plûtôt de minutes dont eſt ce fil, portion du Cercle diurne que le Soleil décrit alors. Si ce Cercle eſt l'Equateur, on a le diametre du Soleil en parties de l'Equateur, ce qui eſt ſa vraie meſure, ſi le Cercle eſt un Parallele, on en réduit les degrés ou minutes à des degrés ou minutes de l'Equateur par une proportion très-connuë.

Réciproquement ſi le centre du Soleil décrit le fil horiſontal, ſes bords, lorſqu'ils ſont aux fils obliques, ſont touchés en même temps par la moitié ſuperieure d'un de ces fils, & par l'inferieure de l'autre, & s'ils ne le ſont pas, le centre du Soleil n'eſt point dans le fil horiſontal. Par la difference qui ſe trouve entre le temps où le même bord du Soleil eſt touché par un fil oblique, & le temps où il l'eſt par l'autre, on voit combien il s'en faut que le centre du Soleil ne ſoit dans le fil horiſontal, ou quelle

eſt

eſt la diſtance de ce centre à ce fil, & on ſait de quel côté eſt cette diſtance ſelon que le fil ſuperieur ou l'inferieur a été touché le premier.

La Lunette étant diſpoſée de maniére que le centre du Soleil parcourt le fil horiſontal, la moitié du temps qu'il employe à le parcourir eſt le temps où il eſt arrivé à l'interſection des quatre fils, ou au centre de la Lunette, ou au fil vertical. Si dans ce même moment une Tache eſt arrivée auſſi à un autre point du fil vertical, il eſt clair que la diſtance de ce point au centre de la Lunette eſt la difference de la déclinaiſon du centre du Soleil, & de celle de la Tache. Cette diſtance eſt une grandeur aiſée à connoître, parce qu'on ſait le rapport de grandeur du fil horiſontal, & par conſequent de tous les autres au diametre du Soleil. On a toûjours d'ailleurs par les Tables la déclinaiſon du Soleil, & par conſequent celle de la Tache. Si la Tache n'eſt pas ſur le fil vertical dans le même moment que le centre du Soleil, on voit en quel moment elle eſt arrivée à un fil oblique, la difference de ces deux momens étant convertie en minutes de Cercle, on a la grandeur de la ligne tirée du point où la Tache a rencontré le fil oblique ſur le fil vertical. A cauſe de l'angle de 45 degrés que font les obliques, cette ligne eſt égale à celle qui ſeroit priſe ſur le fil vertical, & meſureroit la difference de déclinaiſon entre la Tache & le centre du Soleil. On voit immediatement de quel côté eſt cette difference, ſi elle eſt Septentrionale, ou Meridionale.

Si

Si l'on met la Tache dans le centre de la Lunette, le centre du Soleil n'y viendra point, & par conſequent il y aura difference de déclinaiſon entre ce centre & la Tache, à moins que quand un bord du Soleil viendra à être touché par un fil oblique, il ne le ſoit en même temps par l'autre. Si cela n'eſt pas, on verra qu'il y aura difference de déclinaiſon, & quelle elle ſera, & de quel côté.

Quant à la difference entre l'aſcenſion droite du Soleil toûjours connuë & celle de la Tache, elle ſe conclut de la difference entre le temps où le centre du Soleil paſſe par le fil vertical, & le temps où la Tache y paſſe, car ce fil repreſente une portion de Meridien, & c'eſt pourquoi on l'appelle auſſi *horaire*.

Par pluſieurs obſervations de cette eſpece, dont chacune, comme il a été dit, donnoit un point de la route de Mercure dans le diſque du Soleil, cette route y ayant été tracée, on eut ſa grandeur & ſon rapport au diametre du Soleil, & l'on connut de quelle quantité étoit la portion que Mercure en parcouroit en une heure, ou ſon mouvement horaire apparent. L'Ecliptique ayant auſſi été tracée ſur le diſque du Soleil ſelon la methode expliquée en 1707 *, on eut l'inclinaiſon de la route ou de l'Orbite de Mercure ſur l'Ecliptique, telle qu'elle eſt vûë de la Terre, & rapportée au Soleil, car vûë du Soleil, elle eſt differente.

Il paroît aſſés qu'elle doit l'être à cauſe des deux differens points de vûë, mais il ne

* P. 135. & 136.

ne paroît pas de même que vûë de la Terre, elle doive être plus grande, au contraire la Terre étant plus éloignée de Mercure que Mercure ne l'eſt du Soleil, on croiroit d'abord que l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure ſur l'Ecliptique devroit paroître plus grande vûë du Soleil que vûë de la Terre. Mais il eſt vrai qu'elle peut paroître ou plus ou moins grande, & voici d'où cela vient. Le rapport du mouvement horaire de Mercure en longitude à ſon mouvement horaire en latitude eſt ce qui détermine ſon inclinaiſon, car ces deux mouvemens ſont repreſentés par deux droites, qui avec une portion correſpondante de l'Ecliptique ſont un Triangle rectangle, puiſque la ligne de la latitude coupe toûjours l'Ecliptique à angles droits; & par conſequent le rapport du mouvement en longitude au mouvement en latitude fait en même temps, ou le rapport des deux lignes qui les repreſentent, détermine l'angle ſous lequel le mouvement total de Mercure compoſé des deux coupe l'Ecliptique. Si le mouvement en latitude étoit nul; il n'y auroit point d'inclinaiſon du mouvement ou de l'Orbite de Mercure ſur l'Ecliptique, ſi le mouvement en latitude étoit égal au mouvement en longitude, l'Orbite ſeroit inclinée ſur l'Ecliptique de 45 degrés. Mercure étant vû du Soleil, on voit ſon mouvement vrai en longitude, & ſon mouvement vrai en latitude, & leur rapport détermine l'inclinaiſon vraie de l'Orbite. Mais ſi Mercure eſt vû de la Terre, les deux mouvemens ne paroiſſent plus les mêmes. Tous deux ſont changés, parce

parce qu'étant vûs de plus loin, ils sont vûs plus petits, & outre cela le mouvement en longitude est très-considerablement alteré dans les conjonctions, où Mercure étant dans la moitié inferieure de son Orbite, est rétrograde, & beaucoup plus lent. Nous avons expliqué en 1709* pourquoi les Planetes sont plus lentes dans leurs rétrogradations. Le rapport des deux mouvemens de Mercure vû de la Terre étant changé, peut donc être plus grand, quoique les deux mouvemens soient en eux-mêmes plus petits; or il est effectivement plus grand, & par consequent l'inclinaison apparente de son Orbite sur l'Ecliptique plus grande que la vraie.

M. *Cassini* conclut de ses Observations l'entrée de Mercure dans le Soleil à $2^h\ 50'\ 30''$, sa conjonction à $5^h\ 28'\ 56''$, sa sortie à $7^h\ 43'\ 14''$, ce qui differe très-peu des prédictions de M. *Delisle*, & prouve beaucoup en faveur des Tables de M. *de la Hire* sur la moins connuë de toutes les Planetes. Nous passerons sous silence la détermination de l'inclinaison de son Orbite, du lieu de ses Nœuds, &c. pour en venir à quelques remarques plus generalement interessantes.

Le mouvement horaire moyen de Mercure vû du Soleil est de $10'\ 14''$ selon M. *de la Hire*, & le vrai étoit alors de $12'\ 40''$. Vû de la Terre pendant son passage par le Soleil, il ne fut que de $6'\ 4''$. La raison en est la retrogradation.

Quand

* P. 104. & suiv.

Quand Mercure entré dans le Soleil en touchoit encore le bord Oriental par où il étoit entré, & par conſequent avoit parcouru ſur le diſque du Soleil un eſpace égal à ſon diametre apparent, M. *Caſſini* obſerva en combien de temps il parcourroit encore un eſpace de la même longueur. Ce fut en 1′ 18″. Ce temps converti en minutes de degré, & de plus en minutes qui appartinſſent au diametre du Soleil, donna un eſpace de plus de 7″, qui étoit donc le diametre de Mercure vû de la Terre.

On ſait que la parallaxe du Soleil eſt de 10″ au plus, ou, ce qui eſt le même, que le demi-diametre de la Terre vû du Soleil ſeroit de 10″, & par conſequent qu'une grandeur égale au diametre de la Terre vûë de la Terre ſur le Soleil ſeroit de 20″. Pour comparer à cette grandeur le diametre de Mercure, il faut concevoir Mercure porté juſqu'à la diſtance de la Terre où eſt le Soleil, & alors ſon diametre apparent diminuera ſelon la raiſon qui eſt entre la diſtance de la Terre à Mercure dans ſa conjonction inferieure, & la diſtance de la Terre au Soleil. Si l'on prend ces diſtances ſelon la regle de *Kepler*, qui donne le rapport des diſtances aux revolutions, on trouvera que la diſtance de la Terre au Soleil étant 5, celle de Mercure dans ſa conjonction inferieure eſt à peu près 2, que par conſequent ſa diſtance à la Terre étoit 3, & que ſi à la diſtance 3 ſon diametre a été de 7″, il ne doit être que d'un peu plus de 4″ vû à

la distance 5, c'est-à-dire à celle où est le Soleil. Le diametre de Mercure ne seroit donc guere que la 5me partie de celui de la Terre, & la Terre seroit 125 fois plus grosse que Mercure. M. *Cassini* trouve par une autre, mais sur le fondement de la même observation, que le diametre de Mercure n'est que 4 fois plus petit que celui de la Terre, & alors Mercure est égal à la Lune. Ce qui peut rapprocher les deux calculs, qui vû le sujet ne different pourtant pas beaucoup, c'est que les nombres 5 & 2 tirés de la regle de *Kepler*, ont été pris peu exacts pour la commodité.

Mercure fut toûtours vû fort noir, fort rond, bien terminé, & sans aucune nebulosité qui l'environnât. On en avoit soupçonné une dans une conjonction pareille observée en 1697, mais cette année on n'en put absolument découvrir, même avec une Lunette de 34 pieds. Il y a donc toute apparence que Mercure n'a point d'Atmosphere. Puisque la nôtre augmente par sa densité l'impression de chaleur que nous portent les rayons du Soleil, Mercure n'avoit pas besoin d'en avoir une.

M. *Delisle* observa d'une autre maniére ce même passage de Mercure dans le Soleil. Il falloit que Mrs. *Cassini* & *Maraldi* changeassent souvent la position du fil horisontal de leurs Lunettes, afin de lui faire toûjours suivre le Parallele du Soleil, & qu'ils le rendissent toûjours Tangente d'un bord, ce qui emporte du temps par les frequentes repetitions, & le passage visible de Mercure devoit être assés court. Feu M. *Cassini* avoit pra-

pratiqué une autre methode en 1697 pour un autre paſſage de Mercure qui devoit auſſi durer peu, & il l'avoit choiſie pour aller à l'épargne du temps. M. *Deliſle* s'en ſervit, & voici en quoi elle conſiſte.

On laiſſe le fil horiſontal de la Lunette toûjours horiſontal, & coupé à angles droits par le vertical, les obliques ſont ſupprimés, ou n'ont point d'uſage, mais on met deux horiſontaux, dont la diſtance peut changer, & eſt toûjours connuë. Le fil horiſontal repreſente donc toûjours ou l'Horiſon, ou un petit Cercle parallele à l'Horiſon, qu'on appelle *Almicantarath*, & le vertical repreſente toûjours un Azimuth. Les Azimuths ſont à l'égard de l'Horiſon & des Almicantaraths ce que ſont les Meridiens à l'égard de l'Equateur & des Paralleles, ils coupent l'Horiſon & tous les Almicantaraths à angles droits, & concourent tous aux Poles de l'Horiſon, qui ſont le Zenith & le Nadir. Par les temps du paſſage du centre du Soleil & de Mercure, chacun par un même fil horiſontal, & chacun par le fil vertical, on a la diſtance des Almicantaraths & des Azimuths où ils ſont chacun. Or ils ne ſont en differens Almicantaraths & en differens Azimuths que parce qu'ils ſont en differens Paralleles & en differens Meridiens, ou, ce qui eſt le même, parce qu'ils ont differente declinaiſon, & differente aſcenſion droite. On tire donc delà leur déclinaiſon & leur aſcenſion droite, & delà enfin leur latitude & leur longitude.

Il eſt viſible que cette methode demande plus de calcul que l'autre, où la déclinaiſon

ſon & l'aſcenſion droite ſe tirent immediatement de l'obſervation, mais en recompenſe elle peut fournir dans un même temps un plus grand nombre d'obſervations, & par conſequent de points qui détermineront la route de Mercure dans le Soleil.

Elle a encore cet avantage, que les Refractions n'y peuvent cauſer aucune erreur, & que l'on n'eſt pas obligé d'y avoir égard. On prend le centre du Soleil & Mercure à la même hauteur horiſontale, & par conſequent la refraction les a également élevés, & la difference entre leurs hauteurs vrayes eſt la même qu'entre les apparentes. Cela ne pourroit être autrement que dans le cas où il ſeroit fait un changement ſubit de refraction entre le paſſage d'un Aſtre & celui de l'autre par le même fil horiſontal, mais ce temps eſt trop court, & d'ailleurs on a obſervé que ces changemens ſoudains n'arrivent qu'au lever du Soleil, & rarement. L'obſervation dont il s'agit fut faite le ſoir. Mrs. *Caſſini* & *Maraldi* ne compterent pas ſur leurs derniéres obſervations, parce que les refractions étoient alors trop grandes, & M. *Deliſle*, en vertu de la pratique qu'il ſuivoit, eut des obſervations du même temps qu'il crut auſſi ſûres que les autres.

Pour la difference de Parallaxe, qui apartient à deux Aſtres, parce qu'ils ſont differemment éloignés de la Terre, cette methode ne la ſauve pas, mais elle ne pouvoit être que ſi legere, que ce n'étoit guere la peine d'y avoir égard. Cependant pour plus de ſûreté, M. *Deliſle* ſuppoſa, ſe-

ſelon les Tables de M. *de la Hire*, que Mercure avoit 3″ de parallaxe plus que le Soleil.

Pendant 1h 40′ que M. *Deliſle* put voir Mercure dans le Soleil, il fit 52 obſervations, dont 62 déterminoient l'Almicantarath de Mercure à l'égard du Soleil, & les 26 autres ſon Azimuth. Ce grand nombre de points ainſi déterminés dans la route de Mercure, devoit en augmenter la juſteſſe & la préciſion. Ses déterminations s'accorderent aſſés & avec ce qu'il avoit prédit lui-même, & avec celles de Mrs. *Caſſini* & *Maraldi*.

Pour mieux faire voir cet accord, M. *Deliſle* prit quelques-unes des derniéres latitudes de Mercure, telles que Mrs. *Caſſini* & *Maraldi* les avoient conclues de leurs obſervations, & qui differoient trop de celles qu'il avoit trouvées pour les mêmes momens, & il montra que réellement ils convenoient enſemble. La methode de Mrs. *Caſſini* & *Maraldi* étoit ſujette aux Refractions, qu'ils avoient cependant negligées dans leurs derniéres obſervations, parce qu'ils avoient aſſés d'obſervations précedentes, où elles avoient pû effectivement être negligées ſans erreur ſenſible. Les latitudes tirées de ces dernieres obſervations ſe ſentoient donc de ce défaut, car les refractions n'alterent que les élevations horiſontales, & ces élevations n'ont rapport qu'aux déclinaiſons, & les déclinaiſons aux latitudes. La methode de M. *Deliſle* étoit indépendante des refractions. De-là il arrivoit que ſes derniéres latitudes ne devoient pas convenir avec celles des deux autres Aſtronomes, mais en rectifiant

les leurs ſur le pied des refractions, dont la variation eſt aſſés connuë, tout ſe remettoit d'accord.

Sur cela M. *Deliſle* donna une methode qu'il avoit trouvée pour calculer la veritable poſition de Mercure dans le Soleil, quand les obſervations auroient été faites par une methode ſujette aux refractions, & dans un temps où il auroit fallu les compter.

Tout le monde s'eſt aperçû que près de l'Horiſon le diſque du Soleil eſt très-ſenſiblement alteré, ſon diametre vertical eſt plus court que l'horiſontal, parce que la refraction étant inégale, & élevant d'autant moins un objet qu'il eſt plus haut ſur l'horiſon, l'extrêmité ſuperieure du diametre vertical du Soleil eſt moins élevée par la refraction que l'inferieure, ce qui fait le même effet que ſi ce diametre étoit réellement raccourci; pour l'horiſontal, il ne peut recevoir dans ſes parties aucune inégalité d'élevation. Si Mercure eſt alors dans le Soleil, ſes poſitions doivent donc être alterées en ce qu'elles ont de vertical, & il faut les réduire au vrai. M. *Deliſle* ſuppoſe que le Soleil eſt devenu une Ellipſe exacte, dont le petit axe eſt le diametre vertical raccourci ſelon la refraction de ce moment-là, & par-là il connoît la nature de l'Ellipſe, ou la diſtance de ſes foyers, qui dépend du rapport des deux axes. Cela poſé, il donne une methode geometrique pour réduire les poſitions apparentes de Mercure aux vraies. Il ſemble que les Mathematiciens d'aujourd'hui ſe croyent trop heureux d'avoir encore des difficultés à éclaircir.

OPTI-

OPTIQUE.

SUR LES OMBRES DES CORPS.

* SI l'on vouloit prouver combien le Phyſique eſt quelquefois different du Geometrique, combien l'execution réelle des choſes s'éloigne de ce que la Geometrie en auroit attendu par ſes calculs, rien n'y ſeroit peut-être plus propre que le ſujet qui va être traité. Ce n'eſt pas qu'il n'y ait de la Geometrie par-tout ſans nulle exception, mais elle eſt ordinairement fort compliquée, & celle qui avoit fondé nos raiſonnemens étoit trop ſimple pour attraper juſte les effets tels qu'ils ſont.

Nous avons parlé en 1711 † de l'Ombre & de la Penombre de la Terre ou de la Lune, d'où dépendent les Eclipſes, & nous ſuppoſerons ici ce qui en a été dit. Le Triangle d'Ombre veritable de la Terre eſt formé du diametre de la Terre, & de deux rayons partis des deux extrêmités du Soleil, & prolongés jusqu'à ce qu'ils concourent au de-là de la Terre. Ce Triangle eſt iſoſcele,

* V. les M. p. 157. † P. 96. & ſuiv.

cele, ſon angle du ſommet eſt meſuré par le diametre apparent du Soleil qui eſt de 32′, d'où l'on conclut par la Trigonometrie que la perpendiculaire tirée du ſommet de ce Triangle ſur ſa baſe, où la longueur de l'ombre eſt de 110 diametres de la Terre, ou de 330 mille lieuës. Or la Lune n'eſt éloignée de la Terre que de 100 mille lieuës tout au plus, d'où il ſuit que quand elle s'éclipſe, elle tomberoit dans l'ombre veritable de la Terre à moins d'un tiers de ſa longueur, qu'elle devroit abſolument diſparoître dans une ombre ſi épaiſſe, & diſparoître pour un long-temps. Cependant elle ne diſparoit preſque jamais, & on la voit toûjours aſſés lumineuſe, & ſeulement rougeâtre, ce qui marque ſûrement qu'elle n'eſt que dans la Penombre. Il y a donc là du phyſique qui dérange beaucoup le geometrique.

M. *Maraldi* a fait un grand nombre d'Experiences pour éclaircir cette matiére, non ſeulement par rapport à l'Optique, qui à meſure qu'elle ſera plus étudiée, donnera toûjours des phenomenes plus curieux, & auxquels on ſe ſeroit moins attendu. M. *Deliſle* le cadet avoit déja donné en 1717 ſes experiences & ſes reflexions ſur cette même partie de l'Optique.

Que l'on expoſe au Soleil un Cylindre quelconque, il ſera fort naturel de croire, ſelon la petite Theorie de 1711, qu'en ſuppoſant ce Cylindre vertical, & en ne conſiderant dans le ſolide de ſon ombre qu'un plan horiſontal, il n'arrivera rien autre choſe, ſinon qu'il y aura un Triangle d'ombre veri-

veritable dont le ſommet ou la pointe ſe terminera à quelque diſtance du Cylindre, & aux deux côtés de ce Triangle une Penombre infinie, mais toûjours plus claire, de ſorte qu'elle ceſſera bien-tôt d'être ſenſible, quoi-qu'elle le ſoit encore à une diſtance où le Triangle d'ombre n'exiſte plus. Si l'on met donc verticalement derriére le Cylindre une ſuperficie blanche, que l'on éloignera ſucceſſivement du Cylindre tant qu'on voudra, on y verra toûjours une ombre noire & également noire, mais toûjours plus étroite juſqu'à une certaine diſtance du Cylindre qui ſera de 110 diametres de ce Cylindre, car cela doit être égal pour tous les corps expoſés en plein Soleil, après quoi l'ombre diſparoîtra, & on verra toûjours à ſes deux côtés une Penombre, toûjours plus large & plus claire, qui ne diſparoîtra qu'à une diſtance plus grande. Voilà tout ce que la Geometrie donne, & tout ce qu'elle fait prévoir, mais le fait eſt bien different.

L'Ombre veritable ne s'étend, en demeurant uniforme & également noire, qu'à une diſtance plus de la moitié moindre que les 110 diametres du Cylindre. Paſſé cela, ſon milieu devient une Penombre, & elle ne conſerve de ce qu'elle devroit être que deux traits noirs fort étroits qui terminent cette penombre de part & d'autre ſelon ſa longueur. Ces deux traits ſont de la noirceur qui apartient à l'ombre veritable. On reconnoît encore tout cet eſpace pour être celui que cette ombre devroit occuper, à ce qu'il eſt de la largeur qui convient à la diſtance. De plus ſi on augmente la diſtance

où l'on a commencé à voir cette penombre, l'eſpace total qu'elle occupe avec les deux traits noirs diminuë toûjours de largeur, comme doit faire celui de l'ombre veritable, ſeulement la penombre, en s'étreciſſant, s'éclaircit toûjours, les traits noirs gardant la même noirceur & la même largeur, & enfin à la diſtance des 110 diametres ou à peu près, les deux traits noirs qui ſe ſont toûjours approchés ſe confondent en un, après quoi l'ombre veritable diſparoît, & il n'y a plus que de la penombre. Comment l'ombre veritable qui a retenu toute l'étenduë de ſon cours naturel, & ſa projection triangulaire, s'eſt elle changée en penombre pendant plus de la moitié de ce cours, à l'exception de ces deux extrêmités, qui ſont demeurées inalterables ? Nous appellerons cette penombre qui tient la place preſque entiére de l'ombre veritable, *fauſſe* penombre, pour la diſtinguer de celle qu'on a toûjours appellée ainſi.

Il ſe fait encore une apparence imprévûë. Quand l'ombre eſt reçûë aſſés proche du Cylindre, & qu'elle n'a point encore dégeneré en fauſſe penombre, on voit que la vraye penombre placée, comme elle doit l'être, des deux côtés de l'ombre, eſt terminée en dehors par deux traits de lumiére plus vifs & plus éclatants que la lumiére même qui vient directement & à plein du Soleil. Ils s'élargiſſent & s'affoibliſſent toûjours à meſure que l'ombre eſt reçûë plus loin du Cylindre. D'où leur vient cet éclat plus grand qu'il ne devroit être, puiſqu'il n'y en a point au deſſus de celui de la lumiére directe ?

recte ? Quant à la vraye penombre, elle eſt toûjours dans ſon état naturel.

M. *Maraldi* a reconnu par ſes experiences que la diſtance où la fauſſe penombre commence à paroître, n'eſt point proportionnée au diametre des Cylindres, mais qu'elle eſt à peu près la même pour tous avec quelque petite variation irréguliére. Il la fixe à 41 diametres du Cylindre. Elle devient plus grande, quand le Soleil eſt peu lumineux, ſoit qu'il ſoit couvert de quelques nuages clairs, ſoit qu'il ſoit peu élevé ſur l'horiſon.

Pour expliquer la fauſſe Penombre, M. *Maraldi* juge qu'il ne faut pas, ainſi qu'on le fait ordinairement, & avec raiſon en beaucoup d'occaſions, prendre les rayons de lumiére pour des lignes mathematiques & roides, mais qu'il faut imaginer la lumiére comme un fluide, analogue à l'eau, & qui prend les mêmes mouvemens, & les mêmes irrégularités de mouvement, ſi cependant ce ſont des irrégularités. Quand une Riviére rencontre une Pile d'un Pont, elle ſe diviſe, & ſi les deux parties diviſées qui ont été chacune une Tangente de la Pile ſuivent toûjours exactement cette direction qu'elles ont priſe, elles ne ſe réüniront qu'à une certaine diſtance au delà de la Pile. Mais cela n'eſt pas ainſi, les parties d'eau, qui touchent la Pile, en ſuivent en partie le contour, les unes plus, les autres moins, & entrent dans cet eſpace où aucune ne devroit entrer ſi elles ſuivoient la direction des deux Tangentes de la Pile. L'application de cet exemple eſt aiſée à faire, le Cylindre devient la Pile du Pont. Il entre donc des

rayons de lumiére dans l'eſpace qui ne devroit être occupé que par l'ombre veritable, mais comme cette ombre eſt d'une grande largeur proche du Cylindre, ces rayons ne l'alterent & ne l'éclairciſſent pas ſuffiſamment pour faire une penombre ſenſible, & cela n'arrive que quand l'ombre eſt devenuë plus étroite à une plus grande diſtance du Cylindre, qu'on a trouvée de 41 diametres. Alors une même quantité de rayons ſe mêle à une beaucoup moindre quantité d'ombre. Comme l'ombre devient toûjours plus étroite, la fauſſe penombre s'éclaircit toûjours.

Puiſque tous les rayons de lumiére, ou du moins la plus grande partie, ſuivent pendant quelque petite étenduë le contour du Cylindre, ou tournent un peu après en avoir rencontré les bords qui ne ſont nullement éclairés, doivent toûjours jetter une ombre veritable, & c'eſt-là tout ce qui en reſte. Voilà les deux traits noirs qui enferment la fauſſe penombre. Il n'y a rien qui puiſſe faire varier leur petite largeur.

Cependant il eſt impoſſible que ſur ces mêmes bords il ne ſe reflechiſſe en même temps d'autres rayons, differens de ceux qui circulent un peu à l'entour. Mathematiquement ils ne devroient déterminer que la poſition ou direction de deux Tangentes extrêmes qui embraſſeroient le Cylindre, & au de-là deſquelles & en dehors ſeroit la vraie penombre, mais ces bords ſont des ſurfaces phyſiques qui par leur inégalité doivent cauſer des reflexions de rayons. Ce ſont ces rayons reflechis qui ſe jettant au de-

dehors de la vraie penombre, forment ces deux traits de lumiére ſi éclatans. Ils le ſont plus que la lumiére directe, parce que la lumiére directe tombe dans ce même eſpace, où la vraye penombre ceſſe, & que les rayons reflechis des bords du Cylindre y ſont de plus. On voit aſſés que ces deux traits lumineux doivent toûjours s'affoiblir à meſure que l'ombre eſt reçûë plus loin, puiſque la même quantité de rayons reflechis occupe toûjours une plus grande étenduë.

A ſuivre les idées qui ont été établies, il eſt aiſé de prévoir que ſi les mêmes experiences qui ont été faites avec des Cylindres ſe font avec des Globes, la figure des phenomenes changera, que la fauſſe penombre qui étoit un parallelogramme ſur le papier où l'on recevoit les apparences, y deviendra un Cercle, que les deux traits noirs qui la terminoient des deux côtés ſelon ſa longueur, deviendront un Anneau circulaire noir & étroit qui enfermera la fauſſe penombre, qu'au de-là de cet Anneau ſera un autre Anneau de vraie penombre, & au de-là de celui-ci encore un autre plus éclatant que la lumiére directe. On jugera même que l'Anneau noir qui enferme la fauſſe penombre diminuera toûjours de largeur dans une plus grande diſtance du Globe, parce qu'il eſt formé de la même maniére que les deux traits noirs qui s'approchoient toûjours, & qu'enfin il s'anéantira à la diſtance de 110 diametres, où il n'y a plus que de la vraie penombre.

Il faut ſeulement remarquer que la fauſſe

penombre commence à paroître beaucoup plus près du Globe qu'elle ne faiſoit avec le Cylindre. Elle ſe montre à 15 ou 16 diametres du Globe, au lieu qu'elle ne ſe montroit qu'à 41 du Cylindre. Cela convient extremêment à l'explication phyſique que M. *Maraldi* donne de la fauſſe penombre, car qu'un Globe & un Cylindre ſoient d'un même diametre & d'une même hauteur, le fluide lumineux qui rencontre le Globe par toute la circonference d'un grand Cercle, circulera derriére & alentour en plus grande quantité qu'autour du Cylindre dont il ne rencontrera que deux lignes droites de ſa ſurface égales chacune à un diametre. Cela ne donne encore au Globe qu'un avantage d'un tiers, & il en a un de près de deux tiers ſelon le rapport de 15 ou 16 à 41, mais on peut aiſément concevoir que tout ce qui rencontre le Globe circulant alentour à cauſe de l'uniformité de ſa figure, & non pas tout ce qui rencontre le Cylindre, car il en faut excepter ce qui rencontre ſes deux ſurfaces circulaires, la ſuperieure, & l'inferieure, toutes les parties du fluide lumineux qui rencontrent le grand Cercle du Globe, conſpirent au même mouvement de circulation, & s'y entr'aident mutuellement, ce qui n'eſt pas dans le Cylindre, & que de-là vient à la lumiére une plus grande facilité de circuler autour du Globe, qui s'ajoûte à ſa plus grande quantité.

M. *Maraldi* conclut de ſes experiences qu'apparemment il n'y a aucun corps opaque qui faſſe une ombre pure, à quelque petite diſtance qu'elle ſoit de ce corps, qu'il s'y mêle

le toûjours de rayons qui n'ont pas ſuivi la ligne droite, & ont circulé, mais que leur quantité, trop petite par rapport à celle de l'ombre, les rend inſenſibles. Il n'y a que des penombres phyſiques.

Il ne reſte plus de difficulté ſur la trop grande noirceur de l'ombre de la Terre où la Lune doit tomber quand elle s'éclipſe. La fauſſe penombre de la Terre commence ſelon les experiences de M. *Maraldi* à 16 de ſes diametres, c'eſt-à dire, à 48 mille lieuës, & la Lune eſt la moitié plus loin, elle ne ſera donc pas trop obſcurcie Mais des mêmes experiences il renaît une grande difficulté que M. *Maraldi* ne diſſimule pas. L'Anneau noir, ſeul reſte de l'ombre veritable, enferme la fauſſe penombre, & il eſt indiſpenſable qu'avant que d'arriver à cette penombre la Lune paſſe par cet Anneau. Elle ſera donc plus obſcurcie au commencement de l'Eclipſe, & enſuite elle le ſera moins ; ce ſera la même choſe renverſée pour la fin de l'Eclipſe, où elle repaſſera par l'Anneau, or il eſt bien ſûr que c'eſt préciſément le contraire.

L'Atmoſphere de la Terre peut ſervir à la ſolution. Son ombre doit ſe trouver juſtement à la même place que l'Anneau noir, & cette ombre qui doit être fort claire, puiſque l'Atmoſphere laiſſe paſſer beaucoup de rayons, éclaircira ſuffiſamment l'Anneau, & le rendra homogene à la fauſſe penombre, deſorte qu'il ne reſtera dans tout aucune inégalité de noirceur que celle qui dépendra du plus ou moins de proximité à l'axe, ſelon qu'il eſt naturel & ordinaire.

M. *Maraldi* ne prétend pourtant pas donner cette réponſe pour déciſive, quoi-qu'elle ſoit aſſés plauſible, il attend ſagement de nouvelles obſervations plus exactes ſur la differente obſcurité de la Lune éclipſée.

Aux Experiences ſur les ombres en plein Soleil ont ſuccedé celles que M. *Maraldi* a faites dans une Chambre obſcure, où la lumiére du Soleil n'entroit que par un trou qui n'avoit pas $\frac{1}{3}$ de ligne de diametre. On ſe ménage cette obſcurité pour voir des phenomenes foibles & délicats que le grand jour effaceroit.

Le premier que nous conſidererons eſt l'agrandiſſement ſurprenant de l'ombre d'un petit corps Cylindrique, tel qu'une Aiguille ou un Cheveu, placé directement dans le petit Cone de lumiére du Soleil qui entre par le trou, & à une diſtance de ce trou, comme de 12 pieds. On met le Corps à cette diſtance de la pointe du Cone de lumiére, afin qu'il ſoit environné d'une quantité de lumiére aſſés grande. Si ſon ombre eſt reçûë ſur un Carton à 2 pieds loin de lui, où, vû ſon petit diametre, il ne doit y avoir nulle ombre veritable, mais ſeulement une penombre très foible & très-étroite, on voit une penombre bien marquée, & 10 fois plus grande qne le corps; ſi le Carton eſt à 10 pieds de diſtance du Corps, la penombre eſt 35 fois plus grande, & elle croît toûjours à meſure qu'elle eſt reçûë plus loin.

Le P. *Grimaldi*, qui a le premier obſervé ce phenomene, l'attribuë à une *diffraction* des rayons, c'eſt-à-dire, à un mouvement qu'il

qu'il leur donne, par lequel les deux rayons extrêmes qui rencontrent un Corps, & en ſont les Tangentes, mais s'en écartent en dehors, comme s'ils en fuyoient les bords qu'ils ont rencontrés. M. *Newton* ſuppoſe dans le Corps la vertu de les écarter. Il eſt certain que tout cela agrandit l'ombre. Mais M. *Maraldi* croit qu'une explication plus ſimple & plus phyſique peut ſuffire.

Si l'ombre & la penombre du Cheveu ou de l'Aiguille ne ſont formées que par les rayons du Soleil entrés par le trou, elles ſont trop grandes ſelon les principes ordinaires de l'Optique; mais ſelon ces mêmes principes, elles ne le ſeront pas trop, ſi outre les rayons directs du Soleil, il en vient d'autres de dehors, qui paſſeront auſſi par le trou, & fraperont le petit Cylindre en autant de points, à l'oppoſite deſquels ſeront des ombres qui s'ajoûteront à la premiére ombre cauſée par le Soleil ſeul. Or M. *Maraldi* conçoit qu'il doit entrer par le trou une infinité de rayons reflechis par les particules de l'air exterieur, & les ombres qu'ils cauſeront, qui n'auroient pas été ſenſibles dans un lieu éclairé à l'ordinaire, le ſeront dans la Chambre obſcure.

Selon cette idée l'ombre ne devient que trop grande. Elle doit être compriſe entre deux lignes tirées par deux bords oppoſés du trou, & prolongées dans la chambre juſqu'au Carton, & il eſt certain qu'elle n'eſt pas de cette étenduë, mais auſſi il y a lieu d'en rabattre. Les rayons reflechis par les particules d'air que l'on imaginera comme

diſpoſées en un demi Cercle dont le Soleil tiendra le ſommet, ſeront d'autant plus foibles qu'ils ſeront plus éloignés du Soleil, ou, ce qui revient au même, d'un rayon du Soleil qui paſſera par le centre du trou; les ombres des rayons qui ſeront à un certain éloignement de cet axe ne ſeront plus ſenſibles. Celles des rayons trop obliques au trou, ne le ſeront pas non plus. Enfin, ſuivant ce qui a été dit, les penombres qui ſe font en plein Soleil ſont terminées par une lumiére fort éclatante, ici c'eſt encore à plus forte raiſon la même choſe, & les ombres formées par les rayons reflechis, & qui tomberoient dans cet eſpace, ne peuvent pas y ſubſiſter. On verra encore l'agrandiſſement de l'ombre expliqué par M. *Maraldi* d'une autre maniére auſſi phyſique, mais moins ſimple, toûjours conforme à ce qu'il avoit établi pour les premiers phenomenes.

Outre l'agrandiſſement extraordinaire de l'ombre ou de la penombre des Aiguilles, on obſerve encore une apparence ſinguliére. Quand cette penombre eſt reçûë fort loin, elle eſt tantôt coupée en ſon milieu ſelon ſa longueur par une bande claire, ou un peu rougeâtre, tantôt partagée en pluſieurs bandes alternativement plus claires & plus noires, une plus grande diſtance diminuë le nombre de ces bandes. Dans cette variété il y a toûjours de commun que la penombre eſt terminée de part & d'autre par deux bandes claires, qui ont la même cauſe que celles qui terminent les ombres en plein Soleil, & toûjours après ces bandes claires ſont

deux

deux ou trois traits colorés de rouge, de violet & de bleu, qui ſans doute ne s'aperçoivent qu'à la faveur de l'obſcurité de la chambre, & doivent ſubſiſter en plein Soleil, quoi-qu'ils n'y ſoient pas viſibles.

Pour tâcher de découvrir d'où venoient les bandes, M. *Maraldi* fit les obſervations avec des Lames longues de 2 pouces, & larges les unes de $\frac{1}{2}$ ligne, les autres de 1 ligne, largeur beaucoup plus grande que le diametre des Aiguilles ou des Cheveux. Elles produiſoient les bandes comme les Aiguilles, mais à de plus grandes diſtances; & lorſqu'elles paſſoient 1 ligne de largeur, elles n'en produiſoient plus à une diſtance de 72 pieds, mais ſeulement une penombre uniforme, telle qu'auroit été celle d'une Aiguille à une petite diſtance, d'où M. *Maraldi* conclut, avec beaucoup de fondement, qu'à cauſe de leur largeur, elles demandoient une plus grande diſtance pour produire des bandes, & qu'on en auroit vû paroître, ſi on avoit pû faire l'obſervation dans des lieux aſſés grands. Et comme il ſuit de cette idée que les bandes qui étoient confonduës, ne font que ſe démêler par la diſtance, & ſe rendre ſenſibles, M. *Maraldi* croit qu'on les verroit dans l'ombre des Aiguilles reçûë fort proche, ſi ce n'étoit que cette ombre eſt trop étroite.

La bande claire ou rougeâtre du milieu eſt un effet neceſſaire de ce qui a été dit ſur les ombres en plein Soleil. Qu'à quelque diſtance d'elle, de part & d'autre, il y ait ſur la penombre deux bandes plus noires, on conçoit aiſément qu'elles ſeront formées par

par ces rayons reflechis dans l'air exterieur, que M. *Maraldi* ſuppoſe pour l'agrandiſſement de l'ombre, il eſt indiſpenſable qu'ils apportent quelque changement à la penombre formée par la lumiére directe, & qui naturellement auroit été uniforme. D'autres bandes pareilles, s'il y en a, ſeront formées par d'autres rayons reflechis, mais plus éloignés de l'axe ou rayon principal, peut-être auſſi par des rayons qui auront eſſuyé deux reflexions dans l'air, & en ces deux cas les bandes qu'ils formeroient devroient être moins noires & plus foibles. Quand après les bandes formées on augmente la diſtance du Carton qui reçoit l'ombre, il eſt évident que ces bandes, en ſe dilatant, ſe mêlent & avec la penombre primitive, & entr'elles, & reçoivent des alterations & des variétés qu'il eſt bien plus aiſé d'imaginer en general, que d'expliquer dans tous les détails. Ils paroîtroient même inutiles, le general étant une fois bien conçû.

Les traits colorés de rouge, de violet & de bleu, qui terminent tout de part & d'autre, paroiſſent dans l'ombre d'un Cheveu, lors même qu'il n'eſt plus expoſé à la lumiére directe qui a paſſé par le trou, & qu'il n'a pû recevoir que des rayons reflechis dans l'air exterieur. C'eſt-là une aſſés forte preuve de toute l'hypotheſe de M. *Maraldi* ſur les rayons reflechis.

Ces traits colorés peuvent être cauſés par des refractions faites ſur la derniére & la plus mince couche de la ſurface du corps opaque, elle doit toûjours être aſſés tranſparente.

rente pour cet effet, & l'on eſt aujourd'hui aſſés communément perſuadé qu'il n'y a que les refractions qui ſéparent aſſés les rayons teints naturellement de diverſes couleurs, pour rendre la diverſité de ces couleurs ſenſible. Cependant M. *Maraldi* explique les traits colorés par la ſeule reflexion, faite ſur les extrêmités du corps opaque. Il a mis dans la lumiére du Soleil qui entroit dans une Chambre obſcure par un trou de ½ pouce de diametre, un Cylindre de 1 pouce de diametre, placé de ſorte qu'il ne recevoit pas toute la lumiére, & qu'il en tomboit une partie au dehors ſans le rencontrer. Il s'en reflechiſſoit donc à plus forte raiſon ſur les bords du Cylindre, & cette lumiére reflechie reçûë ſur un Carton avoit des couleurs ſi fortes & ſi vives, que l'on eût pris le Carton pour du papier marbré. C'étoit-là un effet de la figure Cylindrique qui écarte & démêle les rayons, puiſqu'elle renvoye divergens ceux qu'elle a reçûs paralleles.

On devine les phenomenes des Globes qui n'auront que de très-petits diametres, & qu'on ſubſtituera dans les obſervations aux Aiguilles ou aux Lames. Les circonſtances requiſes étant gardées, on aura dans le milieu de l'ombre de ces Globes une aire circulaire fort claire, enſuite un anneau obſcur & étroit, un autre anneau de penombre plus large, un ſecond anneau obſcur & étroit, enfin un anneau lumineux aſſés large, bordé de couleurs en dehors.

Au lieu que les bandes ne paroiſſent pas même à une diſtance de 72 pieds dans l'ombre

bre des Lames qui ont un peu plus de 1 ligne de largeur, les differens anneaux, qui ſont la même choſe que les bandes, paroiſſent à cette diſtance dans l'ombre de Globes qui ont juſqu'à 2 ¼ lignes de diametre. Cela s'accorde avec ce qui a été dit.

Plus les Globes ſont petits, plus les aires claires de leurs ombres ſont grandes, ce qui s'accorde encore avec la plus grande facilité de la lumiére à tourner autour des petits Corps.

Nous ne dirons rien de quelques autres Experiences de M. *Maraldi*, parce qu'elles ne ſont en quelque ſorte qu'incidentes, & n'entrent pas neceſſairement dans ſon deſſein principal. Un Philoſophe, qui ne veut faire des experiences que par rapport à un ſujet, a bien de la peine à reſiſter à des idées de traverſe qui lui en demandent auſſi, & elles le meneroient loin hors de ſa route, s'il n'avoit la force de ſe preſcrire des bornes.

MECHANIQUE.

SUR LE CHOC DES CORPS A RESSORT.

LEs Corps à reſſort parfait ſont les plus rares dans la Nature, & l'on peut même croire qu'à la rigueur il n'y en a point. Ce ne ſont que ceux-là dont nous avons parlé en 1721 * d'après M. *Saulmon*, & ce ſont les ſeuls auſſi que l'on conſidere ordinairement dans les Theories geometriques du Choc des Corps à reſſort, parce qu'ils ne demandent qu'une hypotheſe fort ſimple, & qui facilite les Calculs. Mais M. *Saulmon* a donné auſſi la Theorie du Choc des Corps à reſſort imparfait, plus generale & plus compliquée que la premiére, & qui doit par conſéquent la comprendre comme un de ſes cas particuliers.

Nous avions défini le Reſſort parfait, celui qui en ſe débandant rend parfaitement au Corps la figure qu'il avoit perduë, lorſque ce même reſſort s'étoit bandé par quelque choc. Mais nous le définirons ici plus pré-

* P. 109. & ſuiv.

précisément, celui qui se débande avec une force parfaitement égale à celle dont il a été bandé, d'où suit l'entiére restitution de la figure, & même une viteſſe dans cette reſtitution égale à la viteſſe dont s'eſt fait le changement de figure, en un mot toutes choſes égales dans les deux temps, mais ſelon un ordre contraire. Le Reſſort imparfait ne ſe débande donc pas avec autant de force qu'il a été bandé. Il n'importe pour la Geometrie qu'elle ſoit la cauſe phyſique de cette inégalité. Peut-être, comme un Reſſort ſenſible eſt apparemment compoſé de pluſieurs petits reſſorts particuliers inſenſibles, quelques-uns des petits reſſorts ſe ſont rompus dans le débandement, ce qui a affoibli d'autant le Reſſort total. Enfin il ſera arrivé un dérangement, un déplacement de parties, quel qu'il ſoit, qui empêchera le reſſort de ſe débander avec la même force dont il a été bandé. Si l'on conçoit que dans le bandement du reſſort il arrive au corps un changement qui ſubſiſte le même dans le débandement, le Reſſort n'eſt pas pour cela imparfait, puiſque le débandement ſera toûjours égal au bandement, il n'y a que l'inégalité des forces des deux temps qui rende le Reſſort imparfait, le plus ou le moins de *vivacité* du Reſſort, c'eſt-à-dire de promptitude avec laquelle il ſe bande & ſe débande, n'y fait rien.

Le Reſſort abſolument imparfait ou nul ſera donc celui qui ayant été bandé ne ſe débande point du tout. Les Corps mous peuvent être conçûs ſous cette idée, ils s'applatiſſent par le choc, & ne ſe rétabliſſent point,

point, cela veut dire que tous leurs reſſorts ſe ſont rompus en ſe bandant, & qu'il n'en reſte point pour ſe débander.

Puiſque le Reſſort, quel qu'il fût, ſeroit parfait ſi la force du débandement étoit égale à celle du bandement, il ſuit que la force du bandement eſt à celle du débandement, comme le Reſſort parfait eſt à l'imparfait dont il s'agira en particulier. Si, par exemple, dans une Balle de Jeu de Paume la force du bandement du reſſort eſt 9, & celle du débandement 5, le Reſſort parfait eſt au reſſort d'une Balle comme 9 à 5.

Nous ſuppoſerons ici tout ce qui a été établi en 1721. Deux Corps doivent ſe choquer directement, tous deux vont à l'Orient, le 1er qui eſt le plus vîte rencontrera le 2d. Lorſqu'ils ſont à reſſort parfait, nous avons dit que dans le bandement du reſſort le 1er eſt repouſſé vers l'Occident avec une certaine force qui diminuoit celle qu'il avoit avant le choc pour aller à l'Orient, que dans le débandement du reſſort il étoit encore repouſſé vers l'Occident avec une nouvelle force égale à la premiére. Mais ſi le reſſort eſt imparfait, la nouvelle force qui agit dans le débandement ſelon la même direction que la premiére, ne lui eſt plus égale, & il eſt aiſé de voir qu'elle eſt moindre dans la raiſon du reſſort imparfait au parfait. Elle ſeroit 5, par exemple, la premiére ayant été 9, s'il s'agiſſoit d'une Balle de Paume.

On a déterminé en 1721 l'expreſſion de cette force, qui dans le bandement repouſſoit le 1er Corps vers l'Occident, par conſequent la force qui dans le débandement l'y repouſſeroit enco-

encore cette premiére force multipliée par 5, & diviſée par 9, mais pour la generalité, & même pour la facilité du Calcul algebrique, il vaut mieux exprimer en grandeurs indéterminées le rapport du reſſort parfait à l'imparfait Ainſi le 1er Corps ſera repouſſé vers l'Occident avec les deux forces inégales & connuës, l'une du bandement, l'autre du débandement, & pour avoir la force totale du Corps après le choc, il faudra rabattre ces deux forces de celle qu'il avoit vers l'Orient avant le choc. Ces deux mêmes forces inégales s'ajoûtent après le choc à celle que le 2d Corps avoit avant le choc vers l'Orient, & de-là ſe tire ſans aucune peine la viteſſe & la direction de la viteſſe de chacun des deux Corps après le choc, car il n'y a qu'à diviſer la force de chacun par ſa maſſe.

Nous avons dit en 1721 comment le cas où les deux Corps vont du même ſens avant le choc ſe change en celui où ils vont en ſens contraire, ou en celui où l'un eſt en repos. Il ne faut que rendre negative la vîteſſe du 2d Corps avant le choc, ou la ſuppoſer nulle. La formule de la vîteſſe que prennent après le choc les corps à reſſort imparfait, devient donc abſolument generale. Elle comprend même les Corps à reſſort parfait, on n'a qu'à y ſuppoſer égales les deux forces du bandement & du débandement. Elle comprend encore les Corps abſolument mous, ou abſolument durs, il ne faut qu'y ſuppoſer nul tout ce qui exprime la force du débandement, car s'il n'y a point de débandement, il n'y a point de Reſſort, & en ce cas, ou il y a eu un bande-

dement, c'eſt-à-dire, un aplatiſſement ſans reſtitution de figure, ce qui apartient aux Corps abſolument mous, ou il n'y a point eu de bandement ou de changement de figure, ce qui apartient aux Corps abſolument durs.

La formule eſt encore generale par un endroit que nous n'avons pas expliqué juſqu'ici, de peur d'entaſſer trop d'idées differentes. Le Reſſort que le choc met en action eſt un Reſſort compoſé de celui des deux Corps, car tous deux agiſſent l'un ſur l'autre dans le débandement. Les Theories ordinaires où l'on ſuppoſe que le Reſſort eſt parfait des deux parts, n'ont nulle difficulté ſur ce point, nulle attention particuliére à y faire, mais ici où les Reſſorts peuvent être & ſont le plus ſouvent imparfaits, le Reſſort compoſé ou total varie ſelon les deux Reſſorts particuliers qui le compoſent. L'un peut être parfait, & l'autre imparfait, & même imparfait à tel point, qu'il ſera nul ou n'aura point de débandement, ou bien tous deux ſeront differemment imparfaits. Il eſt évident que la force dont le Reſſort compoſé agit ſur chacun des deux Corps eſt la moitié de la force des deux Reſſorts particuliers, car il partage également ſon action entre ces deux Corps, ou, ce qui revient au même, le Reſſort compoſé eſt la moitié de la ſomme des deux particuliers. Si l'un manque, il n'eſt que la moitié de l'autre. Par-là on exprime aiſément toutes les ſuppoſitions differentes qu'on peut faire ſur les differentes combinaiſons des deux Reſſorts particuliers, & comme il y a dans la formule de M. *Saul-*

mon

mon une grandeur indéterminée qui repreſente le Reſſort compoſé, on voit très-aiſément ce qu'il faut ſubſtituer en ſa place ſelon les cas. Quand on prend le rapport du Reſſort parfait à l'imparfait, c'eſt le compoſé qui eſt cet imparfait.

De cette formule generale & toute nouvelle de M. *Saulmon*, naiſſent des conſequences en foule, nous en détacherons les principales, ou les plus faciles.

Il eſt clair par ce que nous avons dit, & ſans y rien ajoûter, que ce que le 1er Corps qui alloit à l'Orient prend de force par le bandement & le débandement du Reſſort compoſé pour retourner vers l'Occident, le 2d le prend de ſurplus pour continuer d'aller à l'Orient, & cela ſoit que les forces du bandement & du débandement ſoient égales ou inégales, c'eſt-à-dire, que le Reſſort compoſé ſoit parfait ou imparfait, ou, ce qui eſt le même, ce qu'un des deux Corps perd de force vers un certain côté, l'autre l'acquiert vers ce même côté, & par conſéquent quel que ſoit le Reſſort, la quantité de mouvement des deux Corps vers un même côté eſt égale avant & après le choc.

La viteſſe reſpective des deux Corps avant le choc, qui eſt la ſomme de leurs viteſſes particuliéres, s'ils vont en ſens contraire, ou la difference de ces viteſſes, s'ils vont de même part, eſt telle qu'on veut la ſuppoſer, mais la viteſſe reſpective après le choc dépend de l'action du Reſſort, car s'il n'y avoit point de Reſſort, il n'y auroit plus de viteſſe reſpective, puiſque les deux Corps iroient enſemble d'une viteſſe commune, & moins

moins le Reſſort agit, moins il y a de viteſſe reſpective Quand le Reſſort compoſé, c'eſt-à-dire, les deux Reſſorts particuliers ſont parfaits, la viteſſe reſpective eſt égale avant & après le choc, ce que l'on ſait par les Theories ordinaires, donc ſi le Reſſort compoſé eſt imparfait, la vîteſſe reſpective eſt moindre après le choc, & elle eſt moindre ſelon la raiſon du Reſſort imparfait au parfait.

Par-là on peut toûjours connoître de combien un Reſſort imparfait eſt imparfait. Par exemple, M. *Newton* ayant fait choquer directement deux Balles de Paume, a trouvé que leurs viteſſes reſpectives avant & après le choc, étoient comme 9 & 5, le Reſſort imparfait des Balles eſt donc à un Reſſort qui ſeroit parfait, comme 5 à 9. Les Reſſorts de tous les Corps pourront être meſurés de la même maniére, & même les Reſſorts compoſés de deux Corps quelconques de differente eſpece.

Il a été dit en 1721 que la force du bandement du Reſſort s'exprime par le rapport du produit des deux Corps à leur ſomme, ce rapport étant multiplié par leur viteſſe reſpective avant le choc. Cette force eſt à celle du débandement comme le Reſſort parfait à l'imparfait, ce qui fait voir tout d'un coup que la force du débandement s'exprime par celle du bandement que le Reſſort imparfait multiplie, & que le parfait diviſe. La conſideration de ces expreſſions donne quelques Analogies qui ſautent aux yeux. Ce qu'elles ont de commode, c'eſt que la vi-

teſſe reſpective avant le choc, qui eſt toûjours connuë, y entre toûjours.

Le chemin ou la viteſſe du Centre de gravité commun de deux Corps n'eſt pas plus difficile à trouver dans l'hypotheſe du Reſſort compoſé imparfait, que dans celle du parfait. Cette viteſſe n'eſt que moindre après le choc dans l'hypotheſe du Reſſort imparfait, mais elle dépend toûjours des mêmes principes.

En general, & dans les deux hypotheſes, il ſuit de ce qui a été dit en 1721, que la viteſſe du Centre de gravité dépend des forces ou quantités de mouvement des deux Corps, qui toutes deux ou le tirent vers un même côté, auquel cas c'eſt leur ſomme qui meut le Centre de gravité, ou le tirent de deux côtés oppoſés, auquel cas ce n'eſt que leur difference qui le meut vers le côté de la plus grande force, & ſi cette difference eſt nulle, il ne ſe meut point. Or quel que ſoit le Reſſort, la quantité de mouvement des deux Corps vers un même côté eſt égale avant & après le choc, donc la viteſſe du Centre de gravité ſera toûjours la même avant & après le choc, & aura la même direction.

Si l'on ſe ſouvient de la maniére dont nous avons expliqué en 1721 que la même quantité abſoluë de mouvement pouvoit, ſelon M. *Saulmon*, ſubſiſter dans la Nature, à une petite reſtriction près, on verra que la même idée ſubſiſte toûjours. Un fluide ſubtil prendra tout ce qui ſe perd de mouvement dans un choc, où le Reſſort compoſé étant imparfait, il s'eſt rompu quelques petits Reſſorts

ſorts particuliers. Le principe de la même quantité de mouvement toûjours ſubſiſtante eſt ſi beau, & ſi digne de l'Auteur de l'Univers, qu'il merite les efforts des Philoſophes pour le conſerver, & l'on ne peut s'empêcher d'avoir regret à quelques modifications qu'on eſt forcé d'y mettre.

SUR LA REFLE'XION ET LA REFRACTION.

* NOUS avons déja annoncé en 1722 † que la Theorie de M. de *Mairan* ſur la Reflexion des Corps, le conduiroit à celle de la Refraction, & il étoit aiſé de s'appercevoir qu'elle étoit trop étenduë & trop generale pour ne pas aller juſque-là. Mais pour voir naître la Refraction de la Reflexion, il faut prendre de nouvelles vûës, qui ſeront toûjours étroitement liées aux premiéres.

On conſerve ces anciennes ſuppoſitions, qu'un plan ou la ſurface d'un Corps quelconque eſt choquée par une Sphere, de ſorte que le centre de gravité du Corps, celui de la Sphere, & le point de contact ſont ſur une même ligne droite, que le plan choqué eſt horiſontal, que l'incidence de la Sphere eſt oblique pour plus de generalité, & qu'il y a un Reſſort parfait dans la Sphere. Il eſt le plus ſouvent inutile d'en concevoir un dans le plan ou Corps choqué. Tout ce que l'on change, c'eſt que ce plan ou Corps

* V. les M. p. 489. † P. 152. & ſuiv.

qui étoit inébranlable eſt maintenant mobile.

Puiſqu'il l'eſt, la Sphere doit le mouvoir. Elle fera ſortir ſa ſurface de cette ligne horiſontale ſelon laquelle elle étoit étenduë. Nous rapporterons à cette ligne, comme à un terme fixe, les mouvemens qui vont arriver, & nous la nommerons ligne *fixe*. La Sphere, dont le mouvement eſt compoſé d'horiſontal & de vertical, puiſqu'il eſt oblique, ne peut mouvoir le Corps choqué, ou le pouſſer au de-là de la ligne fixe, que ſelon une direction verticale, car par ſa direction horiſontale elle ne le choque point. Si le Corps & la Sphere étoient des corps parfaitement durs, ou parfaitement mous, la Sphere donneroit au Corps choqué une viteſſe verticale d'autant plus grande, qu'il ſeroit d'une plus petite maſſe, & au contraire. On peut concevoir que la maſſe du Corps choqué fait une certaine reſiſtance à la viteſſe que le choquant tend à lui imprimer, & que cette reſiſtance croît ou décroît avec la maſſe. Cela eſt general, & ſubſiſte dans le cas du Reſſort, comme dans celui des Corps parfaitement durs ou mous, mais le Reſſort amene des conſiderations nouvelles.

La Reflexion dépend totalement du Reſſort, & afin qu'elle ſoit parfaite, c'eſt-à-dire, qu'elle ſe faſſe ſous un angle égal à celui d'Incidence, il faut que le Reſſort ſoit parfaitement comprimé, & parfaitement reſtitué. Pour cela il lui faut un appui inébranlable, qui ne peut être que le Corps choqué. Mais ce Corps choqué eſt mobile, & prend une viteſſe verticale, il cede donc, & n'eſt plus du tout un appui, s'il cede dans l'inſ-

l'instant indivisible où il est choqué ; du moins il n'est qu'un appui imparfait, s'il ne cede pas entiérement dans cet instant, & est quelque temps à se retirer.

Que le Corps choqué soit plus ou moins de temps à ceder entiérement, il est visible que cela dépend du plus ou moins de viteſſe verticale qu'il doit prendre, & ce plus ou moins de viteſſe dépend du rapport qui sera entre la resistance de sa masse & la force de la Sphere selon sa direction verticale. Plus la masse du Corps sera grande, & la force verticale de la Sphere petite, plus le Corps sera de temps à ceder, plus il sera de temps à servir d'appui, quoique d'un appui toûjours cedant, & au contraire. Il suffira de concevoir desormais une même direction ou viteſſe verticale dans le mouvement composé de la Sphere, & la masse du Corps choqué toûjours croissante ou décroissante.

Il faut un temps fini, quoi que très court, pour la compression du Ressort, & un autre égal pour la restitution. Le Corps choqué a toute la durée de ces deux temps pour achever entiérement de ceder, & pour se dérober tout-à fait à la Sphere choquante; il se dérobera dans le 1er temps, & plûtôt dans le 1er, s'il prend plus de viteſſe, & il ne se dérobera que dans le 2d, & plus tard dans le 2d, s'il en prend moins, ce qui fait deux cas remarquables, ou plûtôt trois.

Si le Corps choqué est infiniment petit, & par consequent d'une resistance nulle par sa masse, il prend dans l'instant indivisible du choc toute la viteſſe verticale qu'il doit prendre, il se dérobe, le Ressort

de la Sphere n'eſt nullement comprimé, & comme elle n'a reçû aucune alteration à ſon mouvement, elle le continuë ſelon la même ligne oblique qu'elle décrivoit. Il n'y a point de Reflexion. Si le Corps eſt fini, mais très-petit, il prendra moins de viteſſe, reſiſtera un peu de temps; mais ſe dérobera tout à fait un peu après le commencement de la compreſſion du Reſſort. Ici s'applique ce qui a été dit en 1722 d'après M. de *Mairan*, que dans tous les inſtants infiniment petits, tant de la compreſſion que de la reſtitution du Reſſort, la Sphere avoit toûjours differentes tendances à des directions qu'elle ſuivroit, ſi le Corps, ſuppoſé alors inébranlable, étoit ſubitement enlevé dans quelqu'un de ces inſtants. Maintenant le Corps eſt réellement enlevé dans un inſtant de la compreſſion du Reſſort, la Sphere ira donc ſelon la tendance de cet inſtant, & il eſt aiſé de voir que dans la ſuppoſition preſente ce ſera une ligne peu differente de celle qu'elle ſuivoit dans la Reflexion nulle, & lorſque ſon mouvement n'étoit nullement alteré. Cette nouvelle ligne ſera celle d'une Reflexion très-imparfaite, & comme elle ne peut être qu'au deſſous de la ligne qu'on a nommée *fixe*, ce ſera une Reflexion *en deſſous*. Puiſque la viteſſe verticale de la Sphere diminuë toûjours par dégrés pendant toute la compreſſion du Reſſort, & ne renaît par les mêmes dégrés que pendant la reſtitution, ici, où il y a eu une compreſſion incomplete ſans reſtitution ſuivante, la Sphere a perdu de ſa viteſſe verticale qu'elle n'a point regagnée,

&

& la ligne de Reflexion en deſſous eſt celle du mouvement compoſé de la Sphere, où la viteſſe verticale eſt moindre qu'avant le choc, & l'horiſontale la même, car elle eſt conſtante. Il ſuit de-là que ſi du centre de la Sphere, dans l'inſtant du choc, on tire une perpendiculaire ſur le plan choqué, où la ligne fixe, la ligne de la Reflexion en deſſous s'éloignera plus de cette perpendiculaire que ne faiſoit la ligne d'Incidence. Il eſt très-facile d'imaginer tous les cas ſuivans, où la reſiſtance du Corps choqué croiſſant toûjours, il ne ſe dérobera tout-à-fait qu'après une plus grande compreſſion du Reſſort, mais toûjours incomplete, & où la Sphere ſuivra une ligne de Reflexion en deſſous toûjours plus éloignée de la perpendiculaire au plan, & par conſéquent plus inclinée à la ligne fixe horiſontale, puiſque le rapport de la viteſſe verticale de la Sphere à l'horiſontale diminuë toûjours.

Si la maſſe ou la reſiſtance du Corps choqué eſt telle qu'il ne ſe dérobe que dans l'inſtant où la compreſſion du Reſſort de la Sphere eſt entiérement finie, la Sphere qui a perdu toute la viteſſe verticale, & n'en reprend rien faute d'appui, n'a plus que ſa direction ou viteſſe horiſontale, & cette direction eſt en effet la Tangente du ſommet de la Courbe, ſelon laquelle eſt alors ſa tendance. Son centre ne peut plus que ſe mouvoir horiſontalement ſur la ligne fixe, ce qui ſera, ſi l'on veut, une Reflexion *moyenne*.

Car on voit déja que les Reflexions *en deſſus*, qui ſont les ordinaires, vont venir, à

meſure que la reſiſtance du Corps choqué devenant encore plus grande, il ne ſe dérobera que pendant la reſtitution du Reſſort toûjours plus avancée. Les Reflexions en deſſus ſeront toûjours moins inclinées à la ligne fixe, & moins éloignées de la perpendiculaire au plan, & afin qu'il en vînt une qui fît avec elle le même angle que la ligne d'Incidence, il faudroit que la reſtitution du Reſſort eût été entiére, c'eſt à-dire, que le corps choqué n'eût point du tout cedé, ou eût été d'une maſſe infinie, ou inébranlable, ce qui eſt le cas de la Reflexion parfaite.

L'angle que fait la ligne de Reflexion nulle avec la ligne fixe eſt égal à celui d'Incidence, puiſque la Sphere ne ſuit que la même direction ou ligne tant au deſſous qu'au deſſus de la ligne fixe. Enſuite cet angle de la ligne de Reflexion en deſſous avec la ligne fixe, diminuë toûjours juſqu'à ce qu'il devienne nul dans la Reflexion moyenne, après quoi il commence à croître dans les Reflexions en deſſus, & redevient enfin dans la Reflexion parfaite égal à celui d'Incidence, de ſorte qu'à cet égard les deux extrêmités ſe rejoignent, mais en ſens contraires.

En conſiderant ce qui arrive ici à la viteſſe verticale de la Sphere dans les trois cas de la Reflexion nulle, moyenne & parfaite, on reconnoîtra trois cas dont nous avons parlé en 1706 * dans l'explication du mouvement ſimple & direct des Corps à reſſort. Si le choqué en repos eſt infiniment petit par rapport au choquant, le choquant ne perd

* P. 156. & ſuiv.

perd rien de ſa viteſſe; ſi le choqué eſt égal, il prend toute la viteſſe du choquant qui demeure immobile; ſi le choqué eſt infiniment grand par rapport au choquant, il lui rend toute ſa viteſſe; l'application ſe fait d'elle-même.

Il ne ſera peut-être pas hors de propos de s'arrêter un peu ici pour expliquer comment une Boule, qui en choque une égale en repos, lui donne toute ſa viteſſe, & demeure en repos elle même, cela éclaircira ce qui a été dit ou ſuppoſé. Ce phenomene ne peut arriver ſi la compreſſion & la reſtitution du Reſſort des deux Boules n'ont été toutes deux égales & parfaites, & elles ne peuvent l'avoir été, ſi les deux Boules n'ont été à l'égard l'une de l'autre un appui parfaitement immobile. Mais comment cela, ſi la Boule choquée n'a nullement été immobile à l'égard de la choquante? Elle a dû lui ceder, & diminuer d'autant l'action des deux Reſſorts.

Il ſuffit de conſiderer celui de la choquée. Dès le premier inſtant où elle l'eſt, elle s'aplatit un peu, & devient un Spheroïde, dont le petit axe eſt dans la ligne qui joint ſon centre avec le point de contact. Le grand Cercle, dont cette ligne étoit le diametre, étant devenu Ellipſe, le point du contact & le point de la Sphere diametralement oppoſé s'approchent tous deux de ſon centre, & ſi on avoit d'aſſés bons yeux, on verroit la partie de la Sphére anterieure par rapport au coup le fuir, & la poſterieure s'en approcher, d'où il ſuit que le centre de la Sphere placé à égale diſtance de ces deux parties,

& pouſſé en même temps & également par elles deux en ſens contraires, demeure immobile. Dans les inſtants ſuivans le Spheroïde devient toûjours plus Spheroïde, & le centre demeure toûjours immobile, parce que toute la force de la Boule choquante ſe conſume à changer toûjours de plus en plus la Sphere en Spheroïde, ce qui ne demande aucun mouvement, ni déplacement du centre. Son immobilité fait que la Sphere choquée tient lieu à la choquante d'un appui inébranlable.

On voit par tout ce qui a été dit, que les Reflexions en deſſous & les Reflexions en deſſus ſont ſéparées par une Reflexion qui n'eſt ni en deſſous, ni en deſſus, c'eſt la moyenne. Les Reflexions en deſſous ſe font tant que la viteſſe verticale de la Sphere eſt diminuée par la reſiſtance du plan choqué, & non rétablie; la Reflexion moyenne, lorſque cette viteſſe eſt entiérement éteinte, & nullement rétablie; les Reflexions en deſſus, tant que cette viteſſe eſt rétablie en partie, juſqu'à ce qu'enfin elle le ſoit entiérement dans la Reflexion parfaite.

La viteſſe verticale de la Sphere ne peut jamais être dans un cas plus avantageux que celui où elle ne diminuë aucunement par la reſiſtance du plan, & c'eſt alors la Reflexion nulle, dont la ligne n'eſt que celle d'Incidence continuée au deſſus de la ligne fixe. D'un autre côté ſi cette viteſſe a été diminuée, elle ne peut être dans un cas plus avantageux que celui où elle ſe rétablit entiérement, & c'eſt la Reflexion parfaite, dont la ligne fait au deſſus de la ligne fixe

un

un angle égal à celui d'Incidence. Donc l'eſpace qui eſt entre la Reflexion nulle & la parfaite comprend toutes les Reflexions poſſibles. Afin qu'il y eût encore des Reflexions au de-là de la parfaite, il faudroit que le plan ne fût pas ſeulement inébranlable pour rendre à la Sphere toute ſa viteſſe verticale, mais qu'il eût encore une force pour augmenter, ce qui ne peut être en Phyſique. Dans ce cas, s'il étoit poſſible, l'angle de Reflexion ſeroit plus grand que celui d'Incidence, & la ligne de Reflexion s'approcheroit plus de la perpendiculaire au plan que ne faiſoit celle d'Incidence.

On s'aperçoit déja ſans doute que les Reflexions en deſſous vont devenir des Refractions. Car ſi une Sphere ayant traverſé un Milieu fluide, vient à tomber obliquement ſur la ſurface d'un ſecond Milieu horiſontal, plus difficile à penetrer, ſa viteſſe verticale, par laquelle ſeule elle penetre, ſera neceſſairement diminuée, & il eſt bien certain qu'elle ne ſe retablira pas, la Sphere qui entrera dans le 2d Milieu ſera donc dans le même cas que celle qui ſe reflechiſſoit en deſſous, parce qu'elle avoit perdu quelque portion de ſa viteſſe verticale qu'elle ne recouvroit point. Elle entrera dans le nouveau Milieu, en ſuivant une ligne de Reflexion en deſſous, non continuë à celle d'Incidence, & c'eſt-là ce qu'on appelle une Refraction. Cette ligne de Reflexion en deſſous, ou de Refraction eſt, comme on l'a vû, plus éloignée de la perpendiculaire au plan que n'étoit la ligne d'Incidence, & c'eſt ce qu'on appelle une Refraction qui s'éloigne de la

perpendiculaire. Elle s'en éloigne d'autant plus que le 2d Milieu a par rapport au 1er plus de difficulté à ſe laiſſer penetrer par la Sphere.

Si au contraire le 2d Milieu étoit plus aiſé à penetrer que le 1er, il eſt bien vrai que la force verticale abſoluë de la Sphere n'en ſeroit pas augmentée, mais ſa viteſſe ſeroit moins retardée par le 2d Milieu qu'elle ne l'avoit été par le 1er, ce qui eſt l'équivalent d'une augmentation réelle de force ou de viteſſe. La Sphere doit neceſſairement penetrer le 2d Milieu, puiſqu'elle a bien penetré le 1er, elle doit donc ſe mouvoir au deſſous de la ligne fixe, qui apartient ici à la ſurface commune des deux Milieux. Elle ne peut ſe mouvoir dans tout l'eſpace qui apartient aux Reflexions en deſſous, qui ne ſont telles que parce que la viteſſe verticale eſt diminuée. Elle doit donc ſuivre une ligne qui ſoit hors de cet eſpace, & elle ne le peut ſans en prendre une qui s'approche plus de la perpendiculaire au plan que ne faiſoit la ligne d'Incidence. Cette Refraction ſe fait donc en s'approchant de la perpendiculaire, & elle s'en approche d'autant plus que la facilité du 2d Milieu à être penetré eſt plus grande que celle du 1er. Voilà le cas qui n'avoit pas lieu dans la Reflexion, parce qu'on n'y conſideroit que des corps ſolides rencontrés par la Sphere, au lieu qu'ici on en conſidere de fluides qu'elle traverſe avec plus ou moins de facilité.

En general il eſt très-clair par la Theorie des Mouvemens compoſés, que dans le Triangle rectangle, dont l'hypotenuſe repreſente

ſente l'Incidence oblique de la Sphere ſur un plan horiſontal, & les deux autres côtés la viteſſe horiſontale conſtante, & la verticale variable qui eſt auſſi ce que nous avons toûjours nommé la perpendiculaire au plan, il arrive neceſſairement que quand cette viteſſe verticale eſt retardée ou diminuée, l'angle de l'hypotenuſe avec elle devient plus grand, ou, ce qui eſt le même, l'hypotenuſe qui eſt le chemin de la Sphere s'éloigne de la perpendiculaire au plan, & qu'au contraire ſi la viteſſe verticale eſt augmentée ou moins retardée, le chemin de la Sphere s'approche de la perpendiculaire au plan.

Il eſt donc démontré que le Milieu dans lequel un Rayon de lumiére compoſé de petits Globules, ainſi qu'il a été dit en 1722 *, ſe rompt en s'approchant de la perpendiculaire, eſt le Milieu le plus aiſé à penetrer par le Rayon, & au contraire. Et comme il eſt certain par l'experience que la Lumiére, en paſſant de l'Air dans l'Eau, ſe rompt en s'approchant de la perpendiculaire, & s'en approche encore plus dans le Verre, il eſt ſûr que la Lumiére ſe meut plus aiſément dans le Verre que dans l'Eau, & dans l'Eau, que dans l'Air.

Quand on commença dans le Siécle paſſé à examiner plus ſoigneuſement la Refraction, certainement l'apparence n'étoit pas que des Milieux tranſparents plus denſes duſſent donner un paſſage plus aiſé à la Lumiére, & plus aiſé à proportion de leur denſité, qui naturellement devoit être un obſtacle. Auſſi le célèbre M. de *Fermat*, grand Geometre, ſou-

* P. 165.

soutint-il long-temps contre M. *Descartes* que l'Air étoit un Milieu plus favorable à la Lumiére que l'Eau, & l'Eau plus que le Verre. Pouſſé vivement par ſon redoutable Adverſaire, il ſe retrancha enfin dans un raiſonnement dont nous donnerons ici quelque idée.

Il eſt de la ſimplicité & de la ſageſſe de la Nature que la Lumiére aille d'un point à un autre, ou par un chemin direct, ou par le plus court, ou par celui qu'elle parcourt en moins de temps. Quand elle ſe rompt en paſſant d'un Milieu dans un autre, elle ne va ni par un chemin direct, ni par le plus court, elle va donc par celui de la plus courte durée. M. le M. de *l'Hopital* a démontré dans ſes *Infin. petits* ſous une eſpece d'Allegorie, qu'afin que la Lumiére, tombant obliquement, aille en moins de temps qu'il ſoit poſſible d'un point donné dans un Milieu à un point donné dans un autre, il faut qu'elle ſe rompe de ſorte que le Sinus de l'angle que fait ſon Incidence avec la perpendiculaire au plan & le Sinus de ſon angle de Refraction ſoient entr'eux comme les differentes facilités des deux Milieux à ſe laiſſer penetrer. Or quand le chemin de la Lumiére qui ſe rompt s'approche de la perpendiculaire au plan, le Sinus de ſon angle de Refraction eſt moindre que n'étoit celui de l'angle d'Incidence. Donc alors la facilité du 2d Milieu eſt auſſi moindre que n'étoit celle du 1er. Donc le Milieu dans lequel la Lumiére ſe rompt en s'approchant de la perpendiculaire eſt celui qu'elle penetre le moins facilement.

Cette

Cette conſequence eſt vraie, s'il eſt bien vrai que le chemin de la Lumiére, qui ſe rompt, doive être de la moindre durée poſſible, mais une cauſe finale, un principe moral, pour ainſi dire, ce plus court temps, plus convenable à la ſageſſe de la Nature, ne peut pas tenir contre un principe Geometrique & Phyſique, tel que celui de la compoſition des Mouvemens. En effet, comme nous l'avons dit en parlant de M. *Leibnitz* *, qui admettoit en Phyſique les Cauſes finales, & en particulier ce principe de M. de *Fermat* ſur la Refraction, *Ce qui apartient à la ſageſſe du Créateur ſemble être encore plus au deſſus de nôtre foible portée, que ce qui apartient à ſa puiſſance.* Quand nous aurons découvert ce qui eſt, ne craignons pas de n'y pas trouver aſſés d'ordre & de deſſein, mais ne jugeons pas de ce qui eſt par un ordre & des deſſeins tirés de nôtre imagination.

Les Cauſes finales étant donc auſſi peu déciſives en Phyſique, M. de *Mairan* ne fait pas difficulté d'admettre que les deux chemins du Rayon rompu ſont parcourus en un temps plus long, que ne feroit le chemin direct & unique compris entre les deux mêmes points, & il le démontre, & même à l'égard de la Reflexion, tant qu'elle eſt imparfaite. La neceſſité Mechanique doit prévaloir ſur tout.

Quant à la denſité des Milieux, qui cependant reſiſtent moins à la Lumiére, il fait voir que cette plus grande denſité de leurs parties ſenſibles peut fort bien s'accorder avec une moindre denſité du fluide ſubtil qui remplit leurs

* V. l'Hiſt. de 1716. p. 132. 133.

leurs pores inſenſibles, & qui fera la Refraction. La contexture des pores avec les parties ſolides des Corps diaphanes plus denſes peut auſſi être plus favorable au paſſage de la Lumiére. Enfin c'eſt à la Phyſique à éclaircir ce point, qui ne l'eſt pas encore aſſés, mais ce qu'il y a de Mechanique eſt inébranlable.

L'Hiſtoire que fait M. de *Mairan*, non ſeulement de la conteſtation de M. *Deſcartes* & de M. de *Fermat*, mais des differens ſentimens des plus grands Philoſophes ſur toute cette matiere, prouve aſſés combien elle étoit épineuſe, & combien il étoit neceſſaire qu'il y eût enfin quelque choſe de bien ſûrement arrêté. Cette Hiſtoire, curieuſe & agréable par elle-même, a été recherchée avec ſoin, & recueillie de beaucoup endroits, dont quelques-uns ſont déja peu connus.

Comme la Refraction de la Lumiére a pour cauſe la differente reſiſtance de deux Milieux, & que l'on conçoit la réſiſtance de chacun toûjours la même, la force verticale de la Lumiére, lorſqu'elle paſſe d'un des deux Milieux dans l'autre eſt toûjours également augmentée ou diminuée par rapport à l'horiſontale, quelle qu'ait été l'incidence du Rayon, & de-là vient le rapport conſtant des Sinus des angles d'incidence & de refraction pour deux Milieux déterminés.

Si la Lumiére paſſe d'un Milieu dans un moins reſiſtant, elle ſe rompt toûjours, car il eſt impoſſible que ſa force verticale ou ſa force de penetrer étant augmentée, elle ne penetre. Mais quand elle paſſe dans un Mi-

lieu

lieu plus reſiſtant, elle ne penetrera pas, ſi ſa force verticale n'eſt qu'égale à la reſiſtance de ce Milieu. Cela viendra d'une incidence trop oblique, où le côté vertical aura un trop petit rapport à l'horiſontal. Alors la Lumiére ſe reflechira.

C'eſt donc une erreur que de penſer, comme quelques Phyſiciens, qu'une des cauſes du froid de l'Hiver eſt l'incidence trop oblique des rayons ſur l'Atmoſphere, qui fait qu'il s'en reflechit une plus grande quantité, perduë pour le Climat où eſt l'Hyver. L'Atmoſphere eſt plus denſe, & reſiſte moins à la Lumiére que l'Ether d'où elle vient, & par conſequent ſous quelque angle qu'elle vienne, il s'y en rompt toûjours autant qu'il s'en peut rompre.

Je dis, *autant qu'il s'en peut rompre*, car il eſt certain par des experiences modernes, que la Lumiére ne ſe rompt point ſans ſe reflechir auſſi en partie. Un Rayon phyſique, qui, quelque petit qu'il ſoit, eſt toûjours un faiſceau de Rayons lineaires, ſi l'on trouve toûjours dans un Corps diaphane des parties ſolides qui cauſent des reflexions en même temps que les pores admettent les refractions.

Juſqu'ici nous n'avons regardé que comme un point ce qui paſſe d'un Milieu dans un autre, mais ce n'eſt pas réellement un point, c'eſt une Sphere, quoi-que très-petite, & ce paſſage eſt à conſiderer. Le chemin d'un point, ce ſeront deux lignes droites differentes, l'une d'incidence, l'autre de refraction, le chemin de la Sphere ſera compoſé de la ligne droite d'incidence, juſqu'à ce que la Sphere touche le 2d fluide, enſuite d'une

d'une Courbe qui durera juſqu'à ce que la Sphere y ſoit entiérement plongée, enfin d'une droite qui eſt la ligne de refraction. Cette Courbe eſt analogue à celle dont nous avons parlé en 1722, par laquelle dans la Reflexion le centre d'une Sphere eſt tranſporté de la ligne d'incidence ſur celle de reflexion. Nous allons prendre le cas où une Sphere paſſe d'un Milieu plus aiſé dans un plus difficile. Nous en ſuppoſons toûjours la ſurface horiſontale.

Ce 2d Milieu ou fluide reſiſte également à ſa diviſion en tous ſens, c'eſt-à-dire, que ſi une Sphere qui y eſt plongée s'y meut horiſontalement, il lui reſiſte autant que ſi elle étoit muë verticalement, mais dans le temps qu'elle s'y plonge, il faut diſtinguer les differentes reſiſtances qu'il lui fait. Elle ne peut le diviſer ou s'y plonger que par ſon mouvement vertical, & ſi ce mouvement n'eſt que vertical, le fluide lui reſiſte d'autant plus que la Sphere depuis le premier point de contact s'enfonce toûjours ſucceſſivement par un plus grand ſegment, juſqu'à ce qu'étant plongée préciſément à moitié, elle n'éprouve plus cette augmentation de reſiſtance, parce que les ſegmens ſuivans ſont toûjours plus petits, & n'ont aucune peine à ſuivre le chemin frayé par celui du milieu.

Cette reſiſtance du fluide qui eſt toûjours plus grande à cauſe de la grandeur croiſſante des ſegmens de la demi-Sphere, eſt toûjours plus grande d'une moindre quantité à cauſe de la poſition des parties de la demi-Sphere, toûjours plus propre à la diviſion du fluide. Car dans le 1er inſtant la demi-Sphere

re preſente au fluide un ſegment infiniment petit horiſontal, infiniment peu propre par ſa poſition à le diviſer, & dans le dernier inſtant, le ſegment qu'elle preſente au fluide eſt vertical, ou lui eſt perpendiculaire. Tous les ſegmens entre le premier & le dernier vont toûjours en s'approchant de la poſition du dernier.

Le mouvement de la Sphere qui n'eſt ſuppoſé que vertical, eſt donc toûjours retardé, mais toûjours moins retardé depuis l'inſtant où elle touche le fluide, juſqu'à celui où elle a ſon centre ſur ſa ſurface, le chemin de la Sphere n'eſt alors qu'une droite dont les eſpaces égaux ſont parcourus en des temps plus longs, & toûjours plus longs d'une moindre quantité. Mais ſi l'incidence de la Sphere a été oblique, comme ſon mouvement a une direction verticale, & une horiſontale, tout ce qui a été dit ſur la verticale ſubſiſte, à cela près qu'il y faut faire entrer l'horiſontale, qui profite, pour ainſi dire, des pertes de la verticale. C'eſt la même choſe que ſi le mouvement horiſontal étoit toûjours croiſſant, mais croiſſant d'une moindre quantité.

De-là il ſuit que ſi du centre de la Sphere, lorſqu'elle touche le fluide, on mene ſur ce fluide une perpendiculaire, & ſur cette perpendiculaire des Ordonnées qui repreſentent le mouvement horiſontal croiſſant d'inſtant en inſtant, ces Ordonnées ſeront celles d'une Courbe, qui aura ſa convexité tournée vers la perpendiculaire au fluide, ou Axe. Cette poſition de la Courbe à l'égard de ſon Axe eſt une ſuite naturelle de ce que

le

le 2d fluide eſt ſuppoſé plus difficile à penetrer que le 1er. Le chemin de la Sphere doit s'éloigner de ce 2d, autant qu'il eſt poſſible.

A cauſe de l'incidence oblique de la Sphere ou de ſon mouvement horiſontal, la Courbe n'eſt pas terminée lorſque le centre de la Sphere eſt arrivé ſur la ſurface du 2d fluide. Ce fluide reſiſte à ſa diviſion dans le ſens horiſontal, & la demi-Sphere qui n'eſt pas encore plongée, trouve cette reſiſtance à eſſuyer, reſiſtance encore croiſſante, parce que de plus grands ſegmens de la Sphere entiére ſe plongeront toûjours, mais toûjours moins croiſſante, parce que la poſition des nouveaux ſegmens qui viendront après la demi-Sphere, ſera toûjours plus horiſontale. Ainſi le chemin de la Sphere continuera à être courbe, juſqu'à ce qu'elle ſoit entiérement plongée, après quoi elle ne ſuivra plus que la droite de la refraction, derniére Tangente de la Courbe totale, comme la droite de l'incidence en étoit la premiére.

Le chemin total de la Sphere eſt donc une droite qui devient Courbe, & enſuite une Courbe qui redevient droite, il paroît que la courbure de cette Courbe diminuë depuis ſon origine juſqu'à l'extrêmité, & que ſa 2de portion eſt moins courbe que la 1er. Elle n'eſt donc pas compoſée de deux moitiés égales & ſemblables, comme celle de la Reflexion. D'ailleurs elle eſt toûjours deſcendante ou montante, au lieu que celle de la Reflexion a une moitié deſcendante & une montante.

En donnant pour origine à cette Courbe

de la Refraction ce qui a été ici ſon extrêmité, elle devient celle d'une Sphere qui paſſe d'un Milieu plus difficile dans un plus aiſé. Alors ſa concavité eſt tournée vers celui-ci.

Nous nous bornons à cette expoſition très-abregée de la Theorie de M. de *Mairan*. Il a donné ſur la Refraction comme ſur la Reflexion des Formules Algebriques generales, qui comprennent non ſeulement tout ce qui eſt, mais tout ce qu'on peut feindre ou imaginer ſans contradiction. Nous avons réduit à ce qui étoit le plus Phyſique & le plus important l'uſage de ces formules, qui ont une ſi grande ſurabondance de verité.

MACHINES OU INVENTIONS APPROUVE'ES PAR L'ACADEMIE EN MDCCXXIII.

I.

UNE maniére inventée par M. *Deſchamps* Entrepreneur des Armes du Roi, pour meſurer la force de differens Reſſorts. Elle conſiſte à les charger ſucceſſivement de differens poids au moyen d'une eſpece de Romaine, & elle a paru bien imaginée, utile, & fort ſimple. Cette idée a été employée par l'Auteur à perfectionner celle qu'il avoit donnée en 1718 *, de faire ſur un même modelle toutes les piéces des Platines & des Batteries des

* V. l'Hiſt. de 1718. p. 93. & 94.

des Fusils, afin que que quelqu'une étant rompuë ou perduë, on pût aisément la remplacer, & que le Fusil entier ne devînt pas inutile. Il avoit fait reflexion que cela ne suffisoit pas par rapport aux Ressorts, qui quoiqu'égaux & semblables, pouvoient avoir differens degrés de force, selon la qualité de l'Acier, ou le degré de trempe. En connoissant leur differente force, il pouvoit ajoûter par la trempe à celui qui étoit trop foible, ou ôter par le recuit à celui qui étoit trop roide.

II.

Un Porte-vent de cuir proposé par M. *des Barrieres* pour donner de nouvel air aux Ouvriers qui travaillent aux Mines, soit à celles de Charbon de terre, soit à celles qu'on fait dans les Siéges de places. On sait qu'ils courent risque d'être étouffés par la mauvaise qualité de l'air qu'ils respirent dans ces lieux souterrains, sur tout en certaines saisons. *Agricola* dans son Traité de *Re Metallica*, a déja donné le même expedient, à cela près qu'il n'a songé qu'à des Porte-vents de bois. Ceux de cuir paroissent préférables en plusieurs circonstances.

III.

Des Instrumens d'or, tels que des Ciseaux, Couteaux, Poinçons, qui par l'alliage que M. *Louis Siriés* joint à ce metal, mou de lui-même & flexible, & par la maniére dont il le travaille, sont assés durs pour couper & pour servir dans toutes les occasions où l'on n'a pas besoin de la dureté de l'Acier, & de la finesse de son tranchant. Ils ne seront pas sujets à la Rouille, & auront encore

core l'avantage de la propreté, de l'agrément & de la magnificence.

IV.

Trois Machines de M. *Meynier*, qui ont rapport à l'Aſtronomie.

La 1re eſt une Sphere de Carton dans laquelle la Terre eſt placée au centre, ſuivant le Syſtême de *Ptolomée*.

Il a diſpoſé autour de la Terre la Lune, le Soleil, Mars, Jupiter & Saturne; & autour du Soleil, Mercure & Venus, conformément au ſentiment de quelques Anciens.

Les Planetes ſuperieures y ont chacune leur Epicycle, par le moyen duquel il repreſente leurs directions, ſtations & retrogradations.

Il a placé vers le bas de cette Sphere des Cartons diverſement inclinés les uns aux autres & au plan de l'Ecliptique ſur leſquels les Planetes ſont ſupportées.

Par le moyen de ces Cartons où ſont marquées les Periodes des revolutions de chaque Planete, il repreſente leur mouvement, tant en longitude qu'en latitude, en les faiſant tourner avec la main.

On y trouve auſſi les jours de la Lune & ſes Phaſes, le lever & le coucher du Soleil pour tous les climats, & l'heure qu'il eſt à tous les endroits de la Terre.

La 2de eſt une Horloge dans laquelle eſt repreſentée la revolution du premier mobile, celle du Soleil de l'Orient vers l'Occident, & ſon mouvement propre d'Occident en Orient. Cette Horloge, outre les heures Solaires, marque l'heure du paſſage du point du Belier par le Meridien pour toute l'an-

l'année, le lieu du Soleil dans le Zodiaque, & l'heure de ſon lever & de ſon coucher. Le lieu de la Lune y eſt auſſi marqué par une Aiguille diſtincte.

La 3me eſt un Planiſphere de Carton où ſont repreſeutées les Etoiles autour du Pole Septentrional, par le moyen duquel la hauteur de l'Etoile Polaire étant donnée, il détermine la hauteur du Pole, & de combien cette Etoile eſt éloignée du Meridien vers l'Eſt ou vers l'Oueſt, ce qui peut ſervir à faire connoître la variation de la Bouſſole pendant la nuit.

On y trouve auſſi l'heure en Mer pendant toutes les heures de la nuit.

Toutes ces Machines, qui ont été executées par l'Inventeur, ont paru fort ingenieuſes, & ont fait connoître également ſon genie dans l'invention, & ſon adreſſe dans l'execution.

MEMOIRES

SUITE DES

MEMOIRES

DE

MATHEMATIQUE

ET

DE PHYSIQUE.

Tirez des Regiſtres

DE L'ACADEMIE ROYALE

DES SCIENCES

DE L'ANNE'E M. DCCXXIII.

A AMSTERDAM,

Chez PIERRE DE COUP.

MDCCXXX.

MEMOIRES
DE
MATHEMATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,
TIRE'S DES REGISTRES
de l'Academie Royale des Sciences.

De l'Année M. DCCXXIII.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES faites en 1722.

Par M. MARALDI.

ON a obſervé encore pluſieurs fois l'Aurore boreale pendant l'année 1722 Le 7 Janvier, le Ciel étant couvert, on voyoit du côté du Nord les nuages proche de l'horiſon fort éclairés. Nous avons remarqué la même choſe le 8, le 9 & le 12 du même mois.

Cette clarté des nuages étoit fort grande,

13 Janvier 1723.

fort étenduë depuis le Nord-eſt juſqu'au Nord-oüeſt, & s'élevoit à la hauteur de 25 degrés, ayant duré depuis 6 à 7h du ſoir juſqu'à 11. A toutes ces marques on a conjecturé que la clarté des nuages étoit cauſée par la lumiere boreale On a vû les mêmes apparences le 20 Fevrier, le Ciel étant couvert. Le 5 Septembre la lumiere parut fort claire entre les ouvertures des nuages. Nous la vîmes encore le jour ſuivant 6, le Ciel étant fort ſerein. C'étoit une lumiere fort claire, conſtante, formée en arc vers ſa partie ſuperieure ſans aucune de ces colonnes qui ont coûtume de s'élever perpendiculairement à l'horiſon, & de ſe mêler avec la lumiere conſtante.

Elle parut de nouveau le 10 Septembre fort claire, accompagnée de colonnes. Elle fut encore viſible le 16, mais ſans colonnes. Enfin on en a vû une foible trace pour la derniere fois de cette année le 14 d'Octobre. C'eſt la ſeptiéme année que ce phenomene paroît depuis ſa premiére apparition qui arriva en 1716.

Obſervations ſur la quantité de Pluye de 1722.

	lignes		lignes
En Janvier	4⅔	En Juillet	11⅔
Fevrier	16½	Août	26
Mars	16	Septembre ...	23
Avril	4	Octobre	0
Mai	32	Novembre ...	10½
Juin	19	Decembre ...	12⅓

La hauteur de la pluye totale de l'année 1722

1722 eſt de 14 pouces 6 lignes ½. Pendant les ſix premiers mois de l'année il a plu 7 pouces & 6 lignes, & dans les ſix derniers mois 7 pouces 0 ligne ½. La pluye de l'année 1722 eſt donc beaucoup au deſſous de celle des années communes qui eſt de 19 pouces. Cela n'eſt pas ſeulement pour cette année, mais il y en a huit de ſuite qu'il arrive la même choſe; car depuis 1713 la quantité de pluye a toûjours été beaucoup au deſſous de la commune : ainſi il ne faut pas s'étonner ſi les ſources ont fort diminué depuis quelques années à l'égard de ce qu'elles étoient les années précedentes.

Quoi-que la quantité de pluye de l'an 1722 ait été plus grande que celle des années précedentes, il n'y a pas eu cependant une ſi grande abondance de bleds ; ce qui peut venir en partie de ce que la pluye n'eſt pas tombée dans des intervalles de temps les plus propres pour la fecondité de la terre, & qu'elle a été diſtribuée aſſés inégalement. En effet durant le mois d'Avril il n'a tombé que 4 lignes de pluye, au lieu qu'il y en a eu 32 lignes dans le mois de Mai. Il eſt peut-être ſans exemple dans ce climat qu'il ſe ſoit paſſé un mois entier ſans pleuvoir, comme il eſt arrivé en Octobre, ce mois ayant preſque toûjours été ſerein, ce qui a rendu l'automne agréable.

M. *Guillin*, Ingenieur à *Bergue-St-Vinox*, a fait dans la même Ville les Obſervations de la quantité de pluye qui eſt tombée depuis le mois de Fevrier 1719 juſqu'au mois d'Avril de 1722 avec la même methode que l'on pratique à l'Obſervatoire, & il a envoyé ces Ob-

Obſervations à M. l'Abbé *Bignon*. Depuis le commencement de Fevrier 1719 juſqu'à la fin de l'année, la hauteur de la pluye tombée à *Bergue* eſt de 17 pouces 10 lignes. Celle de toute l'année 1720 eſt de 22 pouces 8 lignes $\frac{1}{2}$, & celle de 1721 eſt de 29 pouces 10 lignes.

Par les Obſervations faites à *Paris*, la hauteur de la pluye en 1719 ne fut que de 9 pouces 4 lignes. La difference entre l'une & l'autre eſt au moins de 8 pouces. En 1720 à *Paris* la pluye fut de 17 pouces, & par conſequent 5 pouces moins qu'à *Bergue*, & en 1721 elle a été de 14 pouces, plus de 15 pouces moins qu'à *Bergue*. D'où il paroît qu'il plût beaucoup plus à *Bergue* qu'à *Paris*. On avoit déja remapqué par les Obſervations faites à *Pontbriant*, comparées avec celles qu'on avoit faites en même temps à *Paris*, que proche de la Mer il plût en plus grande abondance qu'au milieu des terres, peut-être à cauſe que proche de la Mer les nuages y doivent être plus chargés d'humidité. On a remarqué auſſi que dans les pays des Montagnes il en tombe une plus grande quantité que dans les plaines; ce qui vient de ce que les nuages qui ſont chaſſés par les vents, ſont arrêtés par les Montagnes, lorſqu'ils les rencontrent, & s'y convertiſſent en pluye, qui par cette raiſon y doit être en plus grande abondance que dans les plaines, où il n'y a rien qui arrête ces nuages qui ſont chaſſés par les vents.

Ob-

Observations sur le Barometre.

La plus grande hauteur du Barometre simple a été à 28 pouces 7 lignes $\frac{1}{4}$: il s'est trouvé dans cet état en Janvier pendant quatre jours, c'est-à-dire, depuis le 2 jusqu'au 5 inclusivement. Le Ciel étoit alors couvert avec un grand brouillard & l'air tranquille. Cette hauteur est peut-être la plus grande où le Mercure soit arrivé dans ce climat depuis que l'on fait ces Observations.

M. *Cassini*, dans son *Traité de la Comete*, remarque que le premier de Janvier 1681, le Barometre étant à 28 pouces 4 lignes $\frac{1}{2}$, c'étoit la plus grande hauteur où il l'avoit vû depuis plusieurs années. M. *de la Hire* ne l'a jamais observé plus haut que 28 pouces 5 lignes. Par les Observations de l'année 1721 nous le trouvâmes le 18 & le 20 de Janvier à 28 pouces 6 lignes ; en 1722 il a été une ligne & demie plus haut qu'il n'avoit été auparavant dans la plus grande hauteur. Dans cette grande élevation le Ciel a été toûjours couvert, comme il a continué de faire durant les quinze premiers jours de Janvier. Le jour de la plus petite hauteur du Barometre a été le 31 Decembre par un vent de Sud oüest violent ; il se trouva ce jour-là à 27 pouces une ligne $\frac{1}{2}$.

Le plus grand froid de l'année marqué par le Thermometre est arrivé le 24 Janvier, ayant descendu ce jour-là à 25 parties. Cette situation est à peu-près l'état moyen entre le temperé qui arrive à 48 degrés, & le plus grand froid qui est à zero.

Dans les plus grandes chaleurs de 1722 le même Thermometre eſt monté à 72 degrés, ce qui eſt arrivé le 15, le 16 & le 27 Juin à 3 heures après midi, qui eſt l'heure de la plus grande chaleur du jour. Le vent étoit ces jours-là Sud ou Sud-eſt. C'eſt preſque toûjours avec ces vents que ſont accompagnées les grandes chaleurs de l'été, qui ont été fort moderées durant cette année, le Thermometre n'étant monté qu'à 72, au lieu que dans les plus grandes chaleurs des années précedentes il s'étoit élevé à 82 parties. Cette année les plus grandes chaleurs ſont arrivées au mois de Juin, au lieu que dans la plûpart des années elles arrivent au mois de Juillet & d'Août.

Déclinaiſon de l'Aimant.

La déclinaiſon de l'Aimant obſervée le 22 Novembre 1722 & le 4 Janvier 1723 avec une Bouſſole de 4 pouces, a été trouvée de 13° 0′ Nord-oüeſt, préciſément telle qu'elle a été trouvée avec la même Bouſſole en 1721 & en 1722. La déclinaiſon ne varie donc pas depuis trois ans, & par conſequent elle eſt ſtationaire. En 1716 nous trouvâmes la déclinaiſon de 12° 30′; & comme elle varioit auparavant de 12 minutes par an, ſi depuis 1716 elle avoit fait le même progrès qu'elle faiſoit auparavant, elle auroit été cette année de 14 degrés. La difference entre l'Obſervation & le progrès qu'elle auroit dû faire, ſi elle avoit continué de décliner, eſt un degré, ce qui ſeroit ſenſible. Il eſt donc certain qu'elle ne continuë pas de varier, & qu'elle eſt ſtationaire.

DE

DE L'ORIGINE ET DES USAGES DE LA PIERRE DE FOUDRE.

Par M. DE JUSSIEU.

RIEN n'eſt ſi connu dans la République des Lettres que le merite que les Anciens & qu'une tradition qui depuis eux s'eſt même conſervée parmi nous, ont attribué à la *Pierre de foudre*.

L'explication du nom de *Ceraunia* qu'elle porte, nous apprend qu'ils la croyoient deſcendre du Ciel dans le moment que le tonnerre éclatoit & tomboit ſur quelque endroit que ce fut de la Terre.

Cette prétenduë origine la faiſoit regarder avec une eſpece de reſpect qui avoit rapport à la majeſté du Dieu qu'ils s'imaginoient l'avoir lancée. Auſſi *Pline* la met-il dans le nombre des Pierres précieuſes.

Mais il n'y a point eu de peuples qui en ayent fait plus de cas que ceux du Nord, par la ſuperſtition qu'ils attachoient à ces Pierres, qui étoit que comme ils avoient autrefois adoré une Idole qu'ils croyoient preſider à la foudre, & qu'ils repreſentoient avec la foudre à la main ſous la figure d'une de ces Pierres taillées en coin, ils conſervoient chés eux une de ces ſortes de Pierre comme un préſervatif contre la foudre, qu'ils

croyoient éloigner de leurs maiſons, lorſqu'au premier bruit du tonnerre qu'ils entendoient, ils avoient frappé de ces Pierres trois fois les endroits par leſquels le tonnerre auroit pû entrer.

Helwing, celebre Miniſtre d'*Angerbourg* en *Pruſſe*, qui a fait un Traité particulier des Pierres de ſon pays, dit qu'il lui a fallu recourir au bras ſéculier pour détruire cette ſuperſtition dans le lieu où il exerçoit ſon Miniſtere; ſuperſtition qui étoit d'autant plus enracinée, qu'elle étoit entretenuë par les découvertes continuelles qui s'y faiſoient de ces ſortes de Pierres, dont ces peuples ne pouvoient s'imaginer que la figure n'eût quelque choſe de myſterieux.

Cette Nation ſembleroit s'être accordée en cela avec les *Chinois*, chés leſquels *Rumphius*, qui nous a donné des Figures de ces ſortes de Pierres dans ſon Recueil de Coquilles, nous aſſûre qu'une pareille idée a pour fondement l'Obſervation qu'ils font ſur la figure, ſur la qualité & la couleur de ces ſortes de Pierres, & ſur les endroits ſur leſquels il s'en trouve qui ſont ſouvent des troncs d'arbre qu'ils s'imaginent avoir été frappés de la foudre.

Quelque éloigné que nous ſoyons de ſemblables idées, nous n'avons pas laiſſé de croire juſqu'ici que le *Ceraunia* eſt une Pierre naturelle dont le caractere eſt d'être figurée ou en coin ou en fer de fléche de la même maniere que la figure ovale, la cylindrique, la priſmatique & l'orbiculaire ſont les caracteres des Cailloux de *Meudoc*, de l'Emeraude, de quelques Cryſtaux & des Echinites.

Mer-

Mercati, tout éclairé qu'il étoit dans l'hiſtoire des Foſſiles, n'a pas voulu tellement adherer à l'opinion que ces ſortes de Pierres ayent été taillées de cette forme, qu'il ait renoncé au ſentiment de ceux qui en admettent la poſſibilité naturelle ſous le nom de *jeu de nature*.

Mais aujourd'hui un peu d'attention à deux ou trois eſpeces de Pierres qui nous viennent, les unes des Iſles d'*Amerique*, & les autres de *Canada*, eſt capable de nous détromper de ce préjugé, du moment que nous apprenons à n'en pas douter; que les Sauvages de ces pays-là ſe ſervent à differents uſages de Pierres à peu près ſemblables qu'ils ont taillées avec une patience infinie par le frottement contre d'autres Pierres, faute d'aucun inſtrument de fer ni d'acier.

Les premiers beſoins des Sauvages ſont ou de couper & fendre du bois, ou de ſe faire des armes dont ils puiſſent tuer des animaux pour leur ſubſiſtance, ou de ſe défendre contre leurs ennemis.

La figure de hache & de celle de coin qu'ils ont donné à quelques Pierres que nous avons tiré d'eux, nous marque aſſés qu'ils les ont taillées pour les premiers de ces uſages, & celle de pointe qu'ils ont donné à quelques pierres à feu que nous voyons adroitement entées ſur l'extremité de certains bois menus & longs, nous font aſſés connoître qu'ils s'en ſervent comme de fléches.

J'en rapporte une piece originale de chacun de ces inſtruments, l'une qui eſt en forme de hache, tirée des *Caraibes*, la ſeconde

qui reſſemble à un coin, apportée du *Canada*, & la troiſiéme, qui ſont trois fléches, chacune ayant pour armure, au lieu d'une pointe d'acier, un fragment triangulaire de pierre à feu, aiguiſé par l'angle qui lui ſert de pointe, & tranchant des deux côtés.

Lorſque nous voyons donc parmi les Figures de ceux qui ont fait des Recueils de Pierres figurées, celles qui ſe rapportent à quelqu'une de ces trois formes, & ſur tout à celle de coin & à celle de fer de fléche qui ont toûjours paſſé juſqu'ici pour *Pierres de foudre* & pour myſterieuſes, nous ne devons point heſiter de les regarder comme inſtrumens répondant à ceux d'acier auxquels ils reſſemblent, & qui ont été taillés ou par les premiers habitans de ces pays où on les trouve, ou y avoient été apportés par des étrangers qui en faiſoient une ſorte de commerce. Ce qui donne lieu à cette conjecture eſt que dans la plûpart des pays où ſe trouvent ces ſortes d'inſtrumens, on n'y voit point ni carriere ni caillou de la même nature qui ait pû ſervir pour les y fabriquer ſur les lieux, & que par conſequent il y avoit beaucoup d'apparence que des habitans d'un pays où ſe rencontrent des cailloux d'un grain auſſi fin & d'une eſpece auſſi dure, venoient les échanger contre d'autres denrées: & ce qui acheve de confirmer cette conjecture eſt que la même choſe ſe pratique encore chés les Sauvages, parmi leſquels ceux qui ont plus d'adreſſe & de patience pour tailler ces ſortes d'inſtrumens, les fourniſſent aux autres qui ſavent peut-être mieux s'en ſervir.

Les

Les peuples de *France* & d'*Allemagne*, & des autres pays du *Nord*, pour ce qui eſt de la découverte du fer, ſont aſſés ſemblables à tous les Sauvages d'aujourd'hui, & n'avoient pas moins beſoin qu'eux, avant l'uſage du fer, de couper du bois, de ſéparer des écorces, de fendre des branches, & tuer des bêtes ſauvages, de chaſſer pour leur nourriture, & de ſe défendre de leurs ennemis, ce qu'ils ne pouvoient guere executer qu'avec de tels inſtrumens, qui n'étant pas comme le fer ſujets à la rouille, ſe retrouvent aujourd'hui dans la terre en leur entier & preſque avec leur premier poli.

Comme il eſt aſſés ordinaire que des choſes d'un genre très-different portent quelquefois le même nom, & que celui de *Pierre de foudre* qui ne devoit convenir qu'à celle que j'ai décrite, ſe donne encore en *François* à une eſpece de Marcaſſite vitriolique, de figure ou oblongue ou arrondie, tantôt heriſſée de pointes, tantôt liſſe & tantôt à facettes, je ſuis bien aiſe d'avertir qu'elle ne doit point être confonduë avec cette premiére, non ſeulement parce qu'elle ne lui reſſemble en rien par rapport à la figure, & qu'au contraire elle en eſt très-differente par les proprietés qu'elle a de fuſer & de ſe convertir en Vitriol, lorſqu'elle eſt expoſée à l'air, au lieu que celle dont je parle, eſt une vraye Pierre très-dure, d'un grain ſi fin qu'elle ſert de Pierre de touche pour les metaux, & à polir differens Ouvrages.

SUR LES FIGURES INSCRITES ET CIRCONSCRITES AU CERCLE.

Par M. SAURIN.

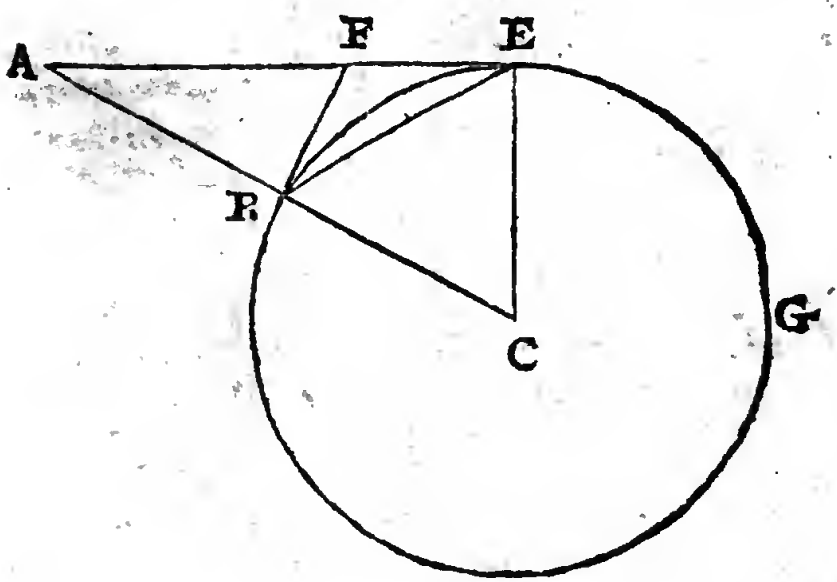
C'EST une proprieté de ces Figures, très-connuë des Geometres, que l'Aire d'une Figure inscrite est moyenne proportionelle geometrique entre l'Aire de l'inscrite & celle de la circonscrite qui ont la moitié moins des côtés. Ainsi, par exemple, l'Exagone inscrit est moyen proportionnel geometrique entre le Triangle équilateral inscrit & le Triangle équilateral circonscrit ; l'Octogone entre le Quarré inscrit & le circonscrit ; le Decagone entre le Pentagone inscrit & le circonscrit, &c. Mais je ne sai si l'on a remarqué de même dans ces Figures une autre proprieté qui a du rapport à celle-là, & qui ne merite pas moins d'être remarquée ; c'est que l'Aire de toute Figure réguliere circonscrite au Cercle, est moyenne proportionnelle harmonique entre l'Aire de la même Figure inscrite & celle de la circonscrite qui a la moitié moins de côtés ; ainsi l'Exagone circonscrit est moyen proportionel harmonique entre l'Exagone inscrit &

3 Février 1723.

& le Triangle équilateral circonſcrit; l'Octogone circonſcrit entre l'Octogone inſcrit & le Quarré circonſcrit; le Décagone circonſcrit entre le Dodécagone inſcrit & le Pentagone circonſcrit, &c.

Voici comme je démontre cette proprieté, qui s'eſt preſentée à moi par hazard, en examinant par ordre de l'Academie une prétenduë Quadrature du Cercle.

Soit mené dans le Cercle *BEG* le côté *BE* d'une figure réguliere le Rayon *CE*; la Tangente *EA* qui rencontre en *A*, *CB* prolongé, & la Tangente *BF*, rencontrant en *F* la Tangente *EA*, il eſt évident que *BEC* étant une partie de la Figure inſcrite,



BFE une partie correſpondante de la même Figure circonſcrite, & *ACE* une partie de la circonſcrite qui a la moitié moins de côtés: ce qu'on démontrera de la partie *ACE*

par rapport aux parties *BFEC*, & *BEC* ſera démontré des Figures entieres.

Les Triangles *ACE* & *BEC* ayant même hauteur, ſont entr'eux comme leurs baſes *AC*, *BC*; il faut donc démontrer que *ABF* qui eſt l'excès dont *AEC* ſurpaſſe *BFEC* eſt à *BFE*, excès dont *BFEC* ſurpaſſe *BEC*, comme *AC* à *BC*.

Les Triangles *ABF* & *BFE* ſont entr'eux comme *AF* à *FE*, ou (à cauſe que *FB* eſt égale à *FE*) comme *AF* à *FB*. Mais les Triangles *ABF* & *ACE* étant rectangles & ayant l'angle *BAF* commun, ſont ſemblables. Donc *AF* eſt à *FB* comme *AC* à *CE*; ou *CE* étant égale à *CB*, comme *AC* à *CB*; donc les Triangles *ABF*, *BFE*, ſont entr'eux comme *AC* à *CB*. Ce qu'il falloit démontrer.

EXAMEN

D'une MATIERE CUIVREUSE, qui eſt une eſpece de Verd-de-gris naturel.

Par M. DE REAUMUR.

* S'IL eſt des délaſſemens loüables, ce ſont certainement ceux qui contribuent à étendre nos connoiſſances. Il eſt rare que les particuliers les choiſiſſent, & au moins auſſi rare qu'ils ſoient du goût des Princes. Il

* 13. Fevr. 1723.

Il n'en eſt pourtant point de plus agreable pour S. A. S. Monſeigneur le Duc de *Chartres* que ceux de cette eſpece. Dans les inſtants qu'il ne doit point aux plus importantes occupations, rien ne l'amuſe davantage que ce qui peut lui donner de nouvelles connoiſſances, ſur-tout par rapport à l'Hiſtoire naturelle & à la Phyſique. Comme ce goût, ſi eſtimable, eſt très-connu, on s'empreſſe à lui offrir ce que ces Sciences ont de nouveautés curieuſes ou utiles. Il y a quelque temps qu'on lui preſenta divers morceaux de la Matiere minerale dont je vais parler, & ce ſont les ordres que me fit l'honneur de me donner S. A. S. qui m'ont engagé à l'examiner.

Cette matiere a été apportée des *Indes* par morceaux de figures irrégulieres & de differentes groſſeurs. Un de ceux qui m'a été remis avoit au moins ſix pouces & demi de diametre, dans le ſens où il en avoit le plus, & environ quatre dans celui où il en avoit le moins. La couleur ſeule de cette matiere inviteroit à l'obſerver; elle eſt du plus beau verd & du plus vif, tirant ſur celui des Emeraudes. Mais ce verd eſt principalement remarquable par un œil ſoyeux & ſatiné, qu'on ne trouve point dans les verds des Pierres & des Plantes. Cet œil ſatiné eſt une ſuite de la ſtructure de notre Mineral. Quelque part où on le caſſe, il ne ſemble qu'un amas de vegetations *; on voit partout des eſpeces de branchages qui par leurs contours imitent ceux des arbriſſeaux, ou au

* Fig. x.

au moins les plus belles de ces productions de la Chimie auxquelles on a crû devoir donner le nom de *vegetations*. Pluſieurs de ces branchages partent d'une même baſe, & forment enſemble une même touffe *. Chaque morceau de notre Mineral eſt compoſé d'un grand nombre de pareilles touffes de differentes hauteurs ; les unes n'ont qu'un pouce, d'autres en ont trois ou quatre ; tantôt c'eſt du ſommet de l'une, tantôt c'eſt du côté & vers le milieu d'une autre qu'une nouvelle touffe s'éleve. Les differents branchages ſont aſſés ſerrés les uns contre les autres pour compoſer une maſſe compacte ; ils ne laiſſent guere de vuides conſiderables, il y a pourtant des endroits où les vuides ſont ſenſibles.

Ces branchages ſont la premiére ſingularité de la ſtructure de notre Mineral ; leur compoſition propre en eſt une autre. Ils ſont faits chacun d'une infinité de filets † extremement déliés, appliqués les uns contre les autres ; chaque branchage eſt un paquet de ces filets ‡. De-là vient que la couleur du Mineral a un air ſoyeux & ſatiné ; tel que l'auroient des paquets de fil de ſoye, s'ils pouvoient avoir tout l'éclat d'une matiere naturellement plus compacte & plus polie que la ſoye. En un mot, ſa ſtructure reſſemble à celle de l'Amiante & à celle de certains Gyps ſinguliers formés par filets. Cette matiere eſt mediocrement dure, à peu-près comme le ſont l'Alun & le Vitriol ; mais elle eſt plus friable entre les doigts : ſi on l'y frotte, on la diviſe aſſés

* Fig. 2. † Fig. 3. ‡ Fig. 4.

aſſés ſouvent en petits brins d'une fineſſe extrême.

Elle eſt peſante; elle eſt abſolument inſipide au goût, mais il eſt de la prudence de la goûter ſobrement. Elle ne ſe diſſout point, ou ſe diſſout peu dans l'eau commune.

La peſanteur de cette matiere diſpoſe naturellement à la regarder comme metallique, & ſa couleur conduit à penſer qu'elle n'eſt qu'un Cuivre deguiſé, un Cuivre préparé par la nature, comme nôtre Verd-de-gris eſt un Cuivre préparé par l'art, en un mot qu'elle eſt une eſpece de Verd-de-gris naturel. J'ai d'autant moins douté qu'elle ne fut de nature cuivreuſe, que j'en ai trouvé de ſemblable, mais en petite quantité, au milieu de quelques morceaux de Mine de Cuivre du Royaume.

Pour m'aſſûrer davantage de ſa nature, j'en ſuis venu aux eſſais. J'ai commencé, comme on commence toûjours pour préparer les Mines à être eſſayées, par la faire piler, & réduire en poudre très-fine. On ſait qu'avant d'en venir à ſéparer, par la fuſion, la matiere metallique des autres matieres avec leſquelles elle peut être mêlée, qu'on fait rôtir la mine, & que pour de ſimples eſſais en petit, cette operation ſe fait dans une cuillere de fer miſe ſur le feu; qu'on y chauffe à differentes repriſes la poudre minerale juſques à rougir. Cette manipulation change ordinairement la couleur de la poudre minerale. Elle a auſſi enlevé à la nôtre ſa couleur verte; elle lui en a donné une noire, elle l'a renduë ſemblable à du charbon pilé.

Pour en venir à l'eſſai, j'ai mis de cette poudre dans un creuſet, expoſé d'abord à un

un feu mediocre que par la ſuite j'ai rendu plus vif, & bien-tôt j'ai eu une nouvelle preuve de ſa nature cuivreuſe. Il s'eſt bien-tôt échapé une flamme verdâtre entre les bords du creuſet & ceux de ſon couvercle; une flamme toute pareille à celle qui paroît lorſqu'on braſe quelque piece de fer avec du cuivre. Le feu étant pouſſé enſuite aſſés vigoureuſement, la matiere a fondu. Quand j'ai crû le degré de fuſion ſuffiſant, j'ai retiré le creuſet du feu, & l'ai laiſſé refroidir; l'ayant caſſé enſuite, j'ai trouvé au fond du creuſet un culot aſſés ſemblable par ſa couleur à du Cuivre de roſette, mais d'une matiere caſſante comme du verre.

Il eſt rare que les matieres minerales contiennent un metal aſſés peu déguiſé pour qu'un eſſai auſſi ſimple que celui dont je viens de parler le faſſe paroître ſous ſa forme metallique. Il y a même des Mines, de toute eſpece, qui ne ſeroient pas miſes en fuſion par une operation ſi peu compoſée. Enfin les Mines de Cuivre fonduës même avec les ſecours de differents fondans, ne donnent d'abord qu'une matiere caſſante comme celle dont je viens de parler, mais qui n'a nullement la couleur du Cuivre, qui eſt noire, & qu'on appelle auſſi du *Cuivre noir*.

La couleur de la matiere venuë de ces eſſais m'a fait conclure que notre Mine contenoit un Cuivre qui pour être revivifié, ne demandoit qu'à être penetré de parties ſulphureuſes, dont apparemment il avoit été dépouillé. J'ai donc crû que pour tout appareil il ſuffiroit de mettre nôtre poudre minerale dans un creuſet où elle ſeroit entou-

rée

rée de poudre de charbon. J'ai pesé dans les balances d'essai un quintal de cette poudre. On sait que le quintal d'essai est un très-petit poids, & n'est ordinairement qu'un gros. J'ai mis de la poudre de charbon dans le fond d'un petit creuset, j'ai mis au dessus notre quintal ou gros de Mine, & j'ai achevé de remplir le creuset avec de la poudre de charbon, je l'ai ensuite exposé à la forge au feu du soufflet; dans moins d'une demi-heure la matiere a été fonduë. Quand le creuset a été refroidi, j'ai trouvé au fond un bouton ou culot de Cuivre malleable qui pesoit soixante-dix de nos petites livres, c'est-à-dire, soixante-dix parties de la masse que j'avois pesée. Probablement elle en eût pesé davantage, si le creuset eût été plûtôt tiré du feu, mais je cherchois plus à m'assûrer de la qualité de la matiere que de sa quantité.

Le culot de matiere cassante que j'avois eu par mon premier essai, ayant été remis au feu au milieu de la poudre de charbon, y a été aussi revivifiée en veritable Cuivre: il est devenu une matiere malleable.

J'ai voulu essayer la même Matiere par des procedés plus composés qu'on suit, & qu'il est necessaire de suivre pour d'autres matieres minerales, c'est-à-dire, en repetant les fusions, comme il est enseigné dans *Erker*, & ailleurs, & y ajoûtant differens sels. Par le moyen de ces essais, j'ai aussi tiré du Cuivre de notre Mineral, mais bien moins que par le moyen de la seule poudre de charbon.

Nous pouvons donc regarder cette matiere minerale comme un Cuivre qui a été dis-

diſſous, & à qui ſa matiere huileuſe a été enlevée. C'eſt un verdet naturel, different pourtant de l'ordinaire, non ſeulement par ſa couleur, mais encore par ſa compoſition. J'ai mis notre Verd-de-gris commun dans un creuſet au milieu de la poudre de charbon, il ne s'y eſt point fondu, il n'y eſt point redevenu Cuivre. Pourquoi cela ? c'eſt que notre verdet eſt du Cuivre diſſous par les acides du vin, du Cuivre penetré par ces acides ; mais pendant cette diſſolution la partie huileuſe de ce Cuivre n'a point été enlevée. Le verdet artificiel ſemble donc differer de notre verdet naturel, en ce que le dernier eſt dépouillé de ſa partie huileuſe, au lieu que l'autre a conſervé la ſienne ; peut-être different-ils encore par la quantité & la qualité des acides dont ils ſont penetrés.

Qu'on tire au moins de ce que nous venons de dire, une remarque pour ſe conduire dans les eſſais des Mines de Cuivre, c'eſt qu'il y en a qu'il faut eſſayer avec la poudre de charbon ſeule, & qu'on eſſayeroit avec moins de ſuccès avec les ſels, telles ſont celles qui ont été dépouillées de leur matiere ſulphureuſe.

Nous pouvons donc regarder notre Mineral comme une diſſolution de Cuivre qui s'eſt enſuite cryſtaliſée en formant differents branchages. Auſſi avons-nous fait remarquer que les fragments des branches ſemblent de vrais cryſtaux, des eſpeces d'Emeraudes moins tranſparentes que les veritables. Mais la beauté de la couleur des cryſtaux de notre Mine fait voir que le Cuivre préparé par la nature d'une matiere ſemblable,

peut

peut donner aux pierres tranſparentes avec leſquelles il ſera mêlé la plus belle couleur verte, qu'il en peut faire de veritables Emeraudes.

Si on nous demandoit ſi ces Cryſtaux ont été formés par un ſuc chargé de matiere cuivreuſe, qui par ſon propre poids perçoit des terres, dans les cavités deſquelles il dépoſoit des parties qui s'arrangeoient en branchages; ou ſi ces touffes ont été formées comme les vegetations chimiques, par un liquide qui s'élevoit, & ne pouvoit porter les parties metalliques que juſques à une certaine hauteur. Si, dis-je, on nous le demandoit, nous répondrions que nous n'avons pas aſſés de faits pour décider de laquelle des deux manieres s'eſt faite cette production. Il faudroit même pouſſer les experiences plus loin que nous ne l'avons fait, pour décider quel eſt préciſément le ſel qui a diſſous le Cuivre, quoi-que ſelon les apparences il ſoit de la nature de l'acide vitriolique.

Les filets, qui rendent la ſtructure de ce Mineral remarquable, ne ſont point un phenomene particulier qui ait beſoin d'être expliqué, dès qu'il n'eſt qu'une matiere metallique diſſoute par beaucoup de ſels; il eſt ordinaire à bien des ſels de ſe diſpoſer par éguilles. On ſait que les *Pyrites* ne ſont qu'un compoſé de ſoufres & de ſels; quand on les garde pluſieurs années, & ſur-tout ſi elles ſont expoſées à l'humidité de l'air, elles s'y diſſolvent, leur ſurface ſe couvre d'éguilles de ſel; ſouvent ces ſels s'y arrangent par touffes compoſées de filets blancs, qui ſemblent autant de petites touffes de ſoye.

Nous

Nous n'avons rien dit d'un autre phenomene, que nous avons obſervé pendant que nous faiſions rôtir nôtre matiere, qui peut-être ne doit pas être oublié, quoi-qu'il ne lui ſoit pas particulier. Pendant qu'on rôtit la poudre fine de ce Mineral, pendant que ſa couleur verte ſe change en une couleur noire, il s'y fait des bouillonnemens aſſés ſinguliers, & ils le ſont d'autant plus que la poudre a été miſe dans un vaſe plus étroit. On voit, par exemple, mieux ce bouillonnement dans un creuſet conique que dans une cuillere de fer. Ces bouillonnemens ſe font en differents endroits, & continuent pendant quelque temps dans les mêmes endroits où ils ont commencé. La poudre s'éleve ſur chacun de ces endroits à la hauteur d'un pouce & davantage; au deſſous de l'endroit où elle a commencé à ſaillir, il ſe forme un petit trou en maniere de tremie, & c'eſt par ce même trou que de nouvelle poudre ſort continuellement. Le bouillonnement qui a commencé, continuë, quoi-qu'on retire le creuſet du feu. Si ce bouillonnement ceſſe quelque part, dans le temps que la poudre a encore un degré de chaleur conſiderable, on n'a qu'à percer la ſurface en un autre endroit pour déterminer un nouveau jet de poudre à s'y former.

La cauſe de ce bouillonnement ne peut être attribuée qu'aux parties volatiles qui ſe dégagent de nôtre poudre, quand elle a pris un certain degré de chaleur; on les ſuppoſera ſulphureuſes, ſalines, ou ſi l'on veut, ſimplement aqueuſes, il n'importe pour l'explication de ce fait. Il ſuffit qu'on imagine

gine qu'une vapeur cherche à s'élever de tous les petits grains, qu'une partie de la vapeur a la force de percer la surface, qu'elle s'échape, & qu'elle forme une route où de nouvelle vapeur va se rendre. Les petits trous en tremie qui paroissent ensuite sont tout autant de cheminées vers où cette vapeur se dirige; cette espece de fumée emporte les grains qu'elle rencontre en son chemin, elle les enleve même assés haut.

Une vraye preuve que c'est l'évaporation d'une matiere très-volatile qui produit cet effet, c'est que si la poudre est rôtie à un certain point, on a beau la chauffer, il ne s'y formera plus de jets, plus de bouillonnemens. Cet effet doit être d'autant plus considerable que la poudre sera plus legere, & qu'elle fournira plus de vapeurs.

J'ai voulu essayer si la poudre de charbon ne produiroit pas le même effet; elle ne bout point d'elle-même comme la nôtre, mais on peut la déterminer à bouillir, à donner de petits jets, il n'y a qu'à la percer quand elle est très-échauffée: les jets seront moins considerables que ceux de nôtre matiere, mais ils seront semblables.

La poudre de charbon peut encore servir à nous faire voir la vraye cause du bouillonnement de nôtre poudre; je l'ai fait extremement chauffer dans un creuset, & j'ai subitement plongé le creuset chaud dans l'eau froide, aussi-tôt le charbon s'est élevé en jets, il s'y est formé grand nombre de bouillonnemens & beaucoup plus considerables que ceux dont j'ai parlé ci-dessus; l'eau imbiboit le creuset; après l'avoir traversé, elle s'é-

le-

levoit en vapeurs, assés fortes pour porter haut la poudre qui s'opposoit à leur passage. La preuve qu'une pareille vapeur s'élevoit du creuset, c'est que quand il a été refroidi, ses parois interieures ont paru très-humides.

On sait aussi que le plâtre, chauffé sur le feu dans quelque vase, y bout; mais j'ignore si on a observé que la cause de son bouillonnement n'est dûë qu'à une vapeur aqueuse qui cherche à s'élever. La preuve en est que l'experience réüssit d'autant mieux que le plâtre a été plus long-temps exposé à l'humidité de l'air, & que lorsqu'il a été chauffé jusques à un certain point, ou pendant un certain temps, alors il ne bout plus.

Pour produire cette espece de bouillonnement dans une poudre, il faut donc, comme nous l'avons déja remarqué, que deux circonstances concourent; savoir, que les parties de la poudre soient legeres & fines, & qu'elles soient propres à fournir quelques vapeurs, ou qu'elles soient humides. Voici la preuve de la necessité de l'une & de l'autre de ces circonstances. J'ai tenté de faire bouillir de la poudre d'os brûlés, elle est très-pesante, aussi n'a t-elle donné aucun bouillonnement, quand elle a eu un degré de chaleur qui eût suffi à faire bouillir le plâtre. J'ai jetté dessus une goutte d'eau, ou pour rapporter plus naïvement l'experience, j'ai craché dessus, aucun bouillonnement ne s'est fait encore dans cet instant; mais ayant mêlé la poudre avec un bâton, afin qu'elle recouvrît la salive que j'y avois jettée, alors les bouillonnemens ont commencé. Il s'en fai-

faiſoit de nouveaux par tout où je conduiſois la poudre humectée au deſſous de la poudre ſéche, les bouillonnemens étoient très-conſiderables, la quantité de la vapeur forçoit la poudre, quoi-que peſante, à s'élever très-haut.

La Glaiſe pilée & réduite en poudre très-fine, le Marbre pilé, & en general toute matiere réduite en poudre fine, font voir de pareils bouillonnemens, ſi ces matieres ſont un peu humides; & cela ſera commun, comme nous l'avons dit, à toute poudre fine & legere, tant qu'elle laiſſera évaporer ſur le feu une ſuffiſante quantité d'humidité. Des vapeurs d'une autre eſpéce qui s'éleveroient en auſſi grande quantité, ou avec autant de force, produiroient le même effet, car cet effet n'eſt point celui de l'eau, c'eſt celui de la vapeur en general.

EXPLICATION DES FIGURES.

La FIGURE I. repreſente un morceau de notre Mineral cuivreux diminué de volume.

La FIG. II. repreſente une des touffes dont la maſſe precedente eſt formée.

La FIG. III. eſt une portion de touffe groſſie à la Loupe.

La FIG. IV. eſt un des branchages de la touffe, groſſi au Microſcope, pour faire voir l'arrangement des filets dont il eſt compoſé.

La FIG. V. eſt celle des filets qui compoſent les branchages.

SECONDE PARTIE.

DU CALCUL DES DIFFERENCES FINIES.

Par M. NICOLE.

*JE me propose dans ce Memoire, de donner des methodes pour sommer des Suites de grandeurs, dont chaque terme est composé des produits de tant de facteurs qu'on voudra, augmentant selon une loi quelconque, mais uniforme, soit que ces Suites soient formées par des nombres entiers, ou des fractions, & qu'elles soient composées d'un nombre fini de termes pour les grandeurs entieres, & d'un nombre fini ou infini de termes pour les grandeurs rompues.

Toutes les suites qui peuvent être sommées par la methode que l'on explique dans ce Memoire, ne peuvent l'être par celles que j'ai données sur cette matiere dans un Memoire imprimé en 1717, dans lequel cette seconde partie a été annoncée.

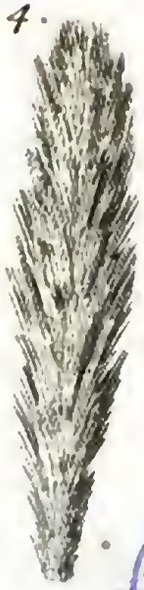
On divise cette seconde partie en deux sections, dont la premiére regardera les suites composées de nombres entiers, & la seconde celles composées de fractions.

SEC-

* 28. Avril 1722.

Fig. 2.

Fig. 4.



NAPOLI

SECTION I.

Des Suites composées de nombres entiers.

Soit cette suite $\overline{x.x+n.x+2n.x+3n+}$
$\overline{x+m.x+m+n.x+m+2n.x+m+3n}$
$\overline{+x+2m\ +x+2m+n.\ x+2m+2n.}$
$\overline{x+2m+3n+}$ &c. dans laquelle les facteurs d'un même terme augmentent de la grandeur constante n, & pour devenir les facteurs du terme suivant, ils augmentent de la grandeur constante m.

Lorsque ces deux grandeurs m & n sont égales, la suite devient $\overline{x.x+n.x+2n+}$
$\overline{x+n.x+2n\ x+3n+}$ &c. où l'on voit que le premier facteur du second terme est le second facteur du premier terme, & ainsi des autres. Ce qui est le cas du Memoire imprimé en 1717, où l'on a donné une methode pour prendre la difference de telles suites, & la maniere de les integrer. Cette methode ne peut satisfaire qu'à un petit nombre de cas, puisque le premier facteur du second terme peut être à telle distance indéterminée qu'on voudra du premier facteur, & ainsi des autres.

PROPOSITION I.

Soit cette expression algebrique $\overline{x.x+n}$ com-

composée de deux facteurs dont on demande la difference, en ſuppoſant que l'augmentation faite à x ſoit m, cette expreſſion devient par cette augmentation $x+m.\ x+m+n$; la difference de l'une à l'autre eſt donc $x+m.\ x+m+n-x.\ x+n$. & en mettant pour $x+m$, $x+n+m-n$, on aura $x+n+m-n \times x+2n+m-n-x.\ x+n$, la multiplication étant faite, il vient $x+n.\ x+2n+x+n.\ m-n+x+2n.\ m-n+m-n-x.\ x+n = x+n.\ x+2n^2 + x+n.\ m-n\times 2+n.\ m-n+m-n-x.\ x+n$ qui ſe réduit à (*A*) $x+n.\ x+2n+2m-2n.\ x+n+m \times m-n-x.\ x+n$, & effaçant les termes qui ſe détruiſent, il vient $2m.\ x+n+m.\ m-n$ pour la difference cherchée.

Soit maintenant cette expreſſion algebrique $x.\ x+n.\ x+2n$ compoſée de trois facteurs, dont on demande la difference, en ſuppoſant que la quantité dont x croît eſt m.

Il eſt clair que cette expreſſion deviendra par l'accroiſſement $x+m.\ x+n+m.\ x+2m$.

$2n+m$, ou $x+n+m-n.\ x+2n+m-n.\ x+3n+m-n$ dont il faut retrancher $x.\ x+n.\ x+2n$. Le produit des deux premiers facteurs eſt en A. Si donc on multiplie ce produit par $x+3n+m-n$, on aura

$x+n.\ x+2n.\ x+3n+2.\ m-n.\ x+n.\ x+3n+m.\ m-n.\ x+3n+m-n.\ x+n.\ x+2n+2.\ m-n.\ x+n+m.\ m-n-x.\ x+n.\ x+2n$, cette quantité ſe réduit, en obſervant que chaque terme ait des facteurs conſecutifs, à $x+n.\ x+2n.\ x+3n+2.\ m-n.\ x+n.\ x+2n+2.\ m-n.\ n\times x+n+m.\ m-n.\ x+n+m.\ m-n.\ 2n+m-n.\ x+n.\ x+2n+2.\ m-n.\ x+n+m.\ m-n-x.\ x+n.\ x+2n$,

ou (B) $x+n.\ x+2n.\ x+3n+3.\ m-n.\ x+n.\ x+2n+3.\ m.\ m-n.\ x+n+m.\ m-n.\ m+n-x.\ x+n.\ x+2n$ qui ſe réduit, en effaçant les termes qui ſe détruiſent, à cette expreſſion

$3m.x+n.x+2n+3m.m-n.x+n+m.$
$m-n.\ m+n$ la difference cherchée.

Pour la difference de cette expreſſion compoſée de quatre facteurs $x.x+n.x+2n.x+3n$, la quantité m étant toûjours l'accroiſſement des facteurs, on trouvera

$x+n+m-n \times x+2n+m-n \times x+3n$
$+m-n \times x+4n+m-n-x.\ x+n.$
$x+2n.\ x+3n$, le produit des trois premiers facteurs a été trouvé en B. Si donc on multiplie B par $x+4n+m-n$, il viendra

$x+n.x+2n.x+3n.x+4n+3.m-n.$
$x+n.x+2n.x+4n+3m.\ m-n.x+n.$
$x+4n+m.\ m-n.m+n.\ x+4n+m-n.$
$x+n.\ x+2n.\ x+3n+3.\ m-n.\ x+n.$
$x+2n.+3m.\ m-n.\ x+n+m.\ m-n.$
$m+n-x.\ x+n.\ x+2n.\ x+3n$, & en réduiſant tous les termes à avoir des facteurs conſecutifs, on aura

$x+n.\ x+2n.\ x+3n.\ x+4n+3.m-n.$
$x+$

$x+n.\ x+2n.\ x+3n+3n.\ m-n.\ x+n$
$x+2n+3m.\ m-n.\ x+n.\ x+2n+3m.$
$m-n.\ 2n.\ x+n+m.\ m-n.\ m+n.\ x+n$
$+m.\ m-n.\ m+n.\ 3n+m-n.\ x+n.$
$x+2n.\ x+3n+3.\ m-n.\ x+n.\ x+2n$
$+3m.\ m-n.\ x+n+m.\ m-n.\ m+n$
$-x.\ x+n.\ x+2n.\ x+3n$, qui se réduit
à $x+n.\ x+2n.\ x+3n.\ x+4n+4.\ m-n.$
$x+n.\ x+2n.\ x+3n+6m.\ m-n.\ x+n.$
$x+2n+4m.\ m-n.\ m+n.\ x+n+m.$
$m-n.\ m+n.\ m+2n-x.\ x+n.\ x.+2n.$
$x+3n$, & en effaçant les termes qui se détruisent, il vient $4m.\ x+n.\ x+2n\ x+3n$
$+6m.\ m-n.\ x+n.\ x+2n+4m.\ m-n.$
$m+n.\ x+n+m.\ m-n.\ m+n.\ m+2n$, pour la difference cherchée.

Enfin si l'on cherche la difference de cette quantité composée de cinq facteurs $x.$
$x+n.\ x+2n.\ x+3n.\ x+4n$, m étant l'aug-

l'augmentation, on trouvera $\frac{x-n.\ x+2n.}{x+3n.\ x+4n.\ x+5n+5.\ m+n.\ x+n.}$

$\frac{x+2n.\ x+3n.\ x+4n+10\ m.\ m-n.}{x+n.\ x+2n.\ x+3n+10\ m.\ m-n.}$

$\frac{m+n.\ x+n\ x+2n+5m.\ m-n.\ m+n.}{m+2n.\ x+n+m.\ m-n.\ m+n.m+2n.}$

$\frac{}{m+3n-x.x+n.x+2n.x+3n\ x+4n.}$

qui se réduit à $\frac{5\ m.\ x+n.\ x+2n.\ x+3n.}{x+4n+10\ m-n.\ m.\ x+n.\ x+2n.}$

$\frac{x+3n+10.\ m-n.\ m\ \ m+n.\ x+n.}{x+2n+5.\ m-n.\ m.\ m+n..\ m+2n.}$

$\frac{}{x+n+m-n.\ m.\ m+n.\ m+2n.m+3n.}$

D'où il suit cette Regle generale.

REGLE GENERALE

Pour prendre la difference finie d'une grandeur composée de tant de facteurs qu'on voudra, lesquels augmentent selon une loi arithmetique quelconque; & la quantité qui exprime l'augmentation que l'indéterminée doit recevoir, étant aussi telle qu'on voudra.

1. La difference cherchée contiendra autant de termes que la grandeur, dont on cher-

cherchoit la difference, contenoit de facteurs.

2. Pour avoir le premier terme, il faut d'abord multiplier par le nombre des facteurs, enſuite par la difference ou l'augmentation que l'indéterminée doit recevoir qui eſt m, & enfin retrancher le premier facteur.

3. Pour avoir le ſecond terme, il faut multiplier le coëfficient du premier par le nombre de ſes facteurs, & diviſer par 2, enſuite multiplier par $m-n$, & retrancher le dernier facteur.

4. Pour avoir le troiſiéme terme, il faut multiplier le coëfficient du ſecond par le nombre de ſes facteurs, & diviſer par 3, enſuite multiplier par $m+n$, & retrancher encore le dernier facteur de ce terme.

5. Pour avoir le quatriéme terme, il faut multiplier le coefficient du troiſiéme par le nombre de ſes facteurs, & diviſer par 4, puis multiplier par $m+2n$, & retrancher le dernier facteur, & ainſi de ſuite.

COROLLAIRE I.

Il ſuit de ce qui vient d'être dit, que la difference d'une grandeur compoſée de pluſieurs facteurs contient autant de termes moins un que la puiſſance d'un binôme qui ſeroit égale au nombre de ces facteurs, & que les coefficiens ſont auſſi ceux du binôme dont on auroit retranché le premier terme.

COROLLAIRE II.

Si l'on ſuppoſe $m=n$, tous les termes où $m-n$ ſe trouve, s'évanouïſſent, & alors les differences qui ont été trouvées ſe réduiſent à

$2n.\ x+n.$

$3n.\ x+n.\ x+2n.$

$4n.\ x+n.\ x+2n.\ x+3n.$

$5n.\ x+n.\ x+2n.\ x+3n.\ x+4n.$ &c.

qui eſt le cas du premier Memoire imprimé en 1717.

COROLLAIRE III.

Si l'on ſuppoſe $n=o$, les quantitez compoſées de pluſieurs facteurs deviendront des Quarrés, des Cubes, des 3mes, 4mes ou 5mes puiſſances, &c. Et en effaçant dans les differences trouvées les quantitez où n ſe trouve, on aura

$2mx+mm$ pour la difference des Quarrez.

$3mxx+3m^2x+m^3$ pour celle des Cubes.

$4mx^3+6mmxx+4m^3x+m^4$ pour celle des 4mes puiſſances.

$5mx^4+10mmx^3+10m^3xx+5m^4x+m^5$ pour celle des 5mes puiſſances.

REMARQUE.

Si l'on examine la maniere dont ces differences

ferences ont été trouvées, & les differentes parties dont elles ſont compoſées, on verra de quelle maniere il faut les décompoſer, pour retrouver l'expreſſion algebrique dont elles ſont la difference. Cette expreſſion algebrique s'appellera l'*integrale de la difference donnée.*

Mais comme à la difference donnée il peut manquer pluſieurs parties, pour qu'elle puiſſe être integrée, voici la methode de découvrir ces parties manquantes, & de trouver l'integrale d'une difference quelconque.

PROPOSITION II.

Une expreſſion algebrique compoſée de tant de facteurs qu'on voudra, augmentant ſelon une proportion arithmétique, trouver ſon integrale.

I. Soit la quantité $x+n$, dont on demande l'integrale (on ſuppoſe que la grandeur, dont x croît, eſt m.) Pour la trouver, ſoit ſuppoſé $Ax.\ x+n+Bx$ être l'integrale qu'on cherche, les coëfficients A & B ſont indéterminés & conſtants. Si l'on prend la difference de cette formule, on trouvera

$$2Am.\ x+n+A.m.\ m-n+B.m.$$

, laquelle doit égale à la difference donnée. On aura donc cette équation

$$2Am.x+n+Am.m-n=x+n+Bm.$$

Si l'on compare les termes de cette équation

tion qui ont les mêmes facteurs, il resultera ces deux nouvelles équations

$2Am.x+n=x+n$, & $A.m-n+B=0$,

la premiére donne $A=\frac{1}{2m}$, & la seconde donne $B=-\times\frac{m-n}{2m}$. Si donc on substituë dans l'integrale supposée les valeurs de A & de B, on aura $\frac{x.x+n}{2m}-\times\frac{m-n}{2m}x$ pour l'integrale cherchée, ce qui est évident; car si l'on prend la difference de cette quantité, on trouvera $x+n+\frac{m-n}{2}-\frac{m-n}{2}=x+n$ qui étoit la difference proposée.

II. Soit la quantité proposée $x+n.\ x+2n$ dont on demande l'integrale, on supposera que cette integrale est

$A.x.x+n\ x+2n+B.x.x+n+C\ x$, dont la difference est

$3Am.x+n\ x+2n+3Am.m-n.x+n+Am.m-n\ m+n$
$+2Bm.x+n+Bm.\ m-n$
$+Cm$

laquelle difference doit être égale à la difference donnée $x+n.\ x+2n$.

Si l'on compare les termes homologues de cette Equation, on aura $3Am=1$, $3Am.m-n=-2Bm$, & $Am.m-n.\ m+n+Bm.m-n=-Cm$, d'où resulte $A=\frac{1}{3m}$ $B=-\frac{m-n}{2m}$; $C=-\frac{m-n.\ m+n}{3m}+\frac{m-n.}{2m}{}^2=$

$m-n$

$\frac{m-n.\ m-5n}{6\ m}$, & ſi l'on ſubſtituë dans l'integrale ſuppoſée pour A, B, C, les valeurs que l'on vient de trouver, on aura $\frac{x.\ x+n.\ x+2n}{3m}$ $-\frac{m-n.\ x.\ x+n}{2\ m}+\frac{m-n.\ m-5n\times x}{6\ m}$ pour l'integrale cherchée, ce qui eſt viſible; car ſi l'on en prend la difference, on aura $x+n.\ x+2n+m-n.\ x+n+\frac{m-n.\ m+n}{3}\times m-n.\ x+n-\times\frac{m-n}{2}+\frac{m-n.\ m-5n}{6}=x+n.\ x+2n+m-n\times\frac{m+n}{3}+\frac{m+n}{2}+\frac{m-5n}{6}=x+n.\ x+2n$.

III. Soit la quantité $x+n.\ x+2n.\ x+3n$. dont on demande l'integrale.

On ſuppoſera que cette integrale eſt

$A\ x.\ x+n\ x+2n.\ x+3n+B.\ x.\ x+n.\ 2+2n+C.\ x.\ x+n+D.\ x.$

Dont la difference eſt

$$+4Am.x+n.x+2n.x+3n+6Am.m-n.x+n.x+2n+4Am.m-n.m+n.x+n+Amx\overline{m-n.m+n.m+2n}$$

$$+3Bm.x+n.x+2n \quad +3Bm.m-n.x+n \quad +Bm.\overline{m-n.m+n}$$

$$+2Cm.x+n \quad +Cm.\overline{m-n}$$

$$+D.m$$

Cette

Cette difference eſt égale à la difference propoſée $x+n.\ x+2n.\ x+3n$. Si donc on compare les termes homologues de cette Equation, on aura $4Am=1$,

$3B=-6A.\ m-n$, $2C=-4A.m-n.m+n$

$-3B.\ m-n$, $D=-A.\ m-n.\ m+n\ m+2n$

$-B.\ m-n.\ m+n-C.\ m-n$, d'où reſulte

$A=\frac{1}{4m}$, $B=-.\frac{m-n}{2m}$, $C=-.\frac{m-n.\ m+n}{2m}$

$+3.\frac{m-n}{4m}$, & $D=-.\frac{m-n.\ m+n.\ m+2n}{4m}$

$+\frac{2}{m-n.\ m+n}+\frac{2}{2m}+\frac{2}{m-n.\ m+n}-3.\frac{3}{m-n}$

ces valeurs ſe reduiſent à $A=\frac{1}{4m}$, $B=$

$-\times\frac{m-n}{2m}$, $C=\frac{m-n.\ m-5n}{4m}$ $D=$

$\frac{m-n.3n.m-3n}{4m}$.

Si l'on ſubſtituë dans l'integrale ſuppoſée les valeurs de A, B, C, D, que l'on vient de déterminer, on aura pour l'integrale cherchée $\frac{x.x+n.x+2n.x+3n}{4m}-\frac{m-n.x.x+n.x+2n}{2m}$

$+\frac{m-n.\ m-5n.x\ x+n}{4m}+\frac{m-n.3n.m-3n.x}{4m}$,

ce qui eſt évident, car la difference de cette quantité

quantité est $x+n.\ x+2n.\ x+3n$

$+\frac{6.m-n.\ x+n.\ x+2n}{4}+m-n.\ m+n.$

$x+n+\frac{m-n.\ m+n.\ m+2n}{4}+\frac{3.m-n.\ x+n.\ x+2n}{2}$

$-\frac{3.m-n.\ n+n.}{2}-\frac{m-n.\ m+n}{2}+$

$\frac{m-n.\ -m-5n.x+n}{2}+\frac{m-n\ m-5n}{4}+\frac{3n.m-n.m-3n.}{4}$.

Le premier terme reste, le second s'évanouït, le troisiéme est $m-n\times m+n-\frac{3n+3n}{2}$

$+\frac{m-5n}{2}=\frac{m-n}{2}\times 0$ qui s'évanouït encore, le quatriéme est $m-n\times\frac{mn+3mn+2nn}{4}$

$-\frac{mm+nn}{2}+\frac{3mn-9nn}{4}+\frac{m2-6mn+5n2}{4}$

$=m-n\times 0=0$. Il ne reste donc que

$x+n.\ x+2n.\ x+3n$; ce qui doit être. Le premier, second & troisiéme terme, &c. sont distingués par la quantité des facteurs.

Application à la Recherche des sommes des Suites.

EXEMPLE I.

Soit la suite $3.5+6.8+9.11+12.14+15.17+$ &c. dont on demande la somme de tant de termes que l'on voudra.

Si

Si l'on examine cette suite, on verra que $n=2, m=3$. & qu'un terme quelconque de cette suite peut être exprimé par $\overline{x+2} \times \overline{x+4}$, c'est donc l'integrale de cette quantité que l'on cherche; car il est évident que cette integrale sera la somme de toutes les grandeurs representées par $\overline{x+2} \times \overline{x+4}$, lesquelles précedent ce terme; c'est-à-dire que si $\overline{x+2}.\ \overline{x+4}$ est le quatriéme terme, son integrale sera la somme des trois premiers, & ainsi de suite, car la somme des trois premiers differe de celle des quatre premiers, de la quantité du quatriéme terme, qui est donc la difference de la somme des trois premiers.

L'integrale de $\overline{x+n}.\ \overline{x+2n}$ a été trouvée (*article* 2.) $\frac{x.\ \overline{x+n}.\ \overline{x+2n}}{3m} \times \frac{\overline{m-n}.\ x.\ \overline{x+n}}{2m} + \frac{\overline{m-n}.\ \overline{m-5n}.x}{6m}$. Si donc on substituë pour m & n leurs valeurs 3 & 2, on aura $\frac{x.\ \overline{x+2}.\ \overline{x+4}}{9} - \frac{x.\ \overline{x+2}}{6} + \frac{7x}{12} + q$, la quantité q exprime ce qui manque, ou ce qu'il y a de trop à l'expression trouvée, pour qu'elle soit l'integrale de la suite proposée. Pour trouver la valeur de q, il faut supposer que $\overline{x+2}.\ \overline{x+4}$ represente le premier terme de la suite, auquel cas la somme de la

la suite doit être nulle. Cette supposition donne $x = 1$, & l'integrale trouvée devient par-là la substitution de $x = 1$, $\frac{1.3.5}{9} - \frac{1.3}{6} - \frac{7}{18} = \frac{14}{18}$ ou $\frac{7}{9}$, ce qui fait voir que $q = \frac{7}{9}$ doit être retranché de la grandeur trouvée.

On aura donc pour l'integrale cherchée $\frac{x.x+2.x+4}{9} - \frac{x.x+2}{6} - \frac{7x}{18} - \frac{7.}{9}$

Si l'on veut avoir les cinq premiers termes de la suite proposée, $x+2$, dans le sixiéme terme, vaut 18, x est donc 16, en substituant 16 pour x, on trouve $\frac{16.18.20}{9} - \frac{16.18}{6} - \frac{7.16}{18} - \frac{7}{9} = 585$ qui est la somme des cinq premiers termes. Si l'on demande les 1000 premiers termes, on aura le 1001me terme, ou $x+2.x+4 = 3003.3005$ qui donne $x = 3001$, les 1000 termes demandés sont donc $\frac{3001.3003.3005}{9} - \frac{3001.3003}{6} - \frac{7.3001}{18} - \frac{7}{9} = 3007504500$.

COROLLAIRE.

Si la suite proposée avoit été celle des quarrés des nombres naturels pris à une distance quelconque, mais toûjours égale, la difference $x+n.x+2n$ seroit devenuë

xx,

xx, puiſque dans cette ſuppoſition $n = 0$, & ſon integrale $\frac{x.\,x+n.\,x+2n}{3m} \cdot \frac{x.\,x+n}{2m} \times m-n + \frac{m-n.\,m-5n.\,x}{6m}$ deviendra $\frac{x^3}{3m} - \frac{xx}{2} + \frac{1}{6}mx$ qui exprimera la ſomme de tant de quarrés de nombres naturels qu'on voudra, éloignés entre eux de la quantité m, à quoi il faut ajoûter $\frac{1}{2} - \frac{1}{6}m - \frac{1}{3m}$, parce que quand $x = 1$, l'integrale qui doit être nulle, devient $\frac{1}{3m} - \frac{1}{2} + \frac{1}{6}m$. On aura donc $\frac{x^3}{3m} - \frac{xx}{2} + \frac{1}{6}mx + \frac{1}{2} - \frac{1}{6}m - \frac{1}{3m}$ pour l'integrale exact.

Si donc on demande la ſomme des quarrés 1. 16. 49. 100. 169 256. 361. 484. + &c. ou $m = 3$, on aura $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}xx + \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}$ pour la ſomme cherchée depuis le premier terme juſqu'au terme exprimé par xx.

Si l'on demande les quatre premiers, xx dans le cinquiéme terme vaut 13, donc $x = 13$. Si donc l'on ſubſtituë cette valeur d'x, on aura $\frac{2197}{9} - \frac{169}{2} + \frac{13}{2} - \frac{1}{9} = 166$. ce qui doit être.

Si $m = 1$, la formule deviendra $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}xx + \frac{1}{6}x$, qui exprimera la ſomme des quarrés des nombres naturels pris de ſuite,

ſuite, qui ſont 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. &c. de maniere que ſi l'on demande la ſomme des ſept premiers, le huitiéme ſera 64, ou $x=8$. Si donc on ſubſtituë cette valeur, il viendra $\frac{512}{3}-\frac{64}{2}+\frac{8}{6}=140$.

EXEMPLE II.

Soit la ſuite 2. 5. 8 + 7. 10. 13 + 12. 15. 18 + 17. 20. 23 + &c. dont on demande la ſomme de tant de termes que l'on voudra.

Il eſt clair que dans cet exemple $n=3$, $m=5$, & qu'un terme quelconque de cette ſuite peut être exprimé par $x+3.x+6.x+9$, x ayant ſucceſſivement les valeurs $-1.\ 4.\ 9\ 14.\ 19.\ 24.$

$x+3.x+6.x+9$ eſt donc la difference de la ſomme que l'on cherche.

L'integrale de $x+n.\ x+2n.\ x+3n$, a été trouvée (*art.* 3.) $\frac{x.x+n.x+2n.x+3n}{4m}\times\frac{m-n.x\ x+n.x+2n}{2m}+\frac{m-n.m-5nx.x+n}{4m}+\frac{m-n.3n\ m-3nx}{4m}$. Si donc on ſubſtituë dans cette formule pour m, 5, & pour n, 3, elle deviendra $\frac{x.x+3.x+6.x+9}{20}$ —

×

$$\times \frac{2.x.x+3.x+6}{10} - \frac{2.10.x.x+3}{20} - \frac{2.9.4x}{20}$$

qui eſt l'integrale cherchée.

Pour ſavoir s'il ne manque rien à cette integrale, il faut ſuppoſer que $x+3.x+6.x+9$, repreſente le premier terme de la ſuite; auquel cas l'integrale trouvée doit être nulle. Or lorſque $x+3=2$, l'on a $x=-1$, mettant -1 pour x dans l'integrale, elle deviendra $-\frac{1.2.5.8.}{20} + \frac{2.1.2.5}{10} + \frac{2.10.1.2}{20} + \frac{2.9.4.1}{20} = \frac{72}{20} = \frac{18}{5}$, ce qui marque que cette quantité eſt de trop. On aura donc pour l'integrale exact.

$$\frac{x.x+3.x+6.x+9}{20} - \frac{2.x.x+3.x+6}{10} - \frac{2.10.x.x+3}{20} - \frac{2.9.4x}{20} - \frac{18}{5},$$

qui ſe réduit à $\frac{x.x+3.x+6.x+9}{20} - \frac{x.x+3x+6}{5} - x.x+3 - \frac{18x}{5} - \frac{18}{5}$.

Si l'on veut la ſomme des trois premiers termes, il faut examiner ce que vaut $x+3$, dans le quatriéme terme on trouve 17, donc $x=14$, en ſubſtituant 14 pour x, il vient $\frac{14.17.20.23}{20} - \frac{14.17.20}{5} - 14.17 - \frac{18.14}{5} - \frac{18}{5} = 4230$.

Si l'on demande les cent premiers termes, il viendra pour cette ſomme $\frac{499.502.505.508}{20} - \frac{499.502.505}{5} - 499.$

502

$502 - \frac{18.499}{5} - \frac{18}{5} = 12, 981, 051, 346, 244.$

COROLLAIRE.

Si la suite proposée avoit été celle des cubes des nombres naturels pris à la distance m, on auroit eu dans ce cas $n = 0$. & l'integrale seroit $\frac{x^4}{4m} - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}mxx$; à quoi il faut ajoûter $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}m - \frac{1}{4m}$, parce que quand $x = 1$, l'integrale doit être nulle : or la supposition de $x = 1$ donne pour l'integrale $\frac{1}{4m} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4}m$, qui doit par consequent être ajoûté avec des signes contraires; on aura donc pour l'integrale exact $\frac{x^4}{4m} - \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{4}mxx + \frac{1}{2} - \frac{1}{4}m - \frac{1}{4m}$.

Si l'on demande la somme des cubes pris de trois en trois, qui sont 1. 64. 343. 1000, &c. auquel cas $m = 3$, ce qui donne $\frac{1}{72}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{3}{2}xx - \frac{1}{3}$ pour la somme de tant de termes que l'on voudra de cette suite. Si l'on veut la somme des quatre premiers, on aura $\overline{13}^3$ pour le cinquiéme terme. Donc $x = 13$, cette valeur étant substituée, il vient $\frac{28561}{12} - \frac{2197}{2} + \frac{3}{4} \times 169 - \frac{1}{3} = 1408$.

Si

Si l'on demande les cubes des nombres naturels pris de suite, on aura alors $m=1$, & l'integrale deviendra pour ce cas $\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{2}x^3+\frac{1}{4}xx$, desorte que si l'on veut les dix premiers cubes des nombres naturels, qui sont 1. 8. 27. 64. 125. 343. 512. 729. 1000. = 3025, le onziéme terme sera $\overline{11}^3$, donc $x=11$. Si l'on substituë 11 à la place de x, on aura $\frac{14641}{4}-\frac{1331}{2}+\frac{121}{2}$ 3025 pour la somme cherchée.

EXEMPLE III.

Soit la suite 1. 4. 7. 10 + 5. 8. 11. 14 + 9. 12. 15. 18 + &c. dans laquelle $n=3$ & $m=4$, l'expression generale d'un terme quelconque d'une suite composée de quatre facteurs sera $x+n.x+2n.x+3n.x+4n$, dont l'integrale sera supposée être, $A.x.x+n.x+2n.x+3n.x+4n+B.x.x+n.x+2n.x+3n+$ $+C.x.x+n.x+2n+D.x.x+n+E.x$.

La difference de cette formule est, $5Am.x+n.x+2n.x+3n.x+4n+10Am.m-n.x+n.x+2n.x+3n.+10Am.m-n.m+n.x+n.x+2n+5Am.m-n.$

$m-n.\ m+n.\ m+2n.\ x+n+Am.\ m-n.\ m+n.\ m+2n.\ m+3n.+4Bm.\ x+n.\ x+2n.\ x+3n+6Bm.\ m-n.\ x+n.\ x+2n+4Bm.\ m-n.\ m+n.\ x+n+Bm.\ m-n.\ m+n.\ m+2n+3Cm.\ x+n.\ x+2n+3Cm.\ m-n.\ x+n+Cm.\ m-n.\ m+n+2Dm.\ x+n+Dm.\ m-n+Em$, qui doit être égale à $x+n.\ x+2n.\ x+3n.\ x+4n$.

Si donc on compare les termes homologues de cette Equation, on aura ces nouvelles Equations; $5Am=1.\ 10\ Am.\ m-n+4Bm=0.\ 10\ Am.\ m-n.\ m+n++6Bm.\ m-n+3Cm=0.\ 5Am.\ m-n.\ m+n.\ m+2n+4Bm.\ m-n.\ m+n+3Cm.\ m-n+2Dm=0.\ Am.\ m-n.\ m+n.\ m+2n.\ m+3n+Bm.\ m-n.\ m+n.\ m+2n+Cm.\ m-n.\ m+n+Dm.\ m-n+Em=0.$

D'où

D'où l'on tire, $A = \frac{1}{5m} \cdot B = -\times \frac{\overline{m-n}}{2m}$.

$C = -\times \frac{\overline{2m-2n} \times \overline{m+n}}{3m} + \frac{\overline{m-n}^2}{m} \cdot D = -\times$

$\frac{\overline{m-n} \cdot \overline{m+n} \cdot \overline{m+2n}}{2m} + \frac{\overline{m-n}^2 \cdot \overline{m+n}}{m} + \times$

$\frac{\overline{m-n}^2 \cdot \overline{m+n}}{m} - 3 \times \frac{\overline{m-n}^3}{2m} \cdot E = -\times$

$\frac{\overline{m-n} \cdot \overline{m+n} \cdot \overline{m+2n} \cdot \overline{m+3n}}{5m} + \frac{\overline{m-n}^2 \cdot \overline{m+n} \cdot \overline{m+2n}}{2m} +$

$+ 2 \times \frac{\overline{m-n}^2 \cdot \overline{m+n}^2}{3m} - \frac{\overline{m-n}^3 \cdot \overline{m+n}}{m} +$

$+ \frac{\overline{m-n}^2 \cdot \overline{m+n} \cdot \overline{m+2n}}{2m} - \frac{\overline{m-n}^3 \cdot \overline{m+n}}{m} -$

$- \frac{\overline{m-n}^3 \cdot \overline{m+n}}{m} + \frac{3 \cdot \overline{m-n}^4}{2m}$, qui se ré-

duit à $A = \frac{1}{5m} \cdot B = -\times \frac{\overline{m-n}}{2m} \cdot C = -$

$- \frac{2mm + 2nn + 3mm - 6mn + 3nn}{3m}$

$= \frac{mm - 6mn + 5nn}{3m} = \overline{m-n} \times \frac{\overline{m-5n}}{3m}$.

$D = \overline{m-n} \cdot \overline{m+n} \times \frac{\overline{m-4n}}{2m} - \times$

$\times \frac{\overline{m-n}^2 \cdot \overline{m-5n}}{2m} \cdot E = m-n \cdot m+n \, m+2n \times$

 $\times m-n$

$$\times \frac{m-2n\times 4}{5m} + \frac{m-n.\ m+n\times -7m+11n}{3m} + \frac{m-n.\ 3.\ m-n}{2m}.$$

Si maintenant on ſubſtituë dans ces valeurs de A, B, C, D & E, pour m & n, leurs valeurs 3 & 2, elles ſe réduiront à $A = \frac{1}{20}$, $B = -\frac{1}{8}$, $C = -\frac{11}{12}$, $D = -\frac{45}{8}$, $E = -\frac{593}{24}$.

Si donc on ſubſtituë ces valeurs dans l'integrale ſuppoſée, on aura $\frac{1}{20}\times x.\ x+3.\ x+6.\ x+9.\ x+12 - \frac{1}{8}\times x.\ x+3.\ x+6.\ x+9 - \frac{11}{12}.\ x.\ x+3.\ x+6 - \frac{45}{8}\times x.\ x+3 - \frac{593}{24}\ x+q$.

Pour déterminer la valeur de q, on ſuppoſera $x+3=1$, donc $x=-2$; cette valeur d'x doit donc rendre l'integrale nulle, c'eſt-à-dire que $\frac{1}{20}\times -2.\ 1.\ 4.\ 7.\ 10 - \frac{1}{8} - 2.\ 1.\ 4.\ 7 - \frac{11}{12} - 2.\ 1.\ 4 - \frac{45}{8}.\ -2.\ 1 - \frac{593}{24} - 2 + q = 0$; d'où il ſuit $-28+7+\frac{22}{3}+\frac{45}{4}+\frac{593}{12}=-q$, qui donne $q=-47$. L'integrale demandée eſt donc $\frac{1}{20}\ x.\ x+3.\ x+6.x+9.x+12.$

$-\frac{1}{8}$

$$-\frac{1}{8}x.\overline{x+3}.\overline{x+6}.\overline{x+9}-\frac{11}{12}x.\overline{x+3}.\overline{x+6}-\frac{45}{8}x.\overline{x+3}-\frac{593}{24}x-47.$$

Si l'on veut avoir les deux premiers termes, on aura dans ce cas $x+3=9$; donc $x=6$, & la ſomme cherchée ſera $\frac{11}{20}\times 6.9.12.15.18-\frac{1}{8}.6.9.12.15-\frac{11}{12}.6.9.12-\frac{45}{8}.6.9-\frac{593}{24}.6-47=6440$.

EXEMPLE IV.

Si la ſuite qu'on ſe propoſe de ſommer, étoit compoſée de pluſieurs ſuites multipliées les unes par les autres, il faudroit la réduire à des ſuites uniformes, avant d'en trouver la ſomme par la methode generale.

Soit la ſuite $1.3+2.5+3.7+4.9+5.11+6.13+$ &c. dont on demande la ſomme.

Cette ſuite eſt le produit des deux ſuites $1+2+3+4+5+6+$ &c. Et $3+5+7+9+11+13+$ &c. en ſuppoſant que chaque terme de la prémiére eſt multiplié par le correſpondant de la ſeconde. Ces deux ſuites n'ayant pas la même difference, il eſt évident que dans la ſuite compoſée il ſe trouvera deux differences. Si l'on veut qu'il n'y ait que la même difference, la

ſuite compoſée ſe réduira en deux autres, de cette maniere;

$$\left.\begin{matrix} 1.3+2\ 4+3.5+4\ 6+5\ 7+\&c. \\ \text{Et } 1.0+2.1+3.2+4.3+5.4+\&c. \end{matrix}\right\} = \begin{matrix} 1.3+2.5+3. \\ 7+4.9+\&c. \end{matrix}$$

La ſomme de la ſuite propoſée ſera donc égale aux deux autres ſuites, dont la premiére a pour formule $\overline{x+2} \times \overline{x+4}$, & la ſeconde $\overline{x-1} \times \overline{x-2}$, l'integrale de la premiére eſt $\frac{x.x+2.x+4}{3} + \frac{x.x+2}{2} + \frac{9.x}{6} + q$, & celle de la ſeconde eſt $\frac{x.x-1.x-2}{3} - \times \frac{x\ x-1}{1} + 2x + p$. Il ne reſte plus qu'à trouver les valeurs de q & p, pour avoir l'integrale exacte de la ſuite propoſée. Or pour avoir ces valeurs, il faut ſuppoſer que $\overline{x-2} \times \overline{x+4}$ repreſente 1×3, & que $\overline{x-1} \times \overline{x-2}$ repreſente 1×0, auquel cas les deux ſuites doivent être nulles. Donc alors $x = -1$ pour la premiére ſuite, & $x-2$ pour la ſeconde. Si donc on ſubſtituë dans les integrales pour x ces valeurs, on aura $\frac{-1.1.3}{3} + \frac{-1.1}{2} + \frac{9.-1}{6} + q = 0$, & $\frac{2.1.0}{3} - \frac{2.1}{1} + 2.2 + p = 0$, de la premiére Equation, on tire $q = 3$, & de la ſeconde $p = -2$. L'integrale exacte eſt donc $\frac{x.x+2.x+4}{3} + \frac{x.x+2}{2} +$

$\frac{5}{2}x+3$

$\frac{1}{2}x+3$ pour la premiére ſuite, & $\frac{x\,x-1.x-2}{3}$

$-x.\,x-1+2x-2$ pour la ſeconde, dont la ſomme vaut la ſuite propoſée.

Si l'on veut avoir les deux premiers termes de chaque ſuite, dont la ſomme vaut les deux premiers termes de la ſuite propoſée, il faut ſuppoſer que les formules $x+2$ $\times\ x+4$ & $x-1\times x-2$ de chacune de ces ſuites repreſentent chacune le troiſiéme terme de ſa ſuite, & alors on aura $x+2=3$ pour la premiére ſuite, & $x-1=3$ pour la ſeconde, ce qui donne $x=1$ & $x=4$. Si donc on ſubſtituë dans les integrales trouvées pour x ces valeurs, on aura $\frac{1.3.5}{3}+\frac{1.3}{2}$ $+\frac{1}{2}+3=11$ pour la premiére, & $\frac{4.3.2}{3}$ $\frac{4.3}{1}+8-2=2$ pour la ſeconde, les deux enſemble valent donc 13; ce qui doit être, puiſque $1.3+2.5=13$.

MEMOIRE
SUR
LES YEUX GELE'S;

Dans lequel on détermine la grandeur des Chambres qui renferment l'humeur aqueuſe.

Par M. PETIT, Medecin.

*M. BRISSEAU, Medecin des Hôpitaux du Roi, & Profeſſeur dans l'Univerſité à *Doüay*, eſt, je croi, le premier qui a donné le nom de *Chambre* à l'eſpace compris entre le Cryſtallin & la Cornée qui contient l'humeur aqueuſe; & comme cet eſpace eſt diviſé en deux parties par l'Uvée, il a donné le nom de *premiére Chambre* à la partie anterieure, que nous appellerons, avec le ſavant *Heiſter* †, *Chambre anterieure*, compriſe entre l'Iris & la Cornée, & il a nommé *ſeconde Chambre*, l'eſpace compris entre le Cryſtallin & l'Uvée, & que nous appellerons *Chambre poſterieure.*

Quoi-que M. *Briſſeau*, M. *Antoine* & M. *Heiſter* ayent ſuffiſamment prouvé que la Cataracte n'a d'autres cauſes que l'endurciſſement joint à l'opacité du Cryſtalin, il ſe trouve

* 30 Avril 1723.

† *Compend. anatomic. p.* 210.

trouve neanmoins encore des perſonnes qui tiennent pour la membrane. Ils ont eu beau démontrer qu'il eſt tout-à-fait impoſſible d'abattre cette prétenduë membrane, ſans traverſer le Cryſtallin [a], en perçant l'Oeil à deux ou trois lignes de la Cornée, comme on le fait pour l'ordinaire; leur démonſtration s'eſt trouvée infructueuſe à l'égard de leurs adverſaires, qui ont crû éluder la difficulté, en ſuppoſant que la Chambre poſterieure de l'humeur aqueuſe eſt plus grande que la Chambre anterieure, trompés peut-être par les figures de *Veſale*, de *Brigs*, & d'autres Auteurs.

J'avois bien remarqué dans les differentes diſſections des Yeux d'Hommes, de Chiens, de Bœufs, & d'autres animaux, qu'il y avoit un eſpace rempli d'humeur aqueuſe entre le Cryſtallin & l'Uvée; mais cet eſpace eſt ſi petit dans les Yeux gelés, qu'un de nos plus habiles Anatomiſtes s'y eſt (en quelque maniére) laiſſé trõmper [b]; je dis *en quelque maniére*, ce que j'expliquerai plus amplement dans un autre Memoire. Si cette opinion ſe fût trouvée veritable, c'en étoit fait du ſyſtême de la Cataracte par la membrane, ſes ſectateurs n'avoient plus de faux-fuyants. Il me paroît pourtant qu'ils ne peuvent tirer aucun avantage d'un ſi petit eſpace, & s'il n'eſt pas plus grand dans l'état naturel que celui que l'on reconnoît par l'épaiſſeur de la glace

[a] *Fabricius Abaquapendente* l'a crû de même il y a plus de 100. ans. *Voyez ſa Chirurgie imprimée en* 1618 *p.* 58.
Galien a crû que le Cryſtallin touche à l'Uvée : *De Uſu partium, cap.* 4. *&* 6. *De Oculis, cap.* 4.

[b] *V. Mem. de l'Acad.* 1721. *p.* 415. *&* 416.

glace dans les Yeux gelés, il ne s'en trouve pas assés pour loger & faire agir l'Eguille dont on se sert pour l'operation de la Cataracte, sans courir le risque de blesser l'Uvée ou le Crystallin, quand on perçoit l'Oeil à une ligne ou une ligne & demie de la Cornée.

La facilité que l'on a trouvée de faire geler les humeurs des Yeux[a], a fourni l'occasion de reconnoître la grandeur de l'espace occupé par l'humeur aqueuse ; Mrs. *Heister* & *Morgagni* ont fait voir par ce moyen sur les Yeux d'Hommes & sur les Yeux de Cochon, que la Chambre posterieure de l'humeur aqueuse est de beaucoup plus petite que la Chambre anterieure. C'est ce que j'ai aussi démontré, mais avec beaucoup plus de précision, à la Compagnie, le 16. Janvier de cette année, non seulement sur les Yeux d'Hommes, mais encore sur les Yeux de Chiens, de Moutons, de Bœufs, de Chevaux. J'avois déja fourni sur cette matiere, le 8 Mars 1721, un petit Memoire, en attendant que je pusse en donner un plus ample & plus circonstancié, tel que je le donne aujourd'hui. Mais avant d'entrer dans le détail de mes observations, il faut expliquer ce que j'entends par grand & petit diametre de l'Oeil & par son axe.

J'appelle grand diametre de l'Oeil, une ligne droite horisontale qui traverse l'Oeil en passant par son centre, qui est parallele au grand diametre de la Cornée dans le Bœuf, le Mouton. La ligne *C D* de la premiére Figure est le grand diametre.

Le

a *On avoit déja trouvé cette facilité en 1678.*

Le petit diametre eſt une ligne droite, verticale, qui traverſe l'Oeil en paſſant par ſon centre, & qui eſt perpendiculaire au grand diametre. La ligne *AB* de la premiére & de la ſeconde Figure eſt le petit diametre; je l'ai nommé ainſi, parce qu'il eſt le plus ſouvent plus court que le grand dans le Mouton, le Bœuf, le Cheval, mais on les trouve quelquefois égaux. Ils ſont toûjours l'un & l'autre plus longs que l'axe, parce que dans ces animaux l'Oeil eſt applati dans ſa partie poſterieure.

L'axe de l'Oeil eſt une ligne droite qui le traverſe, en paſſant par le centre de la Cornée & le centre du Cryſtallin. La ligne *AB* dans la ſeconde Figure, & la ligne *CD* dans la 3me, la 4me, la 5me, la 6me, la 7me Figure eſt l'axe qui dans l'Homme, dans le Singe, dans le Chien, le Loup, le Chat eſt pour l'ordinaire égale aux diametres, & quelquefois plus long dans l'Homme & dans le Singe, mais qui dans le Chien, le Loup & le Chat ſe trouve quelquefois plus court d'un quart de ligne.

Tous les Yeux que j'ai fait geler ont été auparavant dépouillés de leurs muſcles, de leur graiſſe, & de toutes les parties membraneuſes qui enveloppent la Sclerotique, & dans cet état ils ont été peſés & meſurés avant d'être expoſés à la gelée. Les uns ont été poſés ſur le Nerf optique, la Cornée en haut, & les autres ſuſpendus avec un fil par le Nerf optique, la Cornée enbas.

Pour rendre ces experiences plus exactes, il faut qu'il faſſe un froid conſiderable, afin que les yeux puiſſent ſe geler de maniere que

les humeurs deviennent une glace assés dure. Les Yeux que j'ai exposé aux premiéres gelées du mois de Fevrier, mon Thermometre étant au 18me degré, n'ont gelé qu'imparfaitement, l'humeur aqueuse étoit gelée dans les deux Chambres, mais la glace ne faisoit pas assés de corps pour en mesurer l'épaisseur, n'étant gelée que par parcelles entremêlées d'humidité. Dans quelques-uns le Crystallin étoit gelé dans sa circonference, dans d'autres il n'étoit point du tout gelé, il paroissoit même plus mol qu'il n'est dans son état naturel, & dans quelques Yeux d'Hommes, de Moutons, de Bœufs l'humeur vitrée étoit gelée par plans de glace qui étoient dans les uns paralleles au diametre de l'Oeil, & dans d'autres aux differents plans de leur axe, dans les uns situés horisontalement, & dans d'autres situés verticalement; j'en ai vû aussi qui ressembloient à des cristaux pyramidaux à quatre ou cinq faces. L'eau se gele quelquefois dans des fioles de ces differentes manieres, lorsque la gelée n'est pas forte,

Les Yeux n'ont commencé à se geler assés bien que lorsque mon Thermometre s'est trouvé au 15me ou au 16me degré, & pour lors il m'a été facile de bien démontrer la glace de la Chambre posterieure, mais ils se sont gelés bien plus fort, lorsque mon Thermomettre s'est baissé sur le 13me degré, qui est le plus bas où il se soit trouvé en 1721, & c'est dans ce temps-là que j'ai fait la plus grande partie des observations que je rapporte dans ce Memoire.

Ce n'est pas sans dessein que je parle de ces differents degrés de gelés: c'est de-là

que

que dépend le plus ou le moins de juſteſſe & de préciſion de ces obſervations.

Les Yeux d'Homme qui ont été bien gelés, étant coupés ſuivant la longueur de leur axe en deux parties, la glace de l'humeur aqueuſe s'eſt trouvée épaiſſe dans la Chambre anterieure, près du trou de l'Uvée où elle a le plus d'épaiſſeur, à cauſe de la convexité de la Cornée, d'une demi ligne dans les unes, de deux tiers de ligne dans les autres, & dans quelques uns elle avoit une ligne entiere. Elle diminuë peu-à-peu d'épaiſſeur à meſure qu'elle s'éloigne du centre de la Cornée, & qu'elle s'approche de la Sclerotique, où elle s'engage ſous le biſeau de la Cornée, & y finit en vive arrête.

M. *Briſſeau* eſt encore le premier, ſi je ne me trompe, qui a remarqué que la Sclerotique & la Cornée ſont unies enſemble par une ſurface inclinée que l'on appelle *biſeau* ou *Chamfrain*. Le biſeau de la Cornée eſt deſſous, celui de la Sclerotique eſt appliqué deſſus & à la partie externe du biſeau de la Cornée, c'eſt à l'extremité du biſeau de la Cornée que l'Uvée eſt attachée; c'eſt-là auſſi où finit la glace de la Chambre anterieure.

La glace de la Chambre poſterieure étoit épaiſſe d'un demi-quart de ligne dans les uns, dans les autres d'un demi-tiers, juſqu'à un quart de ligne, & cette épaiſſeur s'augmentoit peu à peu juſqu'à la circonference du Cryſtallin où elle ſe trouvoit épaiſſe d'un demi-tiers de ligne dans les uns, d'un quart de ligne dans les autres, juſqu'à trois demi-quarts.

La glace de cette Chambre poſterieure ſe

trouve assés souvent continuë avec celle de l'humeur vitrée, principalement si l'Oeil a été exposé à une forte gelée, car lorsque l'humeur vitrée vient à se geler, elle se rarefie d'autant plus que la gelée est forte, comme je le prouverai dans la suite de ce Memoire; elle s'avance au de-là, & vers les côtés du Cryſtallin, pousse les *Proceſſus* ciliaires du côté de l'Uvée, en les détachant du Cryſtallin, & pour lors la glace qui se forme entre l'Uvée & les Proceſſus ciliaires se trouve très mince, & quelquefois il ne s'en trouve point du tout: ce qui arrive de même dans le Chien, le Mouton, le Bœuf & le Cheval: il est facile de distinguer la glace de l'humeur aqueuse, d'avec celle de la vitrée, il y a dans celle-ci quantité de petites fibres blanches.

La glace de la Chambre anterieure dans les Yeux du Chien-dogue, près du trou de l'Uvée, étoit épaisse d'une ligne dans les uns, d'une ligne & demie dans les autres, & diminuant peu-à-peu d'épaisseur, elle alloit finir, comme dans l'Homme, en vive arrête à la circonference de la Cornée.

Elle étoit épaisse dans la Chambre posterieure d'un quart de ligne, jusqu'à un tiers près du trou de l'Uvée, mais elle étoit d'une demi-ligne à la circonference du Cryſtallin.

J'ai trouvé dans les Yeux d'un Loup, qui a l'Oeil de la même forme que celui du Chien-dogue, la glace de la Chambre anterieure épaisse de cinq quarts de ligne, & celle de la Chambre posterieure d'une demi-ligne près du trou de l'Uvée.

Dans

Dans les Yeux de Mouton, la glace de la Chambre anterieure s'eſt trouvée épaiſſe, près du trou de l'Uvée, de cinq quarts de ligne dans les uns; dans d'autres elle étoit de ſept quarts, & j'en ai trouvé un où elle étoit épaiſſe de deux lignes, & diminuant peu-à-peu, elle alloit finir à la circonference de la Cornée, comme dans l'Homme, & tous les animaux à quatre pieds, la Cornée eſt elliptique à ſa partie externe dans ces animaux, mais elle eſt ronde à ſa partie interne.

La glace de la Chambre poſterieure étoit épaiſſe dans les uns, d'un quart de ligne, & d'un tiers dans les autres près du trou de l'Uvée, mais elle avoit deux tiers de ligne à la circonference du Cryſtallin.

Dans les Yeux de Bœuf, j'ai trouvé la glace de la Chambre anterieure épaiſſe dans les uns de cinq quarts de ligne, dans les autres de ſept quarts: j'en ai démontré à la Compagnie qui étoit épaiſſe de deux lignes & demie dans ſon milieu, & diminuoit peu-à-peu juſqu'à la circonference de la Cornée où elle finiſſoit.

Dans la Chambre poſterieure la glace étoit épaiſſe d'un tiers de ligne dans les uns, & d'une demi-ligne dans les autres, près du trou de l'Uvée; elle ſe trouvoit épaiſſe de trois quarts de ligne à la circonference du Cryſtallin.

Dans les Yeux de Chevaux la glace étoit épaiſſe dans la Chambre anterieure, près du trou de l'Uvée, de trois lignes dans les uns, & dans d'autres de trois lignes & demie, & diminuant peu-à-peu, comme dans les Yeux précedents, s'alloit engager ſous le biſeau de la Cornée.

La glace de la Chambre posterieure étoit épaisse d'un tiers de ligne, jusqu'à une demi-ligne près du trou de l'Uvée, mais de deux tiers de ligne à la circonference de la Cornée ; ainsi la Chambre posterieure dans le Cheval est plus petite à proportion que dans les Yeux précedents.

Le Crystallin dans tous les Yeux bien gelés étoit dur & blanc. Lorsqu'on le dégageoit de son chaton, étant coupé par la moitié, on voyoit la capsule qui l'envelopoit, qui restoit presque dans sa situation naturelle, & qui ne s'éloignoit que peu de la glace de l'humeur aqueuse. Elle étoit transparente & ferme, & ressembloit à de la Corne très-fine & très-transparente, à laquelle *Vesale* [a] la compare. La partie posterieure de cette membrane crystalline étoit plus fine & plus molle; on ne voyoit point sa partie anterieure si tenduë ni si ferme dans les Yeux qui n'étoient pas bien gelés, elle étoit molle & ridée après avoir retiré le Crystallin, & pour lors elle ressembloit mieux à une pellicule d'Oignon, à laquelle *Vesale* la compare dans le même chapitre, de même que *Galien* [b]. Ce qui fait assés connoître que quelque fine que soit cette membrane, elle ne laisse pas de se geler, en conservant sa transparence.

On comprendra assés facilement qu'elle se trouve d'autant plus épaisse, qu'elle envelope de plus gros Crystallins, elle est pourtant quelquefois plus épaisse dans des Yeux que dans

a *Lib. 7. cap. 14.*
b De Oculis, *cap. 3.*

dans d'autres de même espece.

Je remarquerai encore une chose particuliere, & que l'on ne peut bien voir que dans des Yeux gelés, c'est que l'Uvée dans l'Homme fait une surface plane, ainsi qu'elle est representée dans la 3me Figure a. *Vesale* b lui donne la meme surface. Mais dans les animaux à quatre pieds cette surface est convexe à sa partie anterieure, & cette convexité est d'autant plus grande, que les Yeux sont plus gros, comme on le voit dans la 4me, 5me, 6me & 7me Figure.

Après ce que je viens de dire de la glace de la Chambre posterieure, il semble qu'il n'y a qu'à couper des Yeux bien gelés pour la démontrer: mais j'ai fait voir à la Compagnie qu'il faut apporter beaucoup de soin & d'exactitude pour la découvrir, même dans les Yeux les mieux gelés & les mieux remplis d'humeur aqueuse. L'enduit noir de la partie posterieure de l'Uvée & des Processus ciliaires se communique à la glace, lui cause une ombre qui l'empêche de paroître. Mais une des choses qui contribuë encore à la cacher, c'est que la glace est un corps dur qui ne peut être coupé net par un scalpel, quelque tranchant qu'il puisse avoir, & plus il est tranchant, plus facilement il est émoussé par la dureté de la glace, & pour lors il arrive deux choses. La premiére est que la glace se brise par petites parcelles: la seconde est que le scalpel émoussé entraîne avec lui

a *Mem. de l'Academie* 1721. *p.* 417. *où M.* Winslow *n'est pas de ce sentiment.*

b *Lib.* 7. *cap.* 14.

lui des parties noires de l'Uvée & des Proceſſus ciliaires qu'il mêle & qu'il confond avec les parcelles de la glace, & fait, pour ainſi dire, une eſpece de voile qui couvre la glace de la Chambre poſterieure; l'Uvée & les Proceſſus ciliaires paroiſſent confondus avec elle, l'on ne voit qu'un corps brun aſſés épais, quoique l'Uvée ait tout au plus un douziéme de ligne d'épaiſſeur dans l'Homme avec ſon enduit noir, mais ôtés le maſque qui la cache, on la découvre facilement, il n'y a pour cela qu'à prendre un Oeil bien gelé, le couper par ſon axe en deux parties, & avec la pointe d'un inſtrument enlever la glace de la Chambre anterieure, puis détacher l'Uvée le plus délicatement que l'on peut de la glace de la Chambre poſterieure, après quoi cette glace qui paroiſſoit un corps noir ſe manifeſte, & l'on peut en meſurer l'épaiſſeur, quoi-qu'elle ait encore un peu de noirceur que l'Uvée lui a laiſſé.

L'on peut encore s'en aſſûrer d'une autre maniere, car ſans couper l'Oeil par ſon axe, il n'y a qu'à enlever la Cornée toute entiere, on ôte la glace de la Chambre anterieure, puis on emporte l'Uvée, & l'on trouve la glace de la Chambre poſterieure.

La noirceur de l'Uvée n'eſt pas la ſeule cauſe qui empêche qu'on ne trouve avec facilité la glace de la Chambre poſterieure, principalement dans l'Homme, il ſe rencontre encore des difficultés par rapport à la quantité de l'humeur aqueuſe qui ſe trouve plus ou moins grande, non ſeulement à proportion de la grandeur des Yeux, mais encore dans les Yeux de même grandeur.

On

On trouve pour l'ordinaire dans les Yeux de l'Homme la pesanteur de 3 grains & demi, jusqu'à 4 grains & demi d'humeur aqueuse : s'il n'y en a que trois grains & demi, cela doit diminuer la quantité de la glace de près du quart. L'on trouve encore bien moins de glace dans les Yeux qui ont été gardés quelques jours après la mort. Si l'on ne prend les Yeux d'Homme, de Chien, & d'autres animaux tout nouvellement morts, on les trouve toûjours flêtris, après en avoir ôté la graisse, les muscles, & tout ce qui envelope le globe de l'Oeil. Si l'on pose ces Yeux du côté du Nerf optique, la Cornée s'enfonce vers le Crystallin, plus ou moins, selon le temps que l'animal est mort, & que la dissipation qui s'est faite des humeurs, est plus ou moins grande. Si au contraire on suspend ces Yeux flêtris par le Nerf optique, les humeurs s'appesantissent du côté de la Cornée, la rendent convexe, & la partie posterieure de la Sclerotique se trouve gaudronnée & froncée. Mais lorsque ces Yeux sont gelés, ils ne paroissent plus flêtris, ils sont au contraire fort tendus, l'on ne trouve plus d'affaissement à la Cornée des Yeux posés du côté du Nerf optique, & la Sclerotique des Yeux suspendus par le Nerf optique a perdu son froncis. Malgré ce gonflement, on ne doit pas s'attendre de trouver dans la Chambre posterieure de ces Yeux, la même épaisseur de glace que l'on trouve dans les Yeux qui n'ont point été flêtris : car, comme les Yeux ne se flêtrissent que par l'évaporation des humeurs qu'ils contiennent, que l'humeur aqueuse est la premiére à se dissiper,

diſſiper, comme l'experience le confirme, & que plus la gelée eſt forte, plus il ſe diſſipe d'humeur aqueuſe, comme nous le verrons ci-après, lorſque l'humeur vitrée vient à ſe geler, elle ſe rarefie avec d'autant plus de facilité vers la partie anterieure qu'elle y trouve moins de reſiſtance, elle pouſſe le Cryſtallin du côté de l'Uvée, & diminuë la Chambre poſterieure, de maniére que j'ai eu bien de la peine à y trouver de la glace, & quelquefois je n'en ai point trouvé du tout. On ne doit donc pas s'étonner ſi quelques perſonnes n'ont point trouvé de Chambre poſterieure.

Ce ne ſont pas ſeulement les Yeux flêtris qui ſe gonflent & ſe dilatent en gelant, cela arrive auſſi à ceux qui n'ont pas eu le temps de ſe flêtrir; car comme les membranes prêtent & peuvent s'étendre, les Yeux groſſiſſent à proportion de la rarefaction de la glace. Je me ſuis convaincu de cette verité par un grand nombre d'experiences: il ſuffira d'en rapporter trois, faites ſur des Yeux de Bœuf.

Dans la premiére experience, l'Oeil que j'ai pris étoit fort peu flêtri; il peſoit une once 36 grains, il avoit 18 lignes trois quarts de grand diametre, 18 lignes & demie de petit diametre, & 16 lignes & un quart d'axe. Je l'ai poſé ſur une aſſiete de fayence du côté du Nerf optique, à huit heures du matin, mon Thermometre étant au 14me degré. Je l'ai laiſſé ſur une fenêtre juſqu'au lendemain huit heures du matin. Lorſque je l'ai retiré, le Thermometre étoit reſté au 14me degré; il étoit bien gelé, dur & fort tendu, la

la Sclerotique noire, la Cornée opaque & blanchâtre: il pesoit 7 dragmes 65 grains, ainsi il avoit diminué de 43 grains; il avoit 19 lignes de grand diametre, 18 lignes trois quarts de petit diametre, & 17 lignes d'axe. Il étoit donc augmenté d'un quart de ligne dans son grand diametre, autant dans son petit diametre, & de trois quarts de ligne dans son axe. J'ai coupé cet Oeil en deux parties par son axe. J'ai trouvé les humeurs fort bien gelées, la glace de la Chambre anterieure étoit épaisse de deux lignes, & la glace de la Chambre posterieure étoit épaisse d'une demi-ligne pres du trou de l'Uvée, le Crystallin opaque, blanc & fort dur, ayant huit lignes de diametre, & six lignes d'axe ou d'épaisseur.

Dans la seconde experience, l'Oeil de Bœuf pesoit 7 dragmes 67 grains; il n'étoit point flêtri, il avoit 18 lignes de grand & de petit diametre, 15 lignes & deux tiers d'axe. Je l'ai suspendu avec un fil par le Nerf optique, mon Thermomettre étant au 14me degré & demi à neuf heures & demie du matin. Je l'ai retiré le lendemain à neuf heures du matin, il étoit bien gelé, dur comme une pierre, la Selerotique toute noire, la Cornée opaque & blanchâtre: le froid avoit augmenté d'un demi-degré pendant la nuit, mon Thermomettre étoit au 14me degré.

Cet Oeil gelé pesoit 7 dragmes 20 grains, il étoit donc diminué de 47 grains. Il avoit 18 lignes & demie de grand & de petit diametre, & 16 lignes & demie d'axe: il étoit augmenté de demi-ligne dans chacun de

ses

ſes diametres, & de près d'une ligne dans ſon axe.

La glace de la Chambre anterieure étoit épaiſſe de ſept quarts de ligne, & la glace de la Chambre poſterieure ſeulement d'un tiers de ligne près du trou de l'Uvée; le Cryſtallin avoit ſept lignes & demie de diametre, & cinq lignes deux tiers d'axe ou d'épaiſſeur.

Dans la troiſiéme experience, l'Oeil de Bœuf n'étoit point flétri, il peſoit 7 dragmes 24 grains, il avoit 17 lignes & un quart de grand & petit diametre, 15 lignes d'axe. Je l'ai expoſé à la gelée, ſuſpendu avec un fil par le Nerf optique, à onze heures du matin, mon Thermometre au 13me degré. Je l'ai retiré le lendemain à ſept heures du matin, la Sclerotique étoit toute noire, la Cornée blanche opaque, tout l'Oeil arrondi, dur comme une pierre: il peſoit 6 dragmes 40 grains Il étoit donc diminué de 56 grains en vingt heures. Il avoit 18 lignes de grand & petit diametre, & 16 lignes trois quarts d'axe: il étoit donc augmenté de trois quarts de ligne dans chacun de ſes diametres, & d'une ligne trois quarts dans ſon axe.

La glace de la Chambre anterieure avoit deux lignes d'épaiſſeur, & avoit été pouſſée au de-là du biſeau de la Cornée en quelques endroits, où l'Uvée s'eſt trouvée détachée de la Cornée & de la Sclerotique.

La glace de la Chambre poſterieure n'avoit qu'un quart de ligne près du trou de l'Uvée.

Le Cryſtallin étoit blanc, dur, opaque, il avoit des foſſes & des cannelures irréguliéres

res qui étoient en plus grande quantité, & plus profondes à ſa partie poſterieure qu'à ſa partie anterieure; marque certaine qu'il avoit été violemment comprimé. C'eſt ce qui arrive toûjours dans les fortes gelées, & même dans les Yeux bien gelés avec la glace & le ſalpêtre.

Ce Cryſtallin avoit ſept lignes trois quarts de diametre, & cinq lignes un quart d'épaiſſeur: il peſoit 42 grains. Je l'ai laiſſé dégeler par lui-même dans mon Cabinet, où il s'eſt dégelé en trois quarts d'heure. Il eſt devenu plus mol qu'il n'eſt pour l'ordinaire, tranſparent, plein de petites bulles d'air renfermées ſous la membrane cryſtalline; il n'a ni diminué ni augmenté de poids en dégelant.

Il y a pluſieurs choſes à remarquer dans les trois exemples que je viens de rapporter. La premiére eſt qu'ils ont tous trois diminué de poids, & ils ont d'autant plus diminué de poids, que la gelée a été plus forte, ce qui eſt conforme aux experiences de M. *Gauteron*, de la Societé de Montpellier a, & de M. de *Mairan*, de cette Academie b: ce dernier en a donné d'excellentes raiſons. La ſeconde, qu'ils ont augmenté de volume, & qu'ils ont d'autant plus augmenté de volume que la gelée a été plus forte. Le premier a moins augmenté que le ſecond, & celui-ci moins que le troiſiéme. Il ſemble neanmoins que le premier auroit dû augmenter plus que le ſecond, puiſ-

a *Mem. de l'Acad. des Sc.* 1709. *p.* 584
b *Diſſert. ſur la glace. p.* 136.

puiſque mon Thermometre marquoit d'abord moins de froid au ſecond Oeil qu'au premier; mais j'ai aſſés ſouvent obſervé, en expoſant des Yeux & des liqueurs à la gelée, qu'ils ont mieux gelé, lorſque mon Thermometre étoit au 16 ou au 17me degré, que d'autres Yeux & d'autres liqueurs que j'avois expoſés au 14 ou au 15me degré. J'ai recherché d'où pouvoit provenir une choſe ſi particuliére, & voici ce que j'ai remarqué.

Si mon Thermometre ſe baiſſoit du 17 au 16me degré, le vent étant au Nord ou au Nord-eſt ou à l'Eſt, pour lors la gelée ſe trouvoit plus forte que lorſque mon Thermometre paſſoit du 14 au 15me degré, le vent ſe changeant du Nord à l'Oüeſt ou au Sud-oüeſt ou au Sud, & c'eſt à peu-près ce qui eſt arrivé aux deux Yeux dont je viens de parler; car le premier a été expoſé, lorſque le froid commençoit à diminuer, mon Thermometre avoit monté du 13 au 14me degré, le vent étant au Nord-oüeſt. Le ſecond au contraire a été expoſé, lorſque le froid augmentoit, mon Thermometre étant deſcendu du 15 au 14me degré & demi, & de-là au 14me, le vent étant paſſé au Nord.

La troiſiéme choſe que nous avons à obſerver ſur nos trois Yeux gelés, c'eſt que leur volume s'eſt plus augmenté par leur partie poſterieure que dans tout le reſte de leur circonference, & que l'augmentation a été à proportion plus grande dans le troiſiéme que dans le ſecond, & dans le ſecond que dans le premier, & je l'ai toûjours

jours remarqué dans tous les Yeux de Bœufs, de Moutons & de Chevaux, que j'ai fait geler, ce que je n'ai point obſervé dans les Yeux d'Hommes & de Chiens, qui ont pour l'ordinaire l'axe auſſi long que les diametres. J'ai vû au contraire que lorſque l'axe s'eſt trouvé plus long que les diametres, comme il arrive quelquefois dans l'Homme, ces Yeux groſſiſſoient plus par leur côté que par leur partie poſterieure, & que lorſque les Yeux d'Hommes ſe trouvoient quarrés ou applatis par leur côté (ce qui eſt pour l'ordinaire produit par la compreſſion des muſcles droits) ils s'arrondiſſoient en gelant. Enfin tous les Yeux que j'ai fait geler ont affecté de prendre une figure plus arrondie.

Cet effet ne ſe remarque pas ſeulement dans les Yeux des animaux à quatre pieds que l'on fait geler, on le voit encore dans ceux que l'on met tremper dans l'eau, dans le vin, & dans d'autres liqueurs; à meſure qu'ils deviennent plus tendus, ils s'arrondiſſent par leur partie poſterieure plus à proportion que par leur côté, car ſi les diametres deviennent plus longs d'un quart de ligne, l'axe s'allonge d'une demi-ligne ou trois quarts de ligne.

J'en ai recherché la cauſe dans l'épaiſſeur & la force de la Sclerotique, j'ai trouvé qu'elle eſt plus épaiſſe dans ſa partie poſterieure que vers ſes côtés, mais il n'eſt pas aiſé de ſe perſuader que cette épaiſſeur lui donne plus de facilité de s'étendre, vû que dans les Yeux d'Hommes elle eſt auſſi plus épaiſſe à ſa partie poſterieure que vers les

côtés,

côtés, & ces Yeux d'Hommes se gonflent par les côtés où elle est plus mince plustôt que par sa partie posterieure. Voilà ce qui rend ce phenomene difficile : car quoi que l'on puisse dire en general que les Yeux grossissent & se gonflent par les endroits où les membranes s'étendent le plus facilement, neanmoins il n'est pas facile de concilier ce qui arrive aux Yeux d'Hommes, & d'animaux à quatre pieds; ainsi ce fait demande encore beaucoup d'observations & d'experiences pour pouvoir en donner une explication plausible, ce qui sera le sujet d'un autre Memoire, que je donnerai, lorsque j'aurai fait toutes les observations & les experiences dont j'ai besoin. Je parlerai dans ce Memoire des Yeux gelés par la glace & la nege, mêlés avec differents sels & differentes liqueurs; des differentes évaporations des humeurs des Yeux à differente temperature de l'air, & des Yeux trempés pendant quelque temps dans differentes liqueurs.

La quatriéme chose que nous avons à observer, c'est que la glace de la Chambre posterieure est moins épaisse dans le troisiéme exemple que dans le second, & dans le second que dans le premier, ainsi la glace de la Chambre posterieure a été d'autant moins épaisse que la gelée a été plus forte. L'on sait que la rarefaction des liqueurs dans la gelée dépend de l'air qu'elles contiennent, qu'elles ont d'autant plus de force à se rarefier, que la quantité de ces liqueurs est plus grande, puisqu'il y a plus d'air. Cela étant, il faut que l'humeur aqueuse cede à

la

la force de l'humeur vitrée. Il y a dans l'Homme vingt fois autant d'humeur vitrée que d'humeur aqueuſe; dans le Bœuf il y en a dix fois, & neuf fois autant dans le Mouton. L'on verra dans mon Memoire des découvertes ſur les Yeux, les proportions des humeurs bien déterminées dans toutes les eſpeces d'animaux dont je parlerai.

Lorſque l'on fait geler un Oeil de Bœuf, je ſuppoſe que l'humeur vitrée ſe dilate avec ſeulement quatre fois autant de force que l'humeur aqueuſe, elle pouſſe & fait avancer le Cryſtallin en devant, la flexibilité des Proceſſus ciliaires les fait avancer en devant encore plus que le Cryſtallin; c'eſt pour cette raiſon qu'on les trouve preſque toûjours détachés du Cryſtallin, l'humeur aqueuſe eſt obligée de leur ceder la place, elle eſt chaſſée de la Chambre poſterieure dans la Chambre anterieure avec d'autant plus de force & en plus grande quantité que la gelée eſt plus grande; elle eſt ſouvent contrainte de s'échaper juſques ſous la Sclerotique, en détachant l'Uvée de la Cornée, & dans cette occaſion le Cryſtallin ſouffre d'étranges compreſſions, comme on le remarque dans le troiſiéme exemple.

De-là on doit inferer qu'il eſt difficile de déterminer avec préciſion, par les Yeux gelés, la veritable grandeur de la Chambre poſterieure, d'autant plus qu'il s'évapore, en gelant, une portion de l'humeur aqueuſe. Neanmoins pour peu qu'on ſoit attentif à ce qui ſe paſſe dans un grand nombre d'Yeux gelés à differents degrés de froid, on peut, en quelque maniére, la déterminer ſans beau-

coup s'éloigner de la précision. C'est sur ce fondement que je crois pouvoir assûrer que la Chambre posterieure, dans les Yeux de l'Homme & du Mouton, contient à peu-près le tiers de toute l'humeur aqueuse. Dans le Chien il y en a le quart; il s'en trouve autant dans le Bœuf, mais dans le Cheval il n'y en a environ que la cinquiéme partie. Je rapporte pourtant ceci sans répondre de la précision, & seulement afin qu'on puisse voir en quelque maniére à quoi l'on doit s'en tenir sur la grandeur respective de ces Chambres, qui peut varier comme toutes les autres parties du corps dans les animaux de même espece, & cela est d'autant plus probable, que j'ai trouvé dans les Yeux des Cornées plus convexes les unes que les autres, quoi que la corde de l'arc qu'elles forment fût de la même longueur. Je ferai voir dans un autre Memoire la grandeur des Chambres de l'humeur aqueuse sans le secours de la gelée, & je démontrerai que le Cryſtallin est rarement éloigné de l'Uvée plus d'un quart de ligne.

La derniére chose que nous avons à observer, est que les Cryſtallins n'ont point augmenté de volume, l'air ne leur a pourtant point manqué. La premiére pensée qui m'est venuë là-dessus, est que le Cryſtallin se trouve si fort comprimé entre l'humeur vitrée & l'humeur aqueuse, que l'air qu'il contient n'a pû se dilater avec facilité, d'autant plus qu'il est le dernier à ressentir la force de la gelée, & cette raison paroît suffire, & n'avoir pas besoin d'autre démonstration. J'ai pourtant voulu voir ce qui arrive aux Cry-

Cryſtallins gelés à part. J'ai trouvé qu'ils ont diminué de volume plutôt qu'augmenté, & l'on ne doit pas s'en étonner; car comme les liquides n'augmentent leur volume en gelant, qu'à proportion de la dilatation de l'air qu'ils contiennent, tant que les parties du liquide conſervent leur mouvement, les particules d'air ne ſe dilatent point par le froid, ce qui eſt prouvé par les liquides qui ne ſe gelent point. Quelque grand froid qu'il faſſe, on ne les voit point augmenter de volume, ils diminüent au contraire d'autant plus que la gelée eſt plus forte, mais lorſque les parties d'un liquide viennent à perdre leur mouvement, les particules d'air s'uniſſent les unes avec les autres, forment des molecules qui ſe dilatent d'autant plus à proportion de la quantité des particules d'air qui les compoſent, & augmentent par ce moyen le volume du liquide.

De ce que je viens de dire, il eſt facile de déduire la raiſon pourquoi nos Cryſtallins n'augmentent point de volume en gelant; la matiere dont ils ſont formés eſt trop viſqueuſe, elle empêche que ſes particules d'air ne puiſſent facilement ſe communiquer, & s'unir les unes avec les autres, ce qui eſt neceſſaire pour en augmenter le volume.

J'ai pourtant remarqué que lorſque les Cryſtallins ſe ſont dégelés, il s'eſt trouvé des bulles d'air très-petites ſous la membrane cryſtalline, & qu'il y en avoit encore de plus petites diſperſées dans la ſubſtance des Cryſtallins, mais il y a apparence que ces bulles ſe ſont formées, lorſque les Cryſtallins ſe ſont dégelés; effectivement ils étoient

d'une très grande molleſſe après être dégelés, ce qui marque un peu de deſunion dans les parties. C'eſt ce qui arrive pour l'ordinaire dans le dégel des corps mols, & dans ce dérangement il y a une petite quantité de particules d'air qui peuvent s'unir les unes avec les autres, & former des bulles, mais qui ne font pas aſſés de volume pour produire une augmentation ſenſible dans les Cryſtallins, car je n'en ai point trouvé qui ayent augmenté de volume en dégelant.

EXPLICATION DES FIGURES

qui repreſentent les Yeux gelés de differents animaux.

La premiére Figure repreſente un Oeil de Bœuf, vû par ſa partie anterieure.

AB, le petit diametre de l'Oeil.
CD, le grand diametre.
E, la Cornée.

La ſeconde Figure repreſente un Oeil de Bœuf vû de côté.

AB, l'axe de l'Oeil.
CD, le grand diametre.
E, la Cornée.

Toutes les autres Figures repreſentent des Yeux gelés, coupés par leur axe.

La troiſiéme Figure eſt l'Oeil d'un Homme.

La quatriéme eſt l'Oeil d'un Chien.

La cinquiéme eſt l'Oeil d'un Mouton.

La ſixiéme eſt l'Oeil d'un Bœuf.

La

La ſeptiéme eſt l'Oeil d'un Cheval.

Les Lettres de chacune de ces Figures repreſenteut les mêmes parties.

AB, le grand diametre de l'Oeil.

CD, ſon axe.

C, la Cornée.

EE, la glace de l'humeur aqueuſe dans la Chambre anterieure.

FF, l'Uvée qui fait une ſurface plane dans l'Oeil de l'Homme, & convexe dans les autres animaux.

G, le Cryſtallin.

HH, la glace de l'humeur aqueuſe dans la Chambre poſterieure.

I, *I*, l'extremité des Proceſſus ciliaires qui ont été détachés du Cryſtallin par la gelée.

L, *L*, la glace de l'humeur vitrée.

M, le Nerf optique repreſenté dans ſa ſituation naturelle dans tous les Yeux.

METHODE GENERALE

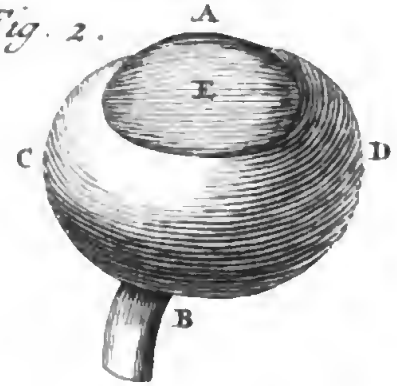
Pour transformer les Nombres irrationaux en ſeries de Fractions rationelles les plus ſimples & les plus approchantes qu'il ſoit poſſible.

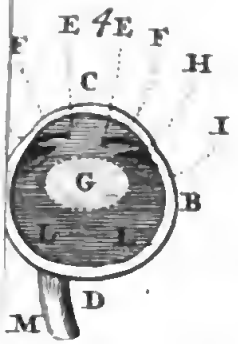
*L'on explique à cette occaſion un endroit important d'*Archimede, *qui paroît n'avoir pas été entendu par ſes Commentateurs.*

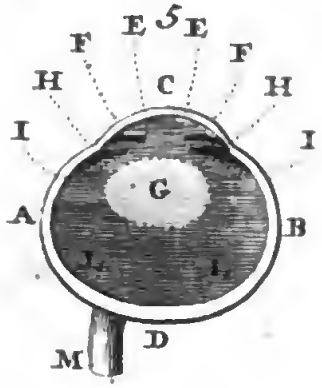
Par M. DE LAGNY.

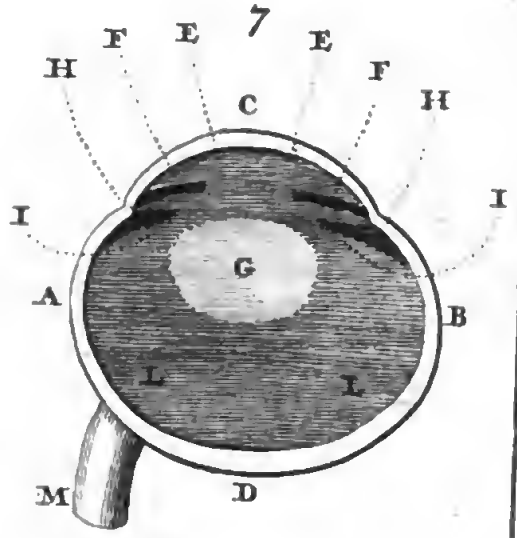
LORSQUE le rapport de deux grandeurs eſt exprimé ou en tout, ou ſeulement en partie par des nombres irrationaux, l'on ne doit regarder cette expreſſion que comme une eſpece de formule exemplaire, au moyen de laquelle on peut approcher indéfiniment du rapport cherché en nombres entiers; l'eſprit n'apperçoit clairement & ne connoît parfaitement en ce genre que cette derniére expreſſion. Auſſi l'exacte & peut-être trop ſcrupuleuſe Antiquité rejettoit entierement les nombres irrationaux, non ſeulement comme n'étant pas de veritables nombres, mais comme ne pouvant ſervir à former

Fig. 2.


A
E
C
D
B


4
E
E
F
F
H
C
I
G
B
L
L
D
M


5
F
E
E
F
H
H
C
I
I
G
A
B
L
L
M
D


7
H
F
E
E
F
H
C
I
I
G
A
B
L
L
M
D

mer aucune idée préciſe du rapport cherché, ni même dans une infinité de cas une idée tant ſoit peu approchante, comme il arrive dans les Polynomes irrationaux liés de pluſieurs ſignes radicaux qui s'affectent les uns les autres, & qui ſont mêlés de ſignes + & —. Tel eſt, par exemple, le rapport du côté du Pentagone au côté du Quindecagone, inſcrits dans le même cercle, car le diametre étant 4, le côté du Pentagone $= \sqrt{10-2\sqrt{5}}$, & le Quindecagone $= \sqrt{7-\sqrt{5}-\sqrt{30-6\sqrt{5}}}$, mais même dans les irrationaux les plus ſimples, comme $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, &c. il y a une obſcurité eſſentielle, ou, pour parler plus exactement, une inintelligibilité neceſſairement attachée à cette eſpece d'expreſſion.

Le Traité d'*Archimede* ſur la meſure du Cercle, le dixiéme Livre des Elemens d'*Euclide*, & preſque tout l'Ouvrage de *Diophante* fourniſſent des preuves évidentes de la maniére de penſer des Anciens ſur ce ſujet.

Le premier, au lieu d'operer ſur $\sqrt{3}$, s'eſt ſervi de deux valeurs approchées $\frac{265}{153}$ & $\frac{1351}{780}$, dont la premiére donne la valeur de $\sqrt{3}$ par défaut, & l'autre par excès, l'une & l'autre à très-peu-près, car le quarré de $\frac{265}{153}$ eſt $\frac{70.225}{23.409}$ $= 3 - \frac{2}{23409}$, & le quarré de $\frac{1351}{780} = \frac{1.825.201}{608.400}$ $= 3 + \frac{1}{608.400}$.

Quels détours n'a pas pris le ſecond dans ſon dixiéme Livre, pour exprimer les rap-

ports des grandeurs incommenſurables ? Il finit par celui du côté du quarré à ſa diagonale. Rapport fameux chés les Anciens, & cité comme tel par de grands Philoſophes.

Le troiſiéme donnant la regle pour reſoudre les Equations du ſecond degré, ajoûte comme condition neceſſaire & eſſentielle, ce qui exclud les irrationaux, & en effet tout le merite de la methode de *Diophante* conſiſte à éviter par certaines hypotheſes ingenieuſes les nombres irrationaux qui ſe preſentent les premiers, & pour ainſi dire d'eux-mêmes & naturellement dans les queſtions numeriques indéterminées.

Ce n'eſt que depuis environ deux ſiécles qu'on a inventé les expreſſions des nombres irrationaux, avec la methode d'operer qu'on a d'abord appellé l'*Algorithme*, & qu'on auroit dû appeller la *Logiſtique* de cette eſpece de nombres. Ces expreſſions & cette logiſtique ſont utiles & même neceſſaires pour abreger le calcul & les démonſtrations, mais, encore une fois, lorſqu'il s'agit d'exprimer les rapports de deux ou de pluſieurs grandeurs, il faut, ſi l'on veut ſe rendre intelligible, avoir recours aux nombres rationaux, & même aux nombres entiers. Par exemple, le rapport de l'aire du quarré, à l'aire du quarré de la Diagonale, eſt exactement exprimé par le rapport de 1 à 2, mais le rapport du côté de ce même quarré à ſa Diagonale eſt exprimé très-imparfaitement & inintelligiblement par le rapport de 1 à $\sqrt{2}$; & comme il eſt démontré qu'il eſt abſolument impoſſible de trouver deux nombres quarrés entiers & déterminés, tels que le plus grand

ſoit

ſoit préciſément double du plus petit, tout ce que peut faire de mieux une intelligence finie quelconque, c'eſt de trouver *régulièrement*, *indéfiniment*, & *ſans aucun tâtonnement* (remarquez ces trois conditions, & ſur-tout la derniére) c'eſt, dis-je, de trouver ainſi la ſerie de tous les nombres quarrés pris deux à deux, tels que la difference du plus grand au double du petit, ſoit par excès, ſoit par défaut, ſoit la plus petite qu'il ſoit poſſible, & il eſt évident que cette difference ne ſauroit être plus petite que l'unité. Telle eſt la ſerie ſuivant $\frac{1}{1}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{17}{12}$, $\frac{41}{29}$, &c. dont les quarrés des numerateurs comparés aux quarrés des dénominateurs, ſont

$$1 = 2\times \quad 1 - 1.$$
$$9 = 2\times \quad 4 + 1.$$
$$49 = 2\times \quad 25 - 1.$$
$$289 = 2\times \quad 144 + 1.$$
$$1681 = 2\times \quad 841 - 1.$$

Et ainſi de ſuite à l'infini, ſuivant la formule generale & exemplaire $\frac{a}{b}$ & $\frac{1a+2b}{1a+1b}$

Et il eſt évident que pour continuer cette ſerie à l'infini, & par conſequent pour approcher indéfiniment du rapport de $\sqrt{2}$ à 1, ou de la valeur de $\sqrt{2}$, il ne faut abſolument aucun tâtonnement, puiſque l'on n'employe jamais dans l'operation que l'addition & la duplication ſans aucune diviſion ni extraction des racines, qui ſont les deux ſeules operations où il entre en general eſſentiellement du tâtonnement, qui eſt ce qui fatigue & rebute le plus les calculateurs, comme étant une operation indigne des Sciences exactes.

On ajoûte ordinairement des tranches d'un certain nombre de zero pour continuer l'approximation par extraction de racines. Cette methode suppose en general une expression *purement arbitraire* des nombres, suivant une progression geometrique continuë quelconque. L'usage a introduit la progression *décuple*. Mais outre qu'il est évident qu'on devroit exclure des méthodes mathematiques tout ce qui est purement arbitraire, pour ne suivre que la méthode démonstrativement la plus simple & la plus naturelle, ou plûtôt la seule methode naturelle & raisonnable. Il y a deux défauts dans cette methode d'addition de zero. Le premier est le tâtonnement qui est inséparable en general de l'extraction des racines. Le second & le plus essentiel, c'est que l'on ne peut, en la suivant, trouver absolument rien de reglé dans la suite des chiffres du numerateur. Il est aisé de démontrer cette impossibilité qui empêche la serie d'être *réguliére*; car si la suite des numerateurs étoit réglée ou geometriquement ou arithmétiquement, ou d'une maniére mixte quelconque de progressions connuës, l'on pourroit integrer la serie en nombres rationaux, puisque la serie des dénominateurs est réglée en progression geometrique continuë de 10 à 1, & par consequent le nombre irrationel donné à transformer en serie ne seroit pas irrationel. Ce qui est absurde & contre l'hypothese. Reprenons pour exemple $\sqrt{2}$. Si l'on continuë l'extraction de la racine quarrée de 2, en ajoûtant à 2 tant de tranches qu'on voudra, par exemple huit tranches de deux zero.

zero chacune, l'on trouvera pour racine 1 $\frac{41.421.356 + \&c.}{100.000.000 + \&c.}$, c'eſt-à-dire $1 + \frac{4}{10} + \frac{1}{100} + \frac{4}{1000} + \frac{2}{10000} + \frac{1}{100.000} + \frac{3}{1.000.000} + \frac{5}{10.000.000} + \frac{6}{100.000.000}$, &c.

Et dans toute autre extraction de racine irrationelle d'une Equation quelconque, l'on trouvera pour racine $a + \frac{b}{10} + \frac{c}{100} + \frac{d}{1000} + \frac{e}{10.000}$, &c.

L'on épuiſeroit inutilement non ſeulement toutes les Lettres de nôtre alphabet, mais celles de cent alphabets de cent Langues toutes differentes, & tous les alphabets poſſibles, ſans pouvoir jamais trouver de ſuite réglée dans les numerateurs.

Si au contraire l'on ſubſtituë l'ordre ſimple & naturel à l'arrangement arbitraire, non ſeulement la ſerie ſera parfaitement réglée, ſuivant la nature de l'Equation qui a produit l'irrationel donné. Mais on la trouvera ſans aucun tâtonnement, & l'on abregera indéfiniment plus le calcul que par cette addition arbitraire & mecanique des tranches de zero, & c'eſt une maxime conſtante & generale en matiére de methodes arithmétiques & algebriques, *Que la methode fondée en raiſon démonſtrative & neceſſaire eſt en tout ſens & à tous égards indéfiniment preferable aux methodes fondées ſur l'arbitraire.*

Si l'on ſuit la methode ordinaire, l'on exprimera moins exactement par de plus grands

nombres un rapport qui peut s'exprimer plus exactement par de plus petits. Ce qui eſt abſurde & un vrai paralogiſme de calcul, & il eſt ſurprenant qu'on ne s'en ſoit point apperçû.

Les nombres d'approximation ainſi trouvés par addition de tranches de zero, & par la continuation de l'extraction des racines, ou même en general par toute autre methode de plus ou moins pratiquable, peuvent & doivent uniquement ſervir de materiaux pour trouver enfin la ſeule bonne & veritable ſerie, en y appliquant la methode du Triangle des rapports que je donnai à l'Academie le 2 Decembre 1705. L'exemple que je vais donner tombe de lui-même & directement dans ce cas ſimple du Triangle des rapports; mais c'eſt un cas particulier.

Archimede nous fournit le premier modelle de transformation d'un nombre irrationel $\sqrt{3}$ en fractions rationelles. Il s'agiſſoit d'exprimer en nombres les rapports du diametre du Cercle aux perimetres des Polygones inſcrits & circonſcrits de 3, de 6, de 12, de 24, de 48 & de 96 côtés, afin de déterminer aſſés exactement, pour la pratique, le rapport du diametre à la circonference.

On pourroit demander pourquoi *Archimede* a préferé pour le nombre des côtés des Polygones réguliers, cette progreſſion geometrique continuë, 3, 6, 12, 24, 48, 96, à celle-ci qui paroît bien plus ſimple 4, 8, 16, 32, 64, 128. Je réponds que le rapport parfait d'égalité entre le côté de l'hexagone inſcrit & le rayon eſt apparemment ce qui l'a dé-

déterminé au choix de la premiére progreſſion. Mais le côté du Triangle équilateral inſcrit au Cercle étant au rayon comme $\sqrt{3}$ à 1, *Archimede* ne pouvoit exprimer ce rapport qu'en ſubſtituant, comme il a fait, deux fractions rationelles qui exprimaſſent cette valeur $\sqrt{3}$ à très-peu près & en très-petits nombres, l'une par défaut, & l'autre par excès, afin d'avoir des limites ſuffiſantes. Il choiſit $\frac{265+}{153}$ & $\frac{1351-}{780}$. Ce choix eſt fait avec beaucoup d'art, & aucun des Commentateurs, que je ſache, ne s'eſt apperçû de la methode qui peut l'y avoir conduit.

Il eſt pourtant, ce me ſemble, plus important, plus utile & plus ſatisfaiſant pour le Lecteur, de trouver le chemin qu'ont ſuivi les grands Geometres pour parvenir à leurs nouvelles découvertes, que de ſe laiſſer ſimplement convaincre par la démonſtration. On devient en quelque maniére ſoi-même inventeur; l'on apprend du moins à le devenir.

Voici donc les differents pas qu'*Archimede* fit apparemment dans cette recherche.

1.° Il eſt évident que s'il étoit poſſible d'exprimer exactement la valeur de $\sqrt{3}$, ce ſeroit par une fraction dont la valeur ſeroit plus grande que 1, & plus petite que 2, & dont le quarré du numerateur contiendroit exactement trois fois le quarré du dénominateur, mais cela étant abſolument impoſſible, *Archimede* ne pouvoit rien faire de mieux que de trouver methodiquement & réguliérement *la ſuite de chaque deux nom-*

bres quarrés, tels que le quarré du plus grand ne surpassât ou ne fût surpassé par le triple du quarré du plus petit que le moins qu'il soit possible.

Lorsque cet excès & ce défaut ne sont chacun que d'une unité, il est évident que c'est la plus petite difference possible, & c'est ce qui arrive dans la transformation de $\sqrt{2}$. en la serie ci-dessus $\frac{1+}{1}, \frac{3-}{2}, \frac{7+}{5}, \frac{17-}{12}, \frac{41+}{29}$, &c.

La même chose arrive dans $\sqrt{5}$, qui se transforme dans la serie $\frac{2+}{1}, \frac{9+}{4}, \frac{38+}{17}, \frac{161-}{72}, \frac{682+}{305}$, &c. & dans $\sqrt{10}$, $\sqrt{17}$, &c. & en general dans $\sqrt{aa+1}$.

Le second cas est lorsque l'une des deux differences est seulement d'une unité dans le quarré multiple, & que l'autre difference est plus grande, comme il arrive dans $\sqrt{3}$, où l'excès dans le quarré triple n'est que d'une unité; mais le défaut est de 2.

Enfin le troisiéme cas est lorsque ces differences sont en general toutes deux plus grandes que l'unité, mais pourtant les plus petites qu'il soit possible.

La derniere perfection de la methode dans la resolution des Equations qui ont des racines irrationelles, est de trouver ces racines si approchées, que la difference de l'homogene de comparaison qui en resulte soit toûjours moindre que l'unité & par excès & par défaut. Il n'y a point d'autre limitation qui ne soit arbitraire. Celle-ci est fon-

fondée ſur la nature même des nombres.

Il y a apparence qu'*Archimede* reconnut d'abord ſimplement par induction & en tâtonnant, que la premiére eſpece de fraction qui ſe preſente pour $\sqrt{3}$, c'eſt $\frac{2}{1}$, car le quarré 4 du numerateur 2 excede d'une unité le triple du quarré 1 du dénominateur 1 : en effet $4 = 3 \times 1 + 1$.

La ſeconde fraction qui ſe preſente enſuite eſt $\frac{5}{3}$, car le quarré 25 du numerateur 5 eſt ſurpaſſé de 2 par le triple du quarré 9 du dénominateur 3; en effet $25 = 3 \times 9 - 2 = 27 - 2$.

La troiſiéme fraction eſt $\frac{7}{4}$, qui donne $\frac{49}{16}$ & $49 = 3 \times 16 + 1$.

On trouvera de même la quatriéme fraction $\frac{19}{11}$ qui donne $\frac{361}{121}$ & $361 = 3 \times 121 - 2$.

Et la cinquiéme $\frac{26}{15}$, qui donne $\frac{676}{225}$ & $676 = 3 \times 225 + 1$.

Et la ſixiéme $\frac{71}{41}$, qui donne $\frac{5041}{1681}$ & $5041 = 3 \times 1681 - 2$.

Voilà donc déja un commencement de ſerie alternative par excès & par défaut, trouvé ſimplement par induction.

$$\frac{2}{1} -, \frac{5}{3} +, \frac{7}{4} -, \frac{19}{11} +, \frac{26}{15} -, \frac{71}{41} +;$$

Or ſuivant l'excellente remarque de M. *Deſcartes* dans ſa Geometrie : *Dès qu'en matiere de ſeries ou progreſſions l'on a un certain nombre de termes connus, l'on a bien-tôt toute la ſuite, c'eſt-à-dire la methode de continuer*

tinuer la ſerie à l'infini; il ne s'agit plus que d'un peu de ſagacité pour découvrir l'ordre, la liaiſon. l'analogie dans ces premiers termes de la ſerie.

On voit ici une ſerie de ſix termes alternativement excedants & défaillants. J'en forme deux ſeries de trois termes chacune, l'une toute d'excedants, & l'autre toute de défaillants.

Excedants $\frac{2-}{1}, \frac{7-}{4}, \frac{26-}{15}$, &c.

Défaillants $\frac{5+}{3}, \frac{15+}{11}, \frac{71+}{41}$, &c.

Et c'eſt le ſecond pas qu'il falloit faire.

Le troiſiéme eſt donc d'examiner l'ordre, la liaiſon, l'analogie qui regnent dans chacune de ces deux ſeries C'eſt en general ce qu'il y a de plus difficile; mais il eſt aiſé ici de s'appercevoir que chaque numerateur ſuivant eſt égal au double du numerateur précedent plus le triple du dénominateur auſſi précedent, & que chaque dénominateur ſuivant eſt égal au double du dénominateur précedent plus le numerateur auſſi précedent.

Ainſi dans la premiére ſerie, en conſiderant les numerateurs de la ſerie $\frac{2}{1}, \frac{7}{4}, \frac{26}{15}$,

Je vois que $7 = 2\times 2 + 3\times 1 = 4 + 3 = 7$.

& $26 = 2\times 7 + 3\times 4 = 14 + 12 = 26$.

Et en conſiderant les dénominateurs de la même ſerie,

Je vois que $4 = 2\times 1 + 2 = 2 + 2 = 4$.

que $15 = 2\times 4 + 7 = 8 + 7 = 15$.

Dans

Dans la seconde serie $\frac{5}{3}, \frac{19}{11}, \frac{71}{41}$, &c. c'est précisément la même analogie; car en considerant les numerateurs,

Je vois que $19 = 2 \times 5 + 3 \times 3 = 10 + 9 = 19$.
que $71 = 2 \times 19 + 3 \times 11 = 38 + 33 = 71$.

Et en considerant les dénominateurs,

Je vois que $11 = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$.
que $41 = 2 \times 11 + 19 = 22 + 19 = 41$.

Ce n'est jusqu'ici qu'une induction ;& pour avoir une entiere & parfaite certitude, il y a un quatriéme pas à faire, c'est de supposer en general la fraction generatrice $\frac{a}{b}$, telle que dans la premiére serie l'on ait $aa = 3bb + 1$, & que dans la seconde serie l'on ait la fraction generatrice $\frac{A}{B}$, telle que $AA = 3BB - 2$, afin d'examiner ensuite si les deux fractions resultantes en general $\frac{2a+3b}{1a+2b}$ & $\frac{2A+3B}{1A+2B}$ conservent *indéfiniment* la même proprieté, ensorte que la fraction $\frac{a}{b}$ representant un terme quelconque de la premiére serie, on soit assuré que la fraction $\frac{2a+3b}{1a+2b}$ doive infailliblement representer le terme immediatement suivant de la même serie, & de même pour $\frac{A}{B}$ & $\frac{2A+3B}{1A+2B}$ dans la seconde serie. Or ce qui se démontre aisément, car le quarré du numerateur $2a + 3b$ est $4aa + 12$

$+12ab+9bb$. Le quarré du dénominateur $1a+2b$ est $1aa+4ab+4bb$, dont le triple est $3aa+12ab+12bb$.

La difference du quarré du numerateur au quarré du dénominateur est $1aa-3bb$.

Or par l'hypotheſe $1aa=3bb+1$. Donc cette difference $1aa-3bb=1$. Ce qu'il falloit démontrer pour la premiére ſerie.

On démontrera de même dans la ſeconde ſerie que la difference ſera $3BB-1AA$, & comme par l'hypotheſe $1AA=3BB-2$, cette difference ſera $=2$. Ce qu'il falloit démontrer pour la ſeconde ſerie.

Je puis donc continuer *indéfiniment* ces deux ſeries, en me ſervant de la formule exemplaire $\frac{a}{b}$ & $\frac{2a+3b}{1a+2b}$, ou $\frac{A}{B}$ & $\frac{2A+3B}{1A+2B}$, & je trouverai les deux ſeries ſuivantes.

Premiére Serie.	$\frac{2-}{1}$,	$\frac{7-}{4}$,	$\frac{26-}{15}$,	$\frac{97-}{56}$,	$\frac{362-}{209}$,	$\frac{1351-}{780}$,	&c.
Seconde Serie.	$\frac{5+}{3}$,	$\frac{19+}{11}$,	$\frac{71+}{41}$,	$\frac{265+}{153}$,	$\frac{989}{571}$,	$\frac{3691}{2131}$,	&c.
Ordre des termes.	1,	2,	3,	4,	5,	6,	&c.

Et voilà les deux fractions d'*Archimede* trouvées $\frac{1351-}{780}$ qui eſt le ſixiéme terme dans la premiére ſerie, & $\frac{265+}{153}$ qui eſt le quatriéme terme dans la ſeconde ſerie. La queſtion me paroît pleinement approfondie par rapport à *Archimede*. Il eſt aiſé de trouver enſuite la methode generale pour tous les nombres quarrés irrationaux.

Le

Le premier est $\sqrt{2}$, qui exprime le rapport de la diagonale du quarré à son côté $=1$.

Le second est $\sqrt{3}$, qui exprime le rapport du côté du Triangle équilateral inscrit dans le Cercle au rayon du même Cercle $=1$, & c'est de ce rapport de $\sqrt{3}$ à 1 transformé en serie de fractions rationelles que dépend immediatement la détermination très prompte & très-simple du rapport du diametre à la circonference, tel que je l'ai donné dans les Memoires de l'Academie en 1719, page 176 & suivantes par la Tangente de 30 degrés, & qu'on pourroit encore abreger & perfectionner par la Tangente de 15 degrés, qui se réduit à trouver la serie de $2-\sqrt{3}$ aussi aisée & plus prompte que celle de $\sqrt{3}$.

Le troisiéme est $\sqrt{5}$, qui entre necessairement dans l'expression du rapport du côté du pentagone au rayon du cercle, & de même pour les polygones de 10, de 20, de 40, de 80, &c. côtés.

Le quatriéme est $\sqrt{6}$, qu'on peut transformer ou *mediatement* par $\sqrt{2}$ & $\sqrt{3}$, ou *immediatement* par la formule exemplaire qui lui est propre.

Le cinquiéme est $\sqrt{7}$, qui entre necessairement dans l'expression du rapport du côté de l'heptagone au rayon, & des polygones de 14, 28, 56, 112, &c. côtés, comme je pourrai le démontrer dans un Memoire particulier sur l'Heptagone; & ainsi des autres irrationaux du second degré, où l'on peut remarquer l'analogie du nombre des côtés du Polygone régulier dans l'expression de son rapport au rayon avec le nombre quarré irrationel correspondant, &c.

Voici

Voici ces formules exemplaires dans une parfaite analogie.

Pour $\sqrt{1}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{1a+1b}{1a+1b}$ rationel.

Pour $\sqrt{2}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{1a+2b}{1a+1b}$

Pour $\sqrt{3}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{2a+3b}{1a+2b}$

Pour $\sqrt{4}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{2a+4b}{1a+2b}$ rationel.

Pour $\sqrt{5}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{2a+5b}{1a+2b}$

Pour $\sqrt{6}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{2a+6b}{1a+2b}$

Pour $\sqrt{7}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{2a+7b}{1a+2b}$, ou $\frac{3a+7b}{1a+3b}$

Pour $\sqrt{8}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{2a+8b}{1a+2b}$, ou $\frac{3a+8b}{1a+3b}$

Pour $\sqrt{9}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{3a+9b}{1a+3b}$ rationel.

&c. &c. &c.

Pour $\sqrt{13}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{3a+13b}{1a+3b}$, ou $\frac{4a+13b}{1a+4b}$

&c. &c. &c.

Pour $\sqrt{41}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{6a+41b}{1a+6b}$, ou $\frac{7a+41b}{1a+7b}$

&c. &c. &c.

Pour $\sqrt{46}$ ..... $\frac{1a}{1b}$ & $\frac{6a+46b}{1a+6b}$, ou $\frac{7a+46b}{1a+7b}$

En general tout irrationel du second degré peut s'exprimer par $\sqrt{aa+b}$, & par $\sqrt{AA-B}$.

$\sqrt{AA-B}$. Dans le premier cas soit $aa+b=c$ & $a=d$, la formule sera $\frac{a}{b}$ & $\frac{ad+cb}{1a+ab}$; puis supposant $ad+cb=e$ & $1a+ab=f$, on aura $\frac{ae+cf}{1e+af}$ pour second terme; puis supposant $ae+ef=g$ & $1e+af=b$, on aura pour troisiéme terme $\frac{ag+ch}{1g+ah}$, & ainsi de suite à l'infini.

Dans le second cas pour $\sqrt{AA-B}$, on supposera de même $AA-B=C$ & $A=D$, & l'on aura $\frac{A}{B}$ & $\frac{AD+CB}{1A+AB}$, &c. universellement pour $\sqrt{aa\pm b}=\frac{1x}{1y}$ en supposant $aa\pm b=c$, l'on aura $\frac{ax+cy}{1x+ay}$.

Il est aisé d'observer l'analogie dans la serie des formules ci-dessus: elle comprend également les nombres irrationaux du second degré, & les nombres rationaux. Ce qui est une proprieté assés singuliére, & en même temps une preuve de la bonté de la methode.

REMARQUE I.

On peut d'abord former quatre series d'approximation dans chaque cas particulier d'irrationel du second degré, deux series sur chacune des deux formules exemplaires, dont l'une est la formule par excès, & l'autre

tre la formule par défaut. Par exemple dans $\sqrt{41}$, l'on peut former les quatre ſeries ſuivantes; car ſuppoſant $a=6$ & $b=1$, & ſe ſervant de la formule exemplaire $\frac{a}{b}$ & $\frac{6a+41b}{1a+6b}$, on formera la prémiere ſerie

$\frac{6}{1}, \frac{77}{12}, \frac{954}{49}, \frac{11833}{1848}, \frac{146766}{22921}$, &c.

La même premiére formule $\frac{6a+41b}{1a+6b}$ & $\frac{1a}{1b}$, ſuppoſant $a=7$, donne la ſeconde ſerie & $b=1$

$\frac{7}{1}, \frac{83}{13}, \frac{1031}{161}, \frac{12787}{1997}, \frac{158599}{24769}$, &c.

La ſeconde formule $\frac{7a+41b}{1a+7b}$ & $\frac{1a}{1b}$, en ſuppoſant $a=7$ donne la troiſiéme ſerie & $b=1$

$\frac{7}{1} \left| \frac{90}{14} \text{ ou } \frac{45}{7} \right| \frac{1204}{188} \text{ ou } \frac{301}{47} \left| \frac{16136}{2520} \text{ ou } \frac{2017}{315} \right| \frac{216272}{33776}$ ou $\frac{13517}{2111}$ | &c.

Enfin la même ſeconde formule $\frac{7a+41b}{1a+7b}$, en ſuppoſant $a=6$, donne la quatriéme ſerie & $b=1$

$\frac{6}{1} \left| \frac{83}{13} \right| \frac{1114}{174}$ ou $\frac{557}{87} \left| \frac{14932}{2332} \text{ ou } \frac{1849}{289} \right| \frac{200136}{31256}$ ou $\frac{25017}{3907}$ | &c.

RE-

REMARQUE II.

Mais ce qui doit paroître surprenant, & qui est un vrai paradoxe, c'est que chacune de ces deux formules $\frac{6a+41b}{1a+6b}$ & $\frac{7a+41b}{1a+7b}$ fournira une infinité d'autres series qui approcheront toutes & chacune indéfiniment de la valeur cherchée $\sqrt{41}$, en supposant a égal à un nombre quelconque, & b égal aussi à un autre nombre quelconque, avec cette seule condition ou restriction que a soit plus grand que b; par exemple, on peut supposer $a=100$, & $b=7=13=91$, &c. $=99$, & la force, ou, pour ainsi dire, la vertu de la formule est telle qu'on approchera toûjours indéfiniment, quelque extravagante que paroisse d'abord la supposition, soit par excès, comme de $\frac{100}{7}=\sqrt{41}$, ou par défaut, comme de $\frac{100}{97}=\sqrt{41}$.

REMARQUE III.

Il y a évidemment un choix à faire de la meilleure, non seulement des quatre series primitives, mais de l'infinité des autres series possibles. Tout se réduit enfin à la serie formée par le Triangle des rapports, qui est la plus simple & la meilleure de toutes.

$$\frac{6}{1}\left|\frac{13}{2},\frac{32}{5},\frac{397}{62},\right|\frac{826}{129},\frac{2049}{320},\frac{25414}{3969}\left|\ \&c.\right.$$

Et

Et qui se forme ainsi par la suite des quotients generateurs 6|2, 2, 12|2, 2, 12| à l'infini, en continuant par 2, 2, 12.

La serie des numerateurs, 6|13, 32, 397|826, 2049, 25414| se forme ainsi :

A.	*B.*	*C.*	*D.*	
6.	13.	32.	397.	
	$2A+1$.	$2B+1A$.	$12C+1B$.	

E.	*F.*	*G.*	&c.
826.	2049.	25414.	
$2D+1C$.	$2E+1D$.	$12F+1E$.	

La serie des dénominateurs 1, 2, 5, 67, 129, 320, 3969, &c. se forme ainsi & de même que celle des numerateurs.

a.	*b.*	*c.*	*d.*	
1.	2.	5.	67.	
	$2a+0$.	$2b+1a$.	$12c+1b$.	

e.	*f.*	*g.*	&c.
129.	320.	3969.	
$2d+1c$.	$2e+1d$.	$12f+1e$.	

REMARQUE IV.

La methode d'*approximation* ne doit être employée que dans le cas où la methode d'*exactitude* est impossible. Il est vrai d'un côté que celle-ci est infiniment plus parfaite que

que l'autre, quoi-que la difference ou l'erreur puiſſe devenir indéfiniment petite; mais c'eſt par rapport au temps qu'il faudroit employer dans l'approximation pour atteindre à l'exactitude. Ce temps eſt infini. Il faudroit l'éternité toute entiére. En ce ſens la methode d'*exactitude* eſt infiniment plus parfaite que celle d'approximation, mais d'un autre côté celle-ci eſt d'un uſage indéfiniment plus frequent & plus étendu que l'autre, parce que dans tout genre & toute eſpece de problemes ou d'Equations au deſſus du premier degré, il y a une infinité plus de cas où les racines cherchées ſont irrationelles, qu'il n'y en a où elles ſont rationelles. Ainſi il y a une eſpece de compenſation pour le prix de ces deux genres de methodes par rapport au calcul.

REMARQUE V.

1.° On étendra dans d'autres Memoires cette methode d'approximation à tous les nombres irrationaux ſimples & compoſés de tous les degrés à l'infini.

2.° On fixera dans chaque cas les limites d'approximation.

3.° On abregera indéfiniment l'operation & le calcul par de nouvelles ſeries dérivées de la ſerie fondamentale qui donne tous les termes de ſuite, en trouvant les termes, ſuivant un nouvel ordre d'expoſans en progreſſion arithmétique ou geometrique quelconque ou compoſé de ces deux progreſſions. C'eſt préciſément comme on abrege l'addition des ſimples unités une à une par l'addi-

tion ordinaire, & comme on abrege l'addition par la multiplication & la formation des puiſſances.

4.° Après avoir trouvé en nombres entiers les racines approchées de toutes les Equations par ma methode des progreſſions arithmetiques de tous les degrés à l'infini, on appliquera la methode d'approximation à toutes ces mêmes Equations, enſorte que *ſans aucun tâtonnement* on réduira à moins d'une unité la difference de l'homogene de comparaiſon reſultant de la racine approchée trouvée à l'homogene donné, quelque immenſe que pût être d'abord cette difference, & c'eſt, ce me ſemble, à quoi ſe réduit tout ce qu'on peut ſouhaiter dans la Science du Calcul.

OBSERVATIONS ANATOMIQUES

Sur quelques mouvemens extraordinaires des Omoplates & des Bras.

Et ſur une nouvelle eſpece de Muſcles.

Par M. WINSLOW.

*. LA Myologie des extremités du Corps humain eſt la partie de l'Anatomie que l'on croit la plus facile & la plus connuë.

* 7 Avril 1723.

nuë. La diſſection de ces Muſcles n'embaraſſe pas même les Commençants. Leur démonſtration ſe fait communément d'une maniére à faire croire qu'un coup d'œil ſuffira pour en comprendre la méchanique & l'uſage. Et comme pluſieurs grands Maîtres avoient travaillé là-deſſus, je croyois auſſi cette matiére preſque épuiſée, & par conſequent aſſés ſterile pour un Academicien, juſqu'à ce que *M. l'Abbé Bignon* me fit l'honneur de m'engager à un nouvel examen des articulations, comme il paroît par les Memoires de l'Academie de l'année 1719.

Je commençai d'abord par quelques-uns des Muſcles de l'Omoplate. Enſuite je découvris dans pluſieurs autres des uſages dont perſonne n'avoit parlé, comme on peut voir dans les Memoires imprimés depuis. Je ne peux m'empêcher à cette occaſion de marquer ma douleur au ſujet de la perte que j'ai faite, auſſi-bien que toute l'Academie, par la mort de feu *M. Varignon*, qui m'avoit fort encouragé par le contentement qu'il me témoignoit de mon entrepriſe, & encore plus par une eſpece de convention de travailler avec moi ſur cette matiére, qu'il aimoit & qu'il avoit autrefois étudiée avec beaucoup de plaiſir.

Il ſe preſente aujourd'hui une occaſion très-particuliére d'admirer l'artifice de quelques mouvemens extraordinaires des omoplates & des bras, qu'il n'eſt pas ſi aiſé de comprendre que l'on pourroit s'imaginer. En voici l'hiſtoire.

Un *Venitien* nommé *Dominique Create*, âgé de 64 ans, un peu maigre & d'une taille

mediocre, fait les tours suivans avec ses omoplates & ses bras.

1.° Il fait saillir très-considerablement les bouts ou les angles inferieurs de ses omoplates, & les éloigne du dos, ensorte que les omoplates soulevent la peau, forment un creux considerable entre elles, & paroissent comme des aîlerons ou des moignons d'aîle pointuës. *Voyez la premiére Figure.*

Il remuë les omoplates dans cette attitude avec une grande viteſſe en haut, enbas, de côté & d'autre, & de plusieurs autres mouvemens combinés de ceux-ci.

2.° Il approche les omoplates l'une de l'autre, de maniére que leurs baſes ſe touchent tout-à-fait & couvrent l'épine du dos. Il les approche avec tant de force, qu'en mettant une canne ou un bâton le long de l'épine du dos, il l'embraſſe entierement avec les omoplates, & les tient ſi fermement, qu'une autre perſonne ayant empoigné le bâton ou la canne ainſi embraſſés, ſoulève par-là tout le corps du *Venitien* de terre. *Voyez la ſeconde Figure.*

Par le même mouvement d'omoplates il embraſſe le bout d'une groſſe corde attachée au plancher, & en retirant ſes jambes, il demeure ſuſpendu en l'air, & ſe laiſſe balancer, ou pour ainſi dire voltiger ſans quitter la corde. Par ce moyen il manie encore fort adroitement un fleuret au deſſus de ſa tête, en courbant le corps en devant. Il jouë auſſi très-aiſément du drapeau avec ſes omoplates. Tout ceci, comme encore de caſſer une noix avec les épaules, n'eſt que la ſuite d'un même mouvement.

3.° Il

3.° Il ſe donne une eſpece d'eſtrapade, & cela d'une maniére aſſés ſurprenante. Voici comme il s'y prend. Il ſe tient debout, & après s'être lié les mains par un mouchoir aſſés près l'une de l'autre, deſorte qu'elles ne puiſſent pas ſe quitter, il leve un pied après l'autre pour paſſer ſes mains par deſſous, & les porter derriere le dos il fait enſuite pluſieurs mouvemens & efforts pour les jetter plus en arriere & en haut; ce qu'ayant réïteré pluſieurs fois, il les paſſe de derriére en haut par deſſus la tête, & les fait revenir ſur le devant où elles étoient quand il commençoit, & cela ſans qu'elles ſe ſoient quittées. Ayant fait ces tours de bras pluſieurs fois de ſuite, il les fait autant de fois à contre-ſens, c'eſt-à-dire, il jette les bras de devant en haut par deſſus la tête, & de-là en arriere, d'où il les fait revenir par deſſous les pieds & en devant où il finit. *Voyez la troiſiéme & la quatriéme Figure.*

4.° Il tourne le bras droit en maniére de moulinet ſur l'articulation de l'épaule, comme s'il étoit tout-à-fait diſloqué, de maniére que le bras, qui eſt toûjours étendu, paſſe directement en arriere, & de-là en haut, de même qu'en devant & en bas. Il fait ces tours avec une grande viteſſe, & les ayant faits pluſieurs fois dans un ſens, il les repaſſe autant de fois à contre-ſens.

M. de Reaumur, qui s'eſt toûjours ſignalé dans la Compagnie par ſes recherches infatigables & ſes excellentes découvertes, mais ſur-tout par ſa maniere de travailler en vrai Phyſicien, & conformément à l'intention de nôtre auguſte Fondateur, de glorieuſe me-

moire, m'exhorta de donner une explication anatomique de ces tours, & me temoigna enſuite que *M. l'Abbé Bignon* ſeroit bien-aiſe que j'en fiſſe un Memoire pour l'Aſſemblée publique.

Sur cela je vis nôtre *Venitien* en particulier chés *M. Sauré*, très-habile Chirurgien-Juré à *Paris*, que j'avois prié de le faire venir chés lui, comme c'étoit lui qui me l'avoit indiqué par rapport à mon travail ſur les Muſcles. J'examinai là à mon aiſe & de près par la vûë & par le maniement toutes les differences de mouvemens & d'attitudes qui ſe preſentoient avant, pendant & après chaque tour qu'il faiſoit. Je fis principalement les obſervations ſuivantes.

1.° La conformation des omoplates, des clavicules, des bras, du dos & de la poitrine paroît aſſés naturelle.

Je fais exprès cette remarque pour diſtinguer les tours de nôtre *Venitien* comme naturels, d'avec ceux qui ſe font par des os dérangés des cartilages écornés & des ligamens forcés dès la jeuneſſe.

2.° Pour éloigner ſes omoplates du dos en maniére d'aîlerons, il tournoit les bras en arriere, & joignoit derriere le dos ſes deux mains par un certain entrelacement de ſes doigts. Il avoit en même temps le dos voûté & la tête baiſſée. Dans cette attitude la partie ſuperieure du Muſcle Trapeze paroiſſoit très-legerement bandée & le Biceps gonflé.

3.° Pour joindre les omoplates & pour leur faire embraſſer ou tenir un bâton, une épée, une corde, &c. il tournoit auſſi les bras en arriere,

arriere, & joignoit les mains, mais avec cette difference, qu'il tenoit toûjours les bras exactement étendus & très-roides, soit qu'il fût debout pour embrasser la corde ou le bâton, soit qu'il se baissât pour prendre & manier l'épée & le drapeau. Dans cette attitude des bras, le Biceps de chacun étoit extremement gonflé, bandé & dur, & le moignon de chaque épaule étoit baissé.

4.° A l'égard du mouvement d'estrapade, il se faisoit si vîte, que l'on ne pouvoit pas bien fixer la vûë pour suivre distinctement les differentes attitudes qui se succedoient, & il étoit comme impossible à nôtre *Venitien* de tenir pendant tant soit peu de temps les bras en place ou en repos dans quelques uns des espaces qu'ils parcouroient entre leur attitude presque horisontale derriere le dos & leur attitude perpendiculaire sur la tête.

5.° Le mouvement de moulinet étoit encore plus prompt, & ne permettoit aucune inspection assés distincte pour faire des observations sur les attitudes successives des bras ainsi mus. Tout ce que je pûs remarquer ici, est qu'il disoit avoir besoin de faire encore ce tour à contre-sens pour raccommoder son bras; & il le fit outre cela ensuite tirer & secoüer par une autre personne pour la même raison. Il observoit à peu près la même chose après le mouvement d'estrapade. Il étoit plus long à se mettre en train pour ces deux sortes de mouvemens quand il avoit froid que quand il avoit chaud.

Après l'exposé historique des principaux tours du Venitien, & l'examen que j'en ai fait, il faut voir comment on les peut expliquer

pliquer par l'Anatomie, & quelle utilité on peut tirer de cette curioſité.

A l'égard de la ſaillie extraordinaire des omoplates en maniére d'aîlerons, on pourroit avec quelque raiſon croire qu'il n'y a que le plan ſuperieur du Muſcle Trapeze qui puiſſe produire cet effet, en agiſſant ſur l'omoplate comme ſur un levier de la troiſiéme eſpece. Dans ce cas le point d'appui ſeroit à la partie ſuperieure de l'omoplate, qui ſeroit fixée à cet endroit en partie par le bras arrêté en arriere, & en partie par la portion ſuperieure du Muſcle Grand-dentelé. Le plan ſuperieur du Trapeze ſeroit la puiſſance qui, en tirant l'acromion en haut, ſouleveroit en même temps comme une eſpece de poids ou de reſiſtance l'angle inferieur de l'omoplate avec la peau. C'étoit ainſi que je croyois d'abord avoir trouvé l'explication de ce phénomene vû de loin: mais en l'examinant de près, je me ſentis bien puni, pour avoir voulu aller à trop grand pas contre mon ordinaire; car je trouvai très peu de reſiſtance dans le Muſcle Trapeze, & je vis avec étonnement une grande contraction dans le Muſcle Biceps, dont on borne communément l'uſage à la flexion de l'avant-bras. Cependant je fûs très-ravi de trouver encore un nouvel emploi de ce muſcle, outre ceux que j'avois déja découverts & publiés dans les Memoires de l'Academie de 1720.

Ce nouveau phenomene du Muſcle Biceps me parût d'abord fort extraordinaire, mais après avoir bien confronté ſa ſituation naturelle avec l'attitude que le Venitien donne à ſes bras dans cette occaſion, je crois l'avoir com-

compris de la maniére ſuivante. Quand on tient les mains jointes derriére le dos, ayant les coudes fléchis, il faut neceſſairement que la partie anterieure de l'os du bras ſoit tournée vers les côtes, & les autres parties à proportion, comme il paroît aſſés évidemment par la ſituation forcée du coude & du pli de chaque bras dans cette attitude. On ſçait que le Muſcle Biceps eſt attaché par ſon extremité inferieure à l'avant-bras, & par deux extremités ſuperieures à l'omoplate, ſavoir au deſſus de ſa cavité glenoïde & à la pointe de ſon avance nommée *coracoide*; on ſait auſſi que le corps de ce muſcle eſt placé le long de la partie preſque anterieure de l'os du bras. Ainſi dans l'attitude preſente, l'os du bras étant contourné de la maniére que je viens de dire, ce muſcle eſt auſſi tourné vers les côtes, & paroît même en arriere, comme on voit par la premiére Figure. Il s'enſuit delà qu'étant contracté ou raccourci dans cette ſituation, & ſon extremité inferieure étant fixée par l'avant-bras qui eſt arrêté derriere le dos, il doit mouvoir l'omoplate ſur la tête de l'os du bras en maniére de levier de la premiére eſpece, c'eſt-à-dire, appliquer ſa partie ſuperieure aux côtes, & par le même mouvement en écarter ſa partie inferieure. Pour rendre cet écartement plus ſenſible, il faut pouſſer les mains fortement contre le dos. En obſervant cette derniére circonſtance, que j'expliquerai dans la ſuite, il eſt facile à chacun, principalement à ceux qui ſont maigres, de faire le même tour, mais non pas dans le même degré que le *Venitien*.

Le ſecond tour de cet homme ou ſon adreſſe d'approcher ſes omoplates, & de tenir fortement entre elles differentes choſes, me parût d'abord plus difficile à comprendre que le premier. On dit communément que les omoplates ſont tirées vers l'épine du dos par les muſcles nommés *Rhomboïdes*, & par une portion du Trapeze: mais il eſt aſſés évident qu'ils ne peuvent pas ſe raccourcir juſqu'à joindre tout-à-fait les omoplates, & que s'ils le pouvoient, ils empêcheroient les omoplates d'embraſſer. Avant l'examen particulier de ce tour, je croyois en avoir trouvé tout l'artifice dans les ſeuls muſcles appellés *grands Dorſaux*, & je penſois que les bras étant tirés en arriére par la portion ſuperieure de ces muſcles, pourroient pouſſer les omoplates vers l'épine du dos. Mais en regardant de près, je fus auſſi ſurpris que dans l'examen du premier tour, de n'y ſentir preſque aucun effort, & de voir encore le Muſcle Biceps employé & être extraordinairement gonflé. Je compris bien-tôt par-là que la méchanique de ce ſecond tour étoit preſque la même que celle du premier, & que le Muſcle Biceps étoit encore ici le principal acteur ou moteur, mais par une direction differente. Car l'os du bras étoit ici tourné de maniére que le Biceps étoit ſitué dans un ſens preſque oppoſé à celui qu'il avoit dans le premier tour; les coudes étoient preſque tournés l'un vers l'autre; les bras étoient très-étendus & les mains jointes. Dans cette attitude les deux Biceps ſe mettant en contraction, & étant fixés par leurs extremités inferieures, meuvent encore les omoplates ſur leur

leur articulation en maniére de levier de la premiére eſpece, mais autrement que dans le premier tour, car ils tirent l'apophyſe coracoïde & la partie ſuperieure du col de chaque omoplate directement en dehors, & par-là pouſſent leurs baſes vers l'épine du dos, & les approchent. Pour ſerrer fortement les omoplates ainſi jointes, il faut que les bras ſoient fermement étendus, les mains jointes & les coudes en même temps contournés vers l'épine du dos avec effort, comme je l'expliquerai plus en détail dans la ſuite de ce Memoire. Le Muſcle Coraco-Brachial y contribuë auſſi.

Le mouvement d'eſtrapade n'eſt pas ſi difficile à expliquer qu'il eſt à imiter. Le plus rude & le ſeul extraordinaire de ce tour eſt de lever les bras derriére le dos, & de les hauſſer tout de ſuite pour les faire paſſer au deſſus de la tête ſans dégager les mains liées. Tout le reſte eſt très-ordinaire, & on comprend facilement que pour paſſer les mains liées par deſſous les pieds, il ne faut que pouvoir bien plier une jambe, & ſe tenir en même temps ferme ſur l'autre. En faiſant cette eſpece d'eſtrapade à contre-ſens, la grande difficulté ſe rencontre au même point, ſavoir quand il faut renverſer les bras de devant en arriére par deſſus la tête, les mains liées enſemble. Ainſi de tout le cercle que les bras décrivent par ce mouvement, c'eſt environ le tiers qui renferme toute la difficulté, & qui eſt compris en arriére entre le dos & la tête.

Avant que d'expliquer ce mouvement, il faut faire ſouvenir que l'articulation de l'os

du bras avec l'omoplate eſt ſpheroïde & ſemblable à ce que les faiſeurs d'inſtrumens de mathematique appellent *genou*; que la ête hemiſpherique de l'os du bras eſt poſée obliquement, & qu'elle eſt tournée un peu de dedans en arriére, & non pas directement vers les côtes, comme les figures ordinaires du ſquelette le repreſentent. Elle eſt ainſi tournée pour répondre à la cavité articulaire de l'omoplate qui eſt ſituée à proportion. Il faut encore avant que d'expliquer ce tour, faire diſparoître une difficulté très-chimerique, qui neanmoins eſt ici la plus ébloüiſſante, & cache, pour ainſi dire, celle qui merite plus d'attention. Car en regardant ce tour, on eſt d'abord porté à croire que le mouvement des bras autour du centre de leur articulation avec les omoplates n'eſt que ſimple, uniforme & à peu-près ſemblable à celui des rayons de roue autour de l'eſſieu. Mais pour peu que l'on y faſſe attention, ſans même ſavoir l'Anatomie, on voit bien que l'on ne pourroit faire ce mouvement uniforme ſans tordre & déchirer les parties molles qui lient & ſoutiennent l'articulation. De plus il n'y a point d'organe pour accomplir un tel mouvement, quand même il ſeroit poſſible. Ainſi il ne faut pas encore le confondre avec celui d'une eſtrapade réelle qui dérange l'articulation & bleſſe conſiderablement les parties qui l'environnent. Une vraye connoiſſance de la ſtructure & de la mécanique de cette articulation & de ces parties diſſipe entierement la fauſſe apparence que la viteſſe du mouvement favoriſe, & elle découvre ce qui s'y paſſe réellement,

ment, de la maniére ſuivante.

L'un & l'autre bras n'a qu'un ſimple mouvement de rayon dans les trois quarts plus ou moins du cercle de ce tournoyement autour du centre de l'articulation, comme il eſt facile à chacun de voir, en portant le bras directement, ſucceſſivement & lentement en haut, en devant, en bas & en arriére. Mais dans l'eſpace ou dans le tiers de cercle de la circonvolution qui reſte à faire de derriére en haut, ce mouvement devient compoſé & comme triple. La colonne de l'os du bras, en parcourant cet eſpace en ce tiers de cercle, fait en même temps deux petits mouvemens differents autour de ſon axe; car étant parvenuë de devant par enbas en arriére par un ſimple mouvement de rayon de rouë, elle commence là à ſe tourner peu-à-peu en maniére de pivot autour de ſon axe juſqu'à un certain degré où elle fait encore un petit tour de pivot à contre-ſens pour revenir au ſimple mouvement de rayon. Ceux qui ſe laiſſent facilement emporter & éblouïr par une ſeule nouveauté vraye ou fauſſe, ne ſongeroient pas à ces deux petits tours eſſentiels que la viteſſe du mouvement dérobe à la vûë, & ils forgeroient là-deſſus un ſyſteme très ſpecieux, quoi-que faux.

Après avoir découvert cette difficulté apparente, celle qu'on peut regarder comme réelle eſt le grand renverſement des bras derriére les épaules & la tête. Un peu d'attention à ce que je vais dire, en facilitera l'explication. On ſait que pluſieurs

mouvemens du bras ne ſe font pas tant par ſon atticulation avec l'omoplate que par les differentes attitudes changeantes de l'omoplate qui les favoriſent. Cela eſt aſſés évident par l'inſpection des épaules de ceux qui ſont maigres pendant qu'ils font differents tours de bras. Une longue habitude rend les articulations plus aiſées, les ligamens plus ſouples & les muſcles plus agiſſants, comme quantité d'exemples ordinaires le prouve aſſés, ſans parler des habitudes forcées. Par deſſus tout cela, le *Venitien* ayant l'avantage de pouvoir reculer ſes omoplates très-conſiderablement, il a auſſi plus de facilité à renverſer ſes bras. Il paroît même qu'il ne recule pas les deux épaules dans le même temps, mais l'une après l'autre, pour ne pas les froiſſer ou bleſſer par leur rencontre. Il faut encore obſerver qu'il fait pluſieurs mouvemens préparatifs avant que d'en venir à celui d'eſtrapade, pour rendre les muſcles & les ligamens ſouples, & pour exprimer une quantité ſuffiſante de la lymphe mucilagineuſe qui arroſe ces articulations, & les rend plus gliſſantes.

Le mouvement de moulinet dépend de la même mécanique que celui d'eſtrapade, mais il eſt plus aiſé quand il eſt une fois en train, parce qu'il ſe fait par un ſeul bras & tout de ſuite ſans obſtacle. Ce mouvement paroît auſſi en quelque maniére dans ceux qui tournent la fronde.

Je remets à la ſuite de ce Memoire l'ex-

Fig. 2.

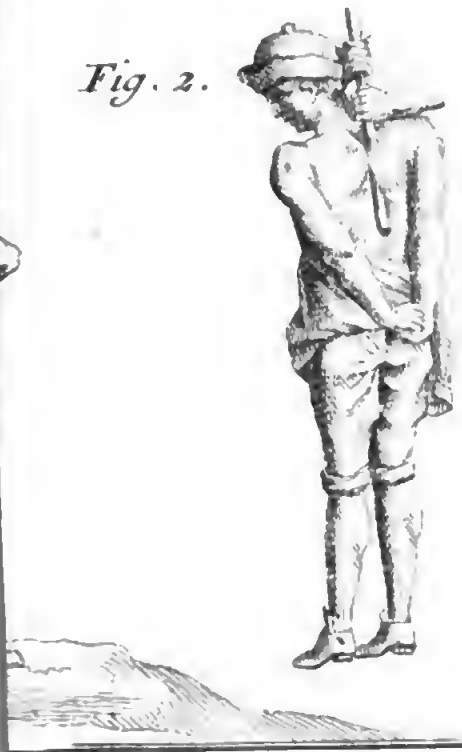


Fig. 4.

BIBLIOTECA NAZIONALE NAPOLI

l'explication de pluſieurs autres phenomenes par rapport aux Muſcles coadjuteurs des mouvemens qui ont paru dans ces tours du *Venitien*. J'y joindrai mes Remarques ſur l'utilité qui en reſulte, avec la découverte de la nouvelle eſpece de Muſcles que j'ai annoncée dans le titre.

PROPOSITION ELEMENTAIRE SUR LES TRIANGLES.

Par M. DE BEAUFORT.

* THEOREME.

En tout Triangle la somme des quarrés de deux côtés est égale à deux fois la somme des quarrés de la moitié du troisiéme côté, & de la ligne menée du milieu de ce côté à l'angle opposé.

DEMONSTRATION.

† SOIT le Triangle *ABC*, dans lequel la ligne *AD* est menée de l'angle *A* au milieu *D* du côté *BC*: je dis que la somme des quarrés de *AB* & *AC* est double de la somme des quarrés de *AD* & *CD*.

Je distingue dans cette proposition trois cas que je vais démontrer.

‡ Le premier est, lorsque le côté *AB* est égal à la ligne *AD*.

Le

* 24 Avril. 1723.
† Fig. 1. ‡ Fig. 2.

* Le second, quand ce côté est plus grand.

† Le troisiéme, quand il est plus petit.

* Fig. 3. † Fig. 4.

PREPARATION.

Ayant du centre A & du rayon AD décrit dans tous les cas le cercle $DEHG$, & prolongé CA en G, & BA en H.

* On aura pour le premier cas $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AE}^2 + \overline{EC}^2 + 2AE \times EC = 2\overline{AD}^2 + EC \times CG = 2\overline{AD}^2 + DC \times CB = 2\overline{AD}^2 + 2\overline{DC}^2$.

† On trouvera pour le second cas $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AF}^2 + FB \times 2AF + FB + \overline{AE}^2 + EC \times 2AE + EC = 2\overline{AD}^2 + DB \times BK + DC \times CK = 2\overline{AD}^2 + DC \times CB = 2\overline{AD}^2 + 2\overline{DC}^2$.

‡ Dans le troisiéme cas, on voit aussi que $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = \overline{AE}^2 + EC \times 2AE + EC + \overline{AF}^2 - BF \times 2AF - FB = 2\overline{AD}^2 + DC \times KC - DB \times KB = 2\overline{AD}^2 + DC \times CB$

* Fig. 2. † Fig. 3. ‡ Fig. 4.

$\times CB = 2\overline{AD}^2 + 2\overline{DC}^2$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

§ Lorſque le côté AB eſt égal au côté AC, la ligne AD eſt perpendiculaire au côté BC, & la démonſtration qui ſe trouve la même en devient plus aiſée, & fournit un moyen facile de prouver la proprieté du Triangle rectangle, comme on le voit dans le corollaire ſuivant.

COROLLAIRE.

¶ Dans le Triangle iſocelle ABC on a $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2\overline{AD}^2 + 2\overline{DC}^2$, donc dans le Triangle ADC rectangle $\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DC}^2$. On prouvera la même choſe en menant DE qui coupe AC en deux également, ce qui donnera ſelon le Theoreme $\overline{AD}^2 + \overline{DC}^2 = 2\overline{DE}^2 + 2\overline{CE}^2 = 4\overline{CE}^2 = \overline{AC}^2$. *Ce qu'il falloit démontrer.*

REMARQUE.

J'ai évité de me ſervir dans cette démonſtration de la proprieté du Triangle rectangle que je voulois déduire de la proprieté generale que je viens de prouver dans tous les Triangles. Voici

§ Fig. 5. ¶ Fig. 6.

Voici encore un corollaire qui se tire du Theoreme, & que je mets ici par l'utilité dont il peut être. M. de *Lagny* s'en est servi pour trouver l'angle que font les asymptotes de l'hyperbole qui donne les Logarithmes ordinaires. On en peut voir la démonstration qu'il a donnée page 413. des Memoires de l'Academie de l'année 1706.

COROLLAIRE.

La somme des quarrés des côtés d'un parallelogramme est égale à la somme des quarrés des diagonales.

Dans le parallelogramme $ABCD$, * on voit que $\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 = 2\overline{AE}^2 + 2\overline{BE}^2$, & $\overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 = 2\overline{CE}^2 + 2\overline{BE}^2$. Donc $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 + \overline{CD}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{AC}^2$, *Ce qu'il falloit démontrer.*

* Fig. 7.

EXPERIENCES

Qui montrent avec quelle facilité le FER & *l'*ACIER *s'aimantent, même sans toucher l'*AIMANT.

Par M. DE REAUMUR.

*CEUX qui ont le plus travaillé sur l'Aimant, regardent le Fer comme une espece d'Aimant imparfait. Il tient à bien peu qu'il n'en ait les proprietés, puisqu'un simple & presque instantané contact de cette pierre les lui communique : il les acquiert même seul sans toucher l'Aimant. Les fameuses Croix des Clochers d'*Aix* & de *Chartres* ont assés appris qu'exposé à l'air pendant une longue suite d'années, il semble se convertir en veritable Aimant. Mais il ne lui faut pas un temps considerable pour en prendre plus foiblement les vertus ; une barre de Fer posée verticalement a bien-tôt deux poles comme l'Aimant, dont l'un attire une des pointes de l'Aiguille aimantée, & dont l'autre repousse la même pointe : on sait qu'on peut trouver dans chaque cheminée de quoi faire cette experience ; les pincettes y sont propres, pourvû qu'on ait l'attention de ne les pas renverser de haut en-bas.

* 23 Fev. 1723.

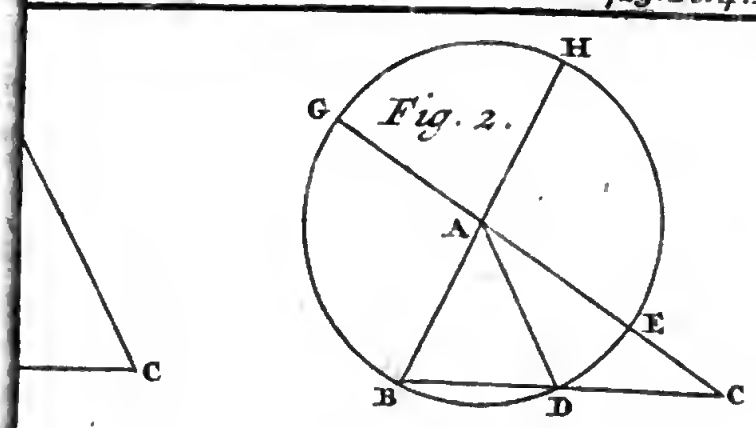


Fig. 2.

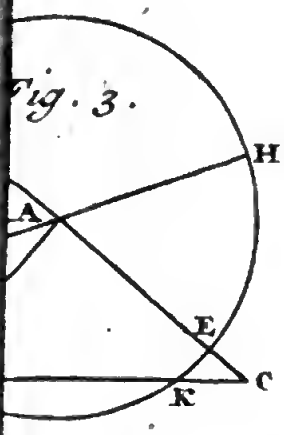


Fig. 3.

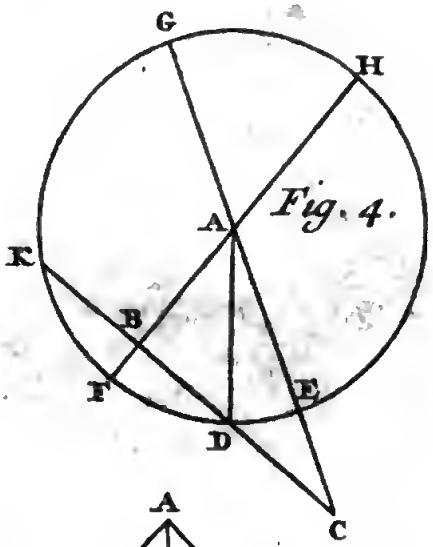


Fig. 4.

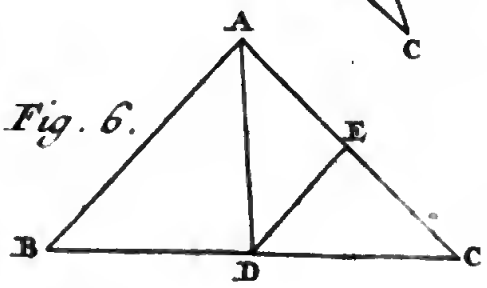
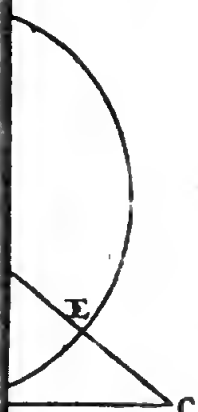


Fig. 6.



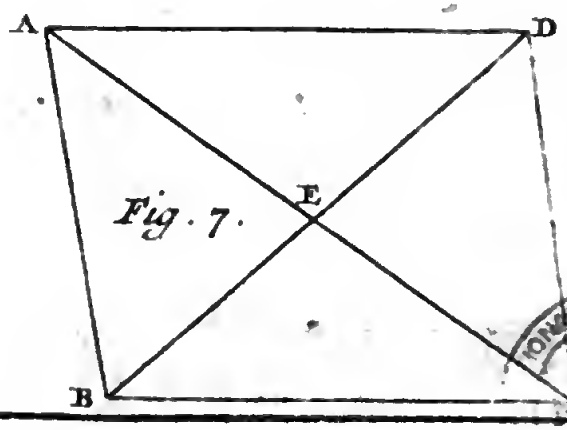


Fig. 7.

bas. M. *Rohault* rapporte qu'ayant fait rougir un morceau d Acier long & délié, & l'ayant enſuite trempé en le tenant perpendiculaire à l'horiſon, il a trouvé à chacun de ſes bouts la vertu d'un des poles de l'Aimant, jointe à celle d'attirer aſſés bien la limaille de Fer.

Le Fer & l'Acier ſont ici pour nous la même choſe. Il y a une façon dont ils s'aimantent beaucoup plus ſûre & plus commune que la précedente, & cependant plus connuë des ouvriers en Fer que des Phyſiciens. Dans les boutiques des Serruriers, des Couteliers, des Taillandiers, on ne voit qu'outils aimantés ; preſque tous ceux dont ces Ouvriers ſe ſervent pour couper ou percer le Fer à froid, comme ciſeaux, forets, poinçons, ſe chargent de limaille de Fer dès qu'on les en approche ; il y en a même qui enlevent auſſi-bien de petits clouds qu'ils le feroient ſi on les eût fait toucher par un Aimant mediocre ; les limes même ſe trouvent ſouvent aimantées : en un mot, cela eſt propre à tous les ouvrages qui entament le Fer.

Quelque commune que ſoit cette maniére dont l'Acier s'aimante, je ne ſache point que les Phyſiciens l'ayent encore examinée. En general on étudie trop la Phyſique dans ſon cabinet. Elle m'a paru meriter attention, & m'a inſenſiblement engagé à faire diverſes experiences que je rapporterai dans ce Memoire. Tout ce qui a rapport aux proprietés de l'Aimant, nous offre des faits ſurprenants ; mais le nombre de tant de faits connus ne doit pas nous faire negliger ceux qui ſe preſen-

ſentent de nouveau. Plus nous en raſſemblerons, & plus nous ſerons en état de rendre raiſon de ceux que nous ſavions déja, ou de juger ſi les explications que nous en donnions ſont les veritables.

J'ai commencé par examiner ſi les outils dont je viens de parler, tiennent leur proprieté d'attirer le Fer du Fer même qu'ils ont coupé ou percé, ou s'ils ne la doivent point à la trempe. J'en ai fait forger de differentes eſpeces & de differentes grandeurs en chaque eſpece; je les ai fait tremper, & j'ai eſſayé ſi immediatement après la trempe ils étoient en état d'attirer la limaille. Je n'en ai trouvé aucun à qui elle eût donné cette proprieté, au moins ſenſiblement; à peine en ai-je vû qui enlevaſſent un grain de limaille ou deux, & peut-être euſſent-ils fait davantage avant d'être trempés.

L'experience de M. *Robault* déja citée, m'a même engagé de repeter celles-ci pluſieurs fois, & cela, parce qu'outre les poles qu'il a reconnus à la verge d'Acier qu'il a trempée verticalement, il lui a trouvé la vertu d'attirer une quantité de limaille de Fer aſſés conſiderable. J'ai pourtant eu beau tremper l'Acier dans les circonſtances qu'il décrit, je n'ai jamais vû que la trempe lui ait donné aucune vertu d'attirer ſenſiblement. Je ne doute pas néanmoins que le morceau d'Acier dont il a parlé, n'eût la proprieté qu'il lui a attribuée, mais apparemment que ce n'étoit pas de la trempe qu'il la tenoit. Nous verrons dans la ſuite bien des circonſtances qui auroient pû la lui donner, auxquelles apparemment M. *Robault* n'aura pas pris garde.

Il

Il eſt donc ſûr que les outils d'Acier qui viennent d'être trempés, n'ont nullement la vertu d'attirer le Fer, mais il ne faut qu'un inſtant pour la leur donner. Qu'on prenne un ciſeau ou un poinçon au ſortir de la trempe, qu'on poſe le taillant de l'un ou la pointe de l'autre ſur un morceau de Fer, n'importe ſous quelle inclinaiſon, & qu'on donne enſuite un coup de marteau ſur l'autre bout de l'outil, en voilà aſſés, on a aimanté ſa pointe ou ſon taillant; qu'on preſente cette pointe ou ce taillant à de la limaille, elle l'attirera, elle s'en heriſſera. Il a ſuffi à l'outil de couper le Fer pour prendre la vertu de l'attirer. Après le premier coup de marteau, cette vertu eſt encore foible; on l'augmente ſi on applique une ſeconde fois la pointe de l'outil ſur un morceau de Fer, & qu'on frappe ſur l'autre bout une ſeconde fois. Cette operation ſimple, répetée un nombre de fois, ajoûtera toûjours à la nouvelle force attractive; mais il y a un terme par de-là lequel on repeteroit inutilement l'operation, la vertu de l'outil n'y gagneroit plus rien. Ceux dont on s'eſt ſervi pendant pluſieurs mois ne ſont pas plus forts que ceux dont on ne s'eſt ſervi que pendant un jour, & même que ceux dont on ne s'eſt ſervi que pendant quelques quarts d'heure.

Il y a pourtant diverſes circonſtances qui contribuent à augmenter cette force; mais avant de les rapporter, cherchons quelle eſt la cauſe de cet effet ſingulier; pourquoi un morceau de Fer, qui n'a ſenſiblement aucune des proprietés de l'Aimant, aimante-t-il néanmoins

moins l'Acier par qui il eſt percé ou coupé, auſſi-bien que le pourroit faire un Aimant foible? Les experiences qui me reſtent à rapporter, ſeront peut-être plus naturellement placées à la ſuite des conjectures que j'ai à propoſer ſur la cauſe de cet effet, elles pourront ſervir à les appuyer.

Je ſuppoſe qu'on ne ſauroit douter que la vertu attractive de l'Aimant ou du Fer aimanté ne dépende de la matiére magnetique qui circule dans l'Aimant & autour de l'Aimant, & de même dans le Fer & autour du Fer aimanté. Ceux qui raiſonnent ſur des idées claires, ne me le conteſteront pas. Au reſte je ne m'embaraſſe à preſent ni de la figure de cette matiére, ni d'examiner ſi elle entre par un des poles, & ſort par l'autre, ou ſi elle entre par l'un & par l'autre, ni comment cette matiere attire, ſi c'eſt en chaſſant le fluide qui eſt entre le Fer & l'Aimant, ou ſimplement en pouſſant le Fer. Toutes ces queſtions regardent un Traité general de l'Aimant, que je n'ai ici en vûë en aucune ſorte. Il ſuffit qu'on m'accorde que la vertu attractive de l'Aimant eſt l'effet des tourbillons de matiére magnetique qui circulent dedans & autour de cette pierre; que le Fer quand il s'aimante, acquiert de pareils tourbillons; & que de-là il ſuit que, toutes choſes d'ailleurs égales, plus la quantité de matiére qui compoſe un tourbillon devient grande, & plus la vertu attractive devient forte.

Je fais encore une autre ſuppoſition, qui ne m'eſt pas moins neceſſaire que la précedente. Je demande à preſent qu'on me l'accorde;

corde; peut-être ferai-je voir qu'on ne m'aura rien accordé de trop, que je pouvois même demander davantage. Cette ſeconde ſuppoſition eſt que le Fer dans lequel les proprietés de l'Aimant ne ſe manifeſtent point, eſt cependant actuellement rempli de matiére magnetique qui y circule, & qui peut être y eſt en quelque ſorte empriſonnée; je veux dire que dans l'interieur de tout Fer il y a actuellement de la matiére magnetique qui y forme une infinité de petits tourbillons differents qui ont chacun leurs poles particuliers, & que la plûpart des paſſages, par où cette matiére pourroit s'échaper, ſont peut-être bouchés.

Cette ſeconde ſuppoſition admiſe, rien n'eſt plus aiſé que de comprendre comment un outil d'Acier s'aimante, lorſqu'il perce un morceau de Fer. Dans l'inſtant que le coup de marteau tombe ſur l'outil, la pointe de cet outil preſſe les parties de Fer, elle les ſépare les unes des autres, & continuë de preſſer les parties ſéparées; les tourbillons qui ſe trouvoient dans le chemin qui a été ouvert, ſont donc dérangés; ceux même qui ſe trouvoient entre les parties du Fer qui ſe ſont rapprochées ſont alors trop comprimés: la matiére de ces tourbillons eſt donc forcée de prendre d'autres directions; ſavoir, celles où elle trouve moins de reſiſtance; & ce ſont ſans doute celles qui la conduiſent à enfiler l'outil d'Acier; ſes parties plus dures, plus roides que celles du Fer, n'ont point, ou ont été très-peu comprimées, pendant que les autres l'ont été conſiderablement. Qu'on ſe ſouvienne auſſi que nous avons

démontré ailleurs que les parties de l'Acier trempé ſont plus écartées les unes des autres que celles de l'Acier non trempé. La matiére magnetique a donc plus de facilité à entrer dans l'Acier qu'à continuer à circuler dans le Fer, ou peut-être même ſe trouvoit elle déja genée à décrire de trop petits tourbillons; elle s'y ouvre de nouveaux paſſages, ou aggrandit ceux qui y étoient déja; & toute cette matiére tendant à prendre la même route, l'Acier ſe trouve dans le même cas où il ſeroit, ſi on l'eût appliqué contre un des poles d'un Aimant foible.

Si on repete l'operation, on augmente la vertu attractive de l'outil; de nouvelle matiére ſera forcée à le penetrer; elle s'ouvrira de nouveaux chemins, ou elle aggrandira ceux qui étoient ouverts; la circulation de la matiére magnetique ſe fera plus librement, ou, ce qui eſt la même choſe, plus abondamment dans l'Acier, par conſéquent ſa vertu d'attirer ſera augmentée. Mais après qu'on aura repeté cette operation un certain nombre de fois, on ne doit plus trouver d'accroiſſement dans la force attractive de l'Acier. La pointe a beau percer de nouveau Fer, elle a beau rompre de nouveaux tourbillons, forcer de nouvelle matiére magnetique à ſortir, cette matiére trouve aſſés de paſſages tout formés dans l'Acier, ſans avoir beſoin de s'en faire de nouveaux: elle a plus de facilité à ſuivre les premiers qu'à s'en ouvrir d'autres.

Ces faits, ce me ſemble, ſe déduiſent très-naturellement de nôtre ſeconde ſuppoſition; ſi on avoit cependant quelque peine à admettre,

tre, que la preſſion, que ſouffrent les parties voiſines de l'outil qui coupe ou perce le Fer, ſuffit pour déranger les tourbillons que nous avons ſuppoſé entre ſes parties, cette difficulté pourroit être levée par une experience déja connuë, & que j'ai repetée bien des fois. L'exiſtence des tourbillons magnetiques eſt inconteſtable dans l'Acier aimanté; qu'on donne quatre à cinq coups de marteau, même aſſés legers, ſur l'Acier qui s'eſt aimanté en coupant le Fer, ou en touchant quelque Aimant foible, on lui ôte toute, ou preſque toute ſa vertu attractive: ces coups ont donc la force de détruire les tourbillons de matiére magnetique, quoiqu'ils preſſent peut-être beaucoup moins les parties du Fer ſur leſquelles ils tombent, que le ciſeau ne preſſe les parties qui s'oppoſent à ſon action.

Mais la ſuppoſition que nous avons faite des tourbillons de matiére magnetique empriſonnée en quelque ſorte dans le Fer même, paroîtra peut-être une difficulté conſiderable contre nôtre explication. Ce métal ne ſemble pas propre à s'oppoſer au cours de la matiére magnetique; cette matiére qui le penetre ſi aiſément, peut-elle y être en quelque ſorte empriſonnée? Il eſt vrai que des torrents de matiére magnetique, tels qu'en fournit l'Aimant, peuvent ſur le champ s'ouvrir des paſſages dans le Fer, mais lorſque cette matiére coule moins rapidement, ce n'eſt qu'à la longue qu'elle aimante du Fer au point neceſſaire, pour le mettre en état d'attirer d'autre Fer. Les obſtacles qui ſont forcés par des torrents, reſiſtent à des ruiſ-

ſeaux ; les parties du Fer oppoſent des reſiſtances au paſſage de la matiére magnetique, qui ne peuvent être vaincus qu'après un temps conſiderable, lorſque les courants de cette matiére ſont foibles. Ce que nous diſons de la matiére qui tend à entrer dans le Fer, nous le pouvons dire de celle qui tend à en ſortir ; le Fer aimanté perd ſa vertu attractive d'une infinité de maniéres differentes. Quand il la perd, les paſſages qui donnoient entrée à la matiére, ſe bouchent ; ces paſſages attendent-ils à ſe boucher, que toute la matiére qu'il contenoit fût ſortie ? La ſortie n'eſt-elle pas fermée à celle-ci, quand l'entrée eſt fermée à l'autre ? Les coups de marteau, par exemple, qui ſur le champ font perdre au Fer la vertu d'attirer, étreciſſent ou bouchent ſur le champ les ouvertures par où cette matiére magnetique couloit librement.

Enfin quoi-qu'il puiſſe ſe faire que de petits tourbillons, des tourbillons foibles de matiére magnetique ſe trouvent renfermés dans le Fer, on regardera ſans doute l'exiſtence de ces tourbillons comme priſe gratuitement, & ſeulement en faveur du phenomene que nous avons voulu expliquer. Dès qu'elle y ſatisfait, & qu'il n'y a nul inconvenient à l'admettre, c'en ſeroit aſſés en bonne Phyſique pour la recevoir ; mais les experiences que nous rapporterons dans la ſuite, concourront à bien établir l'exiſtence de ces petits tourbillons. Pour expliquer même dès-à-preſent l'idée que ces experiences m'ont donnée du Fer, je dirai que je le regarde comme un Aimant imparfait, & cela, non ſeulement parce qu'il a de la diſpoſition à prendre

dre les proprietés de l'Aimant, mais je le regarde principalement comme tel, en ce qu'il eſt continuellement penetré d'une grande quantité de matiére magnetique. Peut-être en a-t-il moins que l'Aimant, c'eſt ce que j'ignore; mais je crois qu'il en a une quantité très-conſiderable. Je ne veux pas ſeulement parler des petits tourbillons de matére magnetique que j'ai ſuppoſé circuler dans l'interieur du Fer, je lui en crois d'autres qui entrent continuellement dans ſa ſubſtance, qui enſuite en ſortent; en un mot, je lui crois, comme à l'Aimant, un atmoſphere, mais moins étendu. Si on me demande pourquoi le Fer, avec cette abondance de matiére magnetique, ne produit pas les effets de l'Aimant? C'eſt qu'il manque de poles auſſi-bien déterminés que ceux de l'Aimant. C'eſt de ces poles que l'Aimant tire ſa force, c'eſt par eux que paſſe la plus grande partie de la matiére qui y circule; il ne peut preſque rien vers ſon Equateur pendant que ſes poles ſoutiennent des poids conſiderables. Un Aimant dont les poles ſeront mieux marqués que ceux d'un autre, aura plus de force, quoi-que la même quantité de matiére magnetique circule dans l'un & dans l'autre. Si donc on conçoit que le Fer eſt, pour ainſi dire, un Aimant brouillé, un aſſemblage d'une infinité de petits Aimants, qu'il reſſemble à une maſſe de poudre d'Aimant; en un mot, que le Fer a preſque par tout des poles inſenſibles, il ſera aiſé de concevoir que quoi-qu'il ſe faſſe autour de ce métal & dans ſon interieur une grande circulation de matiére magnetique,

qu'il n'en doit pas avoir plus de force attractive, parce que les tourbillons, les courants ne concourent pas vers le même endroit.

Je fis, sans le chercher, l'experience qui m'a donné cette idée du Fer. Pendant que j'éprouvois jusques à quel point on pouvoit aimanter des outils d'Acier, en leur faisant couper ou percer ce métal, j'étois proche d'une enclume, sur laquelle je posois les petits morceaux de Fer, avec lesquels j'essayois la force de mes Aciers aimantés. Je mis sur ma main un des morceaux de Fer qui venoit d'être attiré, étant sur l'enclume; l'Acier aimanté n'eut plus la force d'enlever ce Fer, lorsqu'il fut sur ma main; il ne pût même se charger d'un morceau beaucoup plus leger. Je posai les morceaux que je voulois faire attirer sur d'autres corps, comme sur du bois, sur du papier, l'outil n'eut pas plus de prise sur eux que lorsqu'ils étoient dans ma main: mais aussi-tôt qu'ils eurent été remis sur l'enclume, l'Acier enleva le plus gros des morceaux avec autant de facilité qu'il avoit auparavant. La même experience repetée & variée ensuite de diverses façons, m'a donc fait voir que l'Acier aimanté avoit plus de force pour attirer le Fer posé sur d'autre Fer, que pour attirer le même Fer, lorsqu'il est posé sur tout autre corps. J'ai trouvé même que cette difference de force alloit quelquefois si loin, que la force étoit triple ou quadruple dans les circonstances avantageuses de ce qu'elle étoit dans les autres.

J'ai en même temps fait une autre remar-

marque ſur ces experiences, qui me paroît également digne d'attention; c'eſt que l'Acier aimanté non ſeulement attire plus peſant, lorſque le Fer qu'on lui donne à attirer eſt poſé ſur du Fer, mais que ſa vigueur encore eſt d'autant plus augmentée, que la piece de Fer qui ſert de ſupport à celui que l'on veut qui ſoit attiré eſt plus groſſe. Ce que l'Acier aimanté a enlevé de deſſus une enclume, il ne l'enleve pas de deſſus une barre de Fer qui eſt plate. De déterminer en quelle proportion cette force diminuë par rapport à l'épaiſſeur du ſupport, c'eſt ce que je n'ai pas fait, & qui n'eſt peut-être pas aiſé à faire d'une maniére bien certaine; mais j'ai vû ſouvent que le Fer qui étoit enlevé de deſſus l'enclume, peſoit plus du double de celui qui étoit enlevé de deſſus une barre ordinaire.

Ces experiences nous découvrent clairement une circulation de matiére magnetique qui ſe fait autour du Fer; elles forcent à reconnoître que ce métal a comme l'Aimant un atmoſphere; car ſans ces tourbillons, ſans cet atmoſphere, il ne paroît pas qu'on puiſſe rendre de raiſon probable de l'augmentation de force qui ſurvient au Fer aimanté, & ces tourbillons, cet atmoſphere étant accordés au Fer, non ſeulement ce phenomene s'en déduit naturellement, il s'en déduit même neceſſairement. Pour en être convaincu, il ne faut que ſe rappeller une experience connuë depuis long temps; ſavoir, que ſi on éprouve ce que peut porter un morceau de Fer ou d'Acier aimanté, & qu'enſuite on l'approche d'un Aimant, juſ-

qu'à faire entrer au moins un de ſes bouts dans l'atmoſphere de cet Aimant, ſi on eſſaye alors ſa force, on la trouvera beaucoup plus conſiderable qu'elle n'étoit auparavant, il ſoutiendra un poids plus peſant: mais pour peu qu'on le retire de cet atmoſphere, il ne lui reſtera plus que ſa premiére force; le poids dont il s'étoit chargé ſera trop lourd, il le laiſſera tomber. De même un Aimant foible mis dans le tourbillon d'un Aimant plus fort, y acquiert de la force qu'il ne conſerve qu'autant qu'il reſte dans cet atmoſphere; c'eſt même une des ſingularités de l'Aimant que M. *Deſcartes* a expliquées.

La cauſe de ces derniers effets n'eſt point équivoque, on ne peut abſolument l'attribuer qu'à la matiére magnetique qui circule autour de l'Aimant; une partie de cette matiére ſe détourne, elle prend ſa route vers le Fer aimanté, ou vers l'Aimant le plus foible; plus de matiére magnetique les penetre alors, ou, ce qui eſt la même choſe, leur force attractive eſt augmentée.

L'augmentation de force qui ſe fait dans le Fer ou l'Acier aimanté, lorſque le Fer qu'on lui veut faire attirer eſt poſé lui-même ſur d'autre Fer, ne paroît être qu'un cas de l'experience précedente. Si l'Acier devient plus fort, c'eſt que la quantité de la matiére magnetique qui circule autour de lui eſt augmentée. Or d'où vient cette nouvelle matiére? qui la fournit? C'eſt ſans doute le Fer qui ſert de ſupport. On en doit donc conclure que ce Fer a comme l'Aimant un atmoſphere de matiére magnetique.

Une

Une circonſtance de cette experience, dont nous n'avons pas encore parlé, contribuë à établir cet atmoſphere. C'eſt que ſi on éloigne un peu de l'enclume le Fer aimanté qui s'y eſt chargé de ce qu'il pouvoit porter, auſſi-tôt il devient trop foible, il laiſſe tomber ſon fardeau. La parité alors eſt entiere entre cet Acier & celui qu'on éloigne du tourbillon d'un Aimant où on l'avoit placé. Qu'on ne croye pas que le mouvement qu'on donne à cet Acier, en l'élevant, contribuë à lui faire abandonner ce poids; ſi on l'agite même beaucoup davantage, en le tranſportant à fleur de l'enclume, il le conſervera toûjours.

Si l'Acier ou le Fer aimanté porte beaucoup plus peſant, quand il eſt proche d'une groſſe maſſe de Fer, que quand il eſt auprès d'une barre; c'eſt donc que la groſſe maſſe a un atmoſphere qui fournit davantage de matiére magnetique.

Dès qu'il ſera établi qu'il ſe fait autour de tout Fer & dedans tout Fer une circulation de matiére magnetique, mais que cette matiére eſt partagée en une infinité de petits tourbillons qui ont des poles differents, il paroîtra moins merveilleux que l'attouchement preſque inſtantanée d'une Pierre d'Aimant mette le Fer en état d'attirer d'autre Fer. Les torrents qui ſortent de la Pierre ouvrent des routes dans une certaine direction, qui eſt celle du cours de ces torrents, & ces routes une fois ouvertes, la matiére même qui circuloit autour du Fer, les enfile. Il avoit de ſon propre fonds aſſés de cette matiére, il n'étoit queſtion que de la

réunir, que de la diriger, que de la mettre en état de concourir à produire le même effet.

Mais ce ſont les ſeuls tourbillons de matiére magnetique renfermés dans l'interieur du Fer que nous avons fait agir ſur les outils d'Acier qui percent ou coupent le metal. Nous avons dit que la violence qu'on leur fait, que la force qui les comprime, les contraint à prendre d'autres directions, & que la plus commode, la plus facile, celle qui offre, pour ainſi dire, une pente plus naturelle, eſt au travers de l'Acier qui n'a point été comprimé comme le Fer. En raiſonnant ſur cette explication, il m'a paru que ſi elle étoit juſte, nous devions avoir encore un moyen d'aimanter le Fer ou l'Acier ſans lui faire toucher l'Aimant, ni couper d'autre Fer. Puiſqu'elle ſuppoſe le Fer penetré de tourbillons de matiére magnetique qui peuvent être comprimés & forcés à prendre d'autres directions lorſqu'on les preſſe, il s'enſuit que ſi on fait violence aux tourbillons, qu'on les forcera à ſe réünir. Or dès qu'on pliera & repliera pluſieurs fois un morceau de Fer dans le même endroit avant de l'y caſſer, on contraindra les tourbillons qui ſe trouveront en cet endroit à ſe réünir avec des tourbillons voiſins, & par conſequent on donnera à ce même endroit une vertu attractive. Pour voir ſi l'experience s'accommoderoit avec cette conſequence, j'ai pris un morceau de fenton de Fer de *Berry*, c'eſt-à dire, de Fer très-doux, je l'ai ſerré dans un étau à quatre à cinq pouces d'un de ſes bouts; prenant enſuite à deux mains le bout le plus long, qui étoit

au

au deſſus de l'étau, je l'ai plié & replié differentes fois dans le même endroit, & enfin il s'y eſt caſſé; mais comme il étoit très-doux, ce n'a été qu'après avoir bien eu la torture. Auſſi tôt qu'il a été caſſé, j'ai preſenté la caſſure de chaque bout à de la limaille de Fer, & j'ai vû avec plaiſir qu'elles s'en ſont entierement couvertes: elles en euſſent moins attiré ſi elles n'euſſent touché qu'un Aimant foible.

Je ne m'en ſuis pas tenu à cette premiére experience, j'ai crû même la devoir varier de bien des maniéres. J'ai fait des épreuves pareilles ſur des barres très-groſſes, & ſur du fil de Fer aſſés fin, ſur du Fer doux & ſur du Fer caſſant, ſur de l'Acier trempé & ſur de l'Acier non trempé. Voici ce que ces nouveaux eſſais m'ont appris de plus remarquable. Toutes choſes d'ailleurs égales, plus le Fer qu'on a caſſé eſt doux, plus il eſt fibreux, plus il s'eſt laiſſé tourmenter avant de ſe caſſer, & plus vigoureuſement ſe trouve-t-il aimanté dans ces caſſures. Les preſſions réïterées plus de fois forcent une plus grande quantité de matiére magnetique à prendre les mêmes routes; la matiére en eſt, pour ainſi dire, mieux exprimée de certains endroits, elle eſt toute chaſſée vers d'autres. Le Fer à lames, le Fer caſſant, s'aimante plus foiblement; mais l'Acier trempé s'aimante encore moins. Pour l'Acier non-trempé, l'Acier recuit, il s'aimante plus ou moins, ſelon qu'il eſt plus ou moins doux. Enfin en general je n'ai point trouvé de Fer dont la caſſure n'attirât au moins quelques grains de limaille, ſi on l'eſſaye dans l'in-

ſtant qu'elle vient d'être faite; j'ajoûte cette derniére circonſtance, parce que la vertu attractive s'affoiblit peu-à-peu, & quelquefois ne dure pas plus d'un jour.

Selon la groſſeur, la figure, la longueur des morceaux de Fer, on trouve auſſi differents degrés de force attractive dans les caſſures. Cette vertu n'eſt preſque pas ſenſible dans du fil de Fer de la groſſeur des Aiguilles ordinaires à tricotter; elle n'augmente pas pourtant proportionnellement à la groſſeur des barres; plus une barre eſt groſſe, & moins elle ſe laiſſe plier de fois avant de ſe caſſer: du Fer en lame, & ſur-tout du fil de Fer, appellé *fil de Fer à Chaudronnier*, choiſi de la groſſeur du petit doigt, ſont les Fers qui donnent les caſſures les mieux aimantées. Ce qui eſt ſur-tout eſſentiel, c'eſt que le morceau de Fer qu'on caſſe ait une certaine longueur, ſans quoi on ne trouvera aucun effet ſenſible. Un exemple ſeul conduira ſur cet article. Si on prend un fil de Fer à Chaudronnier long d'un pied, qu'on le caſſe à peu-près au milieu, les deux bouts formés par la caſſure attireront bien la limaille. Si au contraire on caſſe un pareil fil de Fer à un pouce ou deux d'un de ſes bouts, la caſſure du petit morceau n'attirera point du tout la limaille, pendant que la partie du long bout qui tenoit à ce petit morceau attirera la limaille très-vivement.

Au reſte il eſt à remarquer que ce n'eſt préciſément que le bout fait par la caſſure qui s'aimante, que l'autre n'eſt nullement aimanté. En ſuivant le même raiſonnement qui m'avoit conduit à ſoupçonner que ce bout

caſſé,

caſſé, après avoir ſoutenu pluſieurs tortures, auroit une vertu attractive, j'ai crû en devoir conclure qu'on pouvoit fortifier cette vertu, & cela en pliant & repliant le Fer en divers endroits, pris à diverſes diſtances de ce bout; que c'étoit un moyen de forcer de nouvelle matiére magnetique à ſe diriger vers ce bout. Pour m'aſſurer ſi les faits s'accommoderoient encore avec des conſequences ſi neceſſaires de l'hypotheſe, que tout juſques ici a paru établir, j'ai choiſi un fil de Fer, gros environ comme le petit doigt, & long de près de deux pieds & demi. Après l'avoir ſerré dans l'étau, je l'ai plié & replié dans le même endroit à diverſes repriſes, & l'ai enfin caſſé dans cet endroit, qui étoit éloigné d'à peu-près cinq pouces d'une des extremitez du fil. Par cette diviſion, j'ai donc eu deux brins de fil, l'un long d'environ cinq pouces, & l'autre d'environ deux pieds & un pouce. L'un & l'autre de ces brins s'étoient bien aimantés à leur caſſure, auſſi étoient-ils d'un Fer très-doux. Les bouts de chaque brin, qui avoient été faits par la caſſure, enlevoient de deſſus l'enclume un de ces petits clouds appellez *braquettes*, mais de la plus petite.

Le plus long des deux brins étoit celui que j'avois deſtiné pour ſuivre mon experience; je le ſerrai dans l'étau environ un pouce & demi au deſſus du bout aimanté; alors je le pliai & repliai proche de cet endroit pluſieurs fois, mais ſans le caſſer. Après l'avoir tiré de l'étau, j'eſſayai ſi ſa vertu attractive avoit été augmentée, & il me parut qu'elle l'étoit. Je repetai la même ma-

nœuvre pour m'assurer de cette augmentation, & pour voir jusqu'où elle iroit, c'est-à-dire, que je serrai le fil de Fer un peu au dessus de l'endroit où je l'avois tourmenté, & je continuai de même à le plier & replier en huit endroits differents, qui tous étoient entre le bout aimanté & le milieu du fil. Après les nouvelles tortures données à un nouvel endroit du Fer, j'éprouvois s'il s'étoit fait quelque augmentation dans la force attractive; il me parut qu'il n'y en avoit point eu qui n'y eût ajoûté: mais l'effet de toutes ces operations ensemble n'étoit pas équivoque, elles mirent le bout aimanté en état d'enlever quatre clouds, égaux chacun à celui qu'il portoit immediatement après qu'il avoit été cassé.

Pour suivre cette experience, & pour voir jusqu'où pourroit aller cette augmentation de force, je continuai à plier & replier mon fil de Fer en differents endroits; je le pliai d'abord vers le milieu; ce fut ensuite entre le milieu & le bout non aimanté. Les effets qui arriverent alors, n'en paroîtront peut-être pas moins singuliers pour n'avoir pas été de ceux que j'avois prévû. Les nouvelles tortures que je donnai à mon fil, ne fortifierent point le bout aimanté; il me sembla même qu'elles l'avoient affoibli, & l'operation repetée un peu plus loin m'en convainquit; je ne pûs plus douter que le bout aimanté ne se fût affoibli. J'essayai aussi-tôt si le second bout n'avoit point gagné ce que le premier avoit perdu, & je trouvai effectivement que ce second bout commençoit à enlever la limaille, ce qu'il n'avoit fait en aucune

cune façon pendant que le premier étoit dans toute sa vigueur. Je continuai à tourmenter mon Fer en differents endroits, dont le dernier étoit toûjours le plus proche du second bout, & je vis qu'à mesure que je multipliois ces operations, que sa force attractive augmentoit aux dépens de celle du premier bout. Il en acquît assés pour enlever les qnatre clouds, & à peine en resta-t-il à l'autre suffisamment pour se charger de quelques grains de limaille.

Cette experience nous apprend une nouvelle maniére d'aimanter le Fer, au moins aussi singuliére que les précedentes, & même de l'aimanter mieux, pourvû que ce Fer soit liant, & qu'il soit sous une forme qui permette de le plier avec quelque facilité. Il n'en est point qui y soit plus propre que celle du fil de Fer. Mais la même experience fait voir que pour le bien aimanter, il faut que toutes les inflexions qu'on lui donne se trouvent plus proches d'un de ses bouts que de l'autre. Il n'est pas trop aisé d'expliquer pourquoi, lorsque ces inflexions s'éloignent du milieu, elles déterminent la matiére magnetique à prendre plustôt sa route vers le bout le plus proche que vers celui qui est déja aimanté; vers le côté aimanté elle semble devoir trouver des chemins tous ouverts, mais plus longs. Est-ce que la longueur du chemin est pour elle une plus grande resistance à vaincre que celle qu'elle trouve à s'ouvrir de nouveaux chemins? Il s'ensuivroit de-là que la matiére magnetique a continuellement des obstacles à surmonter pendant qu'elle se meut dans le Fer. Si on

sup-

ſuppoſe, avec la plûpart des Phyſiciens, que les canaux par où elle coule ſont heriſſés de poils; que la force neceſſaire pour ſe faire paſſage a été celle qu'il lui a fallu employer pour les coucher; la force dont elle a beſoin pendant ſa circulation eſt celle qui eſt neceſſaire pour tenir ces mêmes poils couchés; ils ſont ſans doute de même nature que le Fer dont ils font partie, ou dont ils ne ſont que des parties plus fines; ils ont par conſequent du reſſort, & ce reſſort tend à leur faire reprendre des poſitions differentes de celles où la matiére magnetique les a miſes. Dès que la matiére magnetique s'eſt ouverte paſſage vers le ſecond bout du fil de Fer, ce paſſage peut ſuffire, & pour cette matiére & pour une partie de celle qui paſſoit par l'autre bout. Dans le Fer aimanté les paſſages les derniers ouverts ſont toûjours les plus libres. La preuve en eſt que peu à peu ces paſſages ſe ferment à la matiére magnetique, puiſqu'une force d'attirer très-ſenſible, ou, ce qui eſt la même choſe, une circulation ſenſible eſt quelquefois détruite en moins de vingt-quatre heures, comme nous l'avons dit ci-deſſus.

J'ai voulu voir ce qui arriveroit à un fil de Fer qu'on tourmenteroit d'abord par ſon milieu, & enſuite à des diſtances égales de part & d'autre de ce milieu. Les plis & replis faits au milieu, & à des endroits qui n'en étoient pas éloignés, n'ont pas donné de vertu attractive ſenſible aux bouts; mais quand j'ai replié ce Fer environ au tiers ou au quart de la diſtance qui eſt entre ce milieu & chaque bout, alors l'un & l'autre bout

bout ſe ſont aimantés, mais bien plus foiblement que ſi tous les plis & replis euſſent été faits d'un ſeul côté; ils ne portoient pas chacun le tiers ou le quart de ce qu'un des bouts eût porté, s'il eût eu ſeul la force d'attirer.

Il eſt certain que ſi, après avoir plié le Fer à pluſieurs repriſes entre un des bouts & le milieu, on le plie par de-là le milieu, qu'on diminuë le degré de force qu'on avoit donné au bout le plus proche des premiers plis, mais je n'ai pas toûjours trouvé la même diminution, & il ne m'eſt pas toûjours arrivé, comme dans la premiére experience, de faire paſſer toute la force d'un bout dans l'autre.

Si peu de choſe ſuffit pour donner au Fer la vertu d'attirer, peu de choſe auſſi la lui peut faire perdre. Nous avons vû que des inflexions en ſens contraire, faites d'un pouce & demi, ou de deux pouces en deux pouces, ont augmenté la force attractive d'un fil de Fer, gros comme le petit doigt. Si après avoir donné un certain degré à cette force, on veut multiplier les inflexions, quoi-qu'on les faſſe entre le milieu & le bout aimanté, on affoiblit la force de ce bout; on parvient même preſque à la détruire, en les multipliant juſqu'à un certain point. Trop de plis réïterez retreciſſent à la fin les paſſages; le cours de la matiére magnetique n'eſt plus aſſés libre. Le Pere *Grimaldi* avoit déja obſervé auſſi qu'un fil de Fer aimanté par un veritable Aimant, perd ſa vertu magnetique. ſi on lui fait ſouffrir des inflexions réïterées, ou des frottemens

mens continus. Enfin nous avons dit ci-deſſus, que quelques coups de marteau ôtent à un outil la vertu d'attirer qu'il a acquiſe en coupant le Fer; ils la font perdre de même au Fer qui tient cette vertu des inflexions. Trop d'inflexions produiſent à la fin l'effet des coups de marteau.

On ne doit pas s'attendre à aimanter un fil de Fer, en le frappant à coups de marteau; ils forcent à la verité la matiére à refluer, mais ils ne lui laiſſent aucune place commode où elle puiſſe ſe loger, tout ce qui ſe trouve ſous le marteau eſt à peu-près également comprimé. Il n'en arrive pas de même au Fer qui n'eſt plié qu'un certain nombre de fois, pendant les inflexions, certaines fibres ſont moins diſtenduës que les autres, elles reſtent plus au large. Mais il y a pourtant une maniére d'aimanter le Fer à coups de marteau, quoiqu'aſſez foiblement: ſi on ne le pouvoit point du tout, ce ſeroit une objection conſiderable contre l'explication dont nous avons fait uſage juſqu'ici. Le fil de Fer ne peut être aimanté, parce que toutes ſes fibres ſont preſſées en même temps. Mais cette raiſon ne doit pas empêcher d'aimanter à coups de marteau une barre large qu'on aura attention de ne frapper qu'au milieu ou près d'un de ſes bords avec la panne d'un marteau; dans ce cas la matiére chaſſée a où ſe loger à ſon aiſe dans le Fet même. Auſſi ai-je reconnu qu'une barre de Fer frappée fortement, avec les précautions dont nous venons de parler, acquiert la vertu attractive, moins cependant que le Fer qui eſt plié & replié à diverſes

verſes repriſes. C'eſt donc encore là une autre façon d'aimanter le Fer ſur le champ, ſans lui faire toucher l'Aimant. Mais c'eſt une des plus foibles, ſoit que la matiére, chaſſée trop bruſquement, ſorte de la barre par divers chemins, ſoit que les coups ne concourent pas aſſez à lui faire prendre une même direction.

Dans cette façon foible d'aimanter le Fer, il y a pourtant une circonſtance à remarquer, qui ſeule donneroit beaucoup de probabilité à tout ce que nous avons dit de la matiére chaſſée des fibres du Fer les plus comprimées pour aller en occuper d'autres où elle ſoit moins à l'étroit. Cette circonſtance eſt que tout le bout de la barre n'eſt pas aimanté, il ne l'eſt jamais vis à-vis les endroits qui ont ſoutenu les coups de marteau. S'il n'y a eu qu'une moitié de la largeur de la barre ſur laquelle les coups ſoient tombez, il n'y aura que la moitié du bout qui répond à ce qui n'a pas ſouffert de percuſſions, qui ſoit aimanté. Si on a eu attention à faire tomber les coups au milieu de la largeur de la barre; que ces coups forment une trace dirigée ſelon la longueur de cette barre, & de part & d'autre de laquelle le Fer n'ait point été frappé, le bout du Fer ne ſera aimanté que dans les deux endroits qui répondent à ce qui n'a pas été frappé, ou dans un de ces endroits, mais jamais le milieu ne le ſera.

Cela s'accorde parfaitement avec ce que nous avons dit, pour rendre raiſon de la maniére dont on déſaimante un fil de Fer, en pouſſant trop loin le nombre des inflexions.

flexions. A force de les multiplier, on chaſſe la matiére magnetique qui étoit dans le Fer, elle ne peut plus y circuler à ſon aiſe. En lui ôtant de ſa ſoupleſſe, en l'écrouïſſant, on exprime ſa matiére magnetique. En veut-on une preuve? Qu'on mette recuire le fil de Fer qui, pour avoir été replié trop de fois, a perdu la vertu magnetique qu'il avoit acquiſe, & qui n'eſt plus en état d'en prendre de nouvelle; qu'on faſſe, dis-je, recuire ce fil de Fer; auſſi tôt qu'il aura été recuit, on pourra lui redonner toute la force d'attirer qu'il avoit ci-devant. Pendant le recuit, le feu écarte les parties du Fer les unes des autres, la matiére magnetique trouve de grands eſpaces où elle ſe loge; mais quand le Fer vient à ſe refroidir, cette matiére s'y trouve renfermée, elle y eſt peut-être en quelque ſorte empriſonnée, les parties du Fer ſe rapprochent, & lui bouchent apparemment pluſieurs paſſages par où elle ſortoit librement; & c'eſt à cette matiére, renfermée dans le Fer, que ſont probablement dûs la plûpart des effets que nous venons de rapporter.

Quoi-que nous croyions qu'il y a plus de matiére magnetique dans le Fer chaud que dans le Fer froid, nous ne penſons pas cependant que le Fer chaud ſoit plus en état de s'aimanter lui-même ou d'aimanter l'Acier, que ne l'eſt le Fer froid; ſi nous l'euſſions penſé, nous euſſions bien-tôt trouvé dans les boutiques des ouvriers en Fer de quoi nous défaire de cette erreur. Nous avons dit que tous les outils qui coupent ce métal à froid ſont aimantez; mais nous dirons à preſent qu'au

qu'au contraire tous les outils qui coupent le Fer à chaud, n'ont nulle vertu attractive. Il y a plus : c'eſt qu'on fait perdre cette vertu à un outil aimanté, ſi on lui fait couper du Fer rougi par le feu.

Que l'Acier ne s'aimante point, en coupant un Fer rouge, c'eſt encore un effet qui s'accorde parfaitement avec ce que nous avons voulu établir ſur les tourbillons empriſonnez en quelque ſorte dans le Fer. Le taillant de l'outil a beau preſſer le Fer chaud, il ne met pas pour cela la matiére magnetique à l'étroit, il ne la force point à s'ouvrir une route au travers de ſes pores, les parties du Fer rouge ſont écartées les unes des autres, elles preſentent de toutes parts des paſſages; d'ailleurs ſes parties tiennent peu enſemble, elles reſiſtent foiblement à la force qui tend à les ſéparer.

Il y a un peu plus de difficulté à expliquer pourquoi l'Acier aimanté perd ſa vertu en coupant le Fer chaud. Peut-être faut-il l'attribuer à ce qu'il s'échauffe alors lui-même; qu'il ſe fait une agitation dans ſes parties, qui produit autant de changement dans leur ſituation qu'il en faut pour boucher des paſſages par où la matiére magnetique avoit ſon cours. Quoi-que les parties de l'Acier qui penetre dans le Fer chaud, deviennent plus écartées les unes des autres, les canaux, dans leſquels circuloit la matiére magnetique, ſont dérangez. Enfin ſi on veut, on ſuppoſera que dans l'inſtant de la percuſſion, l'outil fait, pour ainſi dire, corps avec le Fer chaud, & que les routes étant plus libres dans le Fer chaud, que dans l'Acier,

qui

qui alors a un degré de chaleur bien inferieur à celui du Fer, la matiére magnetique de l'Acier l'abandonne pour circuler dans le Fer.

La premiére de nos experiences, & celle qui a donné occaſion à toutes les autres, c'eſt celle des outils d'Acier qui s'aimantent en coupant le Fer; j'ai cru devoir éprouver ſi ces mêmes outils ne s'aimanteroient pas en coupant d'autres corps de differentes duretez. J'ai eſſayé ſur de la limaille des ciſeaux qui avoient coupé beaucoup de bois, d'autres qui avoient coupé du Cuivre, & enfin d'autres qui avoient coupé des pierres plus dures que le Fer. Je leur ai trouvé à tous quelque vertu attractive, plus foible cependant dans les outils qui n'avoient coupé que du bois, que dans ceux qui avoient coupé du Cuivre. Ces experiences n'ont rien de contraire à celles que nous avons rapportées, & aux explications que nous en avons données, puiſque nous avons vû que le Fer ou l'Acier frappé par le marteau, ou preſſé, ou tourmenté de quelque façon que ce ſoit, prend un certain degré de vertu attractive. On pourroit pourtant en conclure que c'eſt inutilement que nous avons fait paſſer de la matiére magnetique du Fer qui eſt coupé dans le ciſeau qui le coupe; que les ciſeaux qui coupent le Fer ne s'aimantent plus vigoureuſement que ceux qui coupent le bois, ou même le Cuivre, que parce qu'ils ſont plus preſſez, que parce qu'ils agiſſent contre un corps plus dur. Deux remarques vont lever ce doute, & prouveront que l'explication doit ſubſiſter en ſon entier. La prémiere eſt que l'outil, en coupant des pierres plus dures que le Fer, ne s'ai-

s'aimante pas, à beaucoup près, auſſi fortement qu'en coupant le Fer. La ſeconde eſt que ſi avec ces mêmes outils qui ont coupé pendant long-temps du bois, du Cuivre, des pierres, ou coupé ſeulement une demi-ligne épais de Fer; qu'on donne à ces outils un ſeul coup pour leur faire couper le Fer, on leur fera prendre dans l'inſtant plus de huit à dix fois autant de force qu'ils n'en avoient pû acquerir. Ce ſurplus ſi conſiderable ne vient donc pas de la reſiſtance qu'oppoſe le Fer qui a été entaillé, mais de la matiére magnetique qu'il a fournie.

La figure des outils d'Acier contribuë à augmenter la force attractive qu'ils prennent en coupant le Fer. Un ciſeau dont le taillant eſt plat, s'aimante moins vigoureuſement qu'un poinçon dont la pointe eſt conique. On peut le remarquer, en comparant les effets de differents outils, mais j'en ai fait l'épreuve de la façon la moins équivoque. J'ai fait forger une ſeconde fois le taillant d'un ciſeau, je l'ai fait changer en une pointe conique, & alors il a attiré plus fortement. Toutes choſes, d'ailleurs égales, la groſſeur de l'outil contribuë auſſi à augmenter ſa force.

Ce qui pourtant eſt ſur-tout neceſſaire à l'outil, c'eſt d'avoir une certaine longueur; on a beau lui donner du diametre, s'il eſt extremement court, il ne s'aimante point, ou preſque point. J'ai fait forger des poinçons qui n'avoient qu'un pouce de longueur, & qui avoient huit ou neuf lignes de diametre, ils n'attiroient que quelques grains de limaille, après avoir percé bien du Fer. Au

lieu

lieu que des poinçons longs de trois à quatre pouces, & qui n'avoient pas une ligne ou une ligne & demie de diametre, attireroient de petits clouds. Nous avons fait faire une remarque pareille ſur les Fers qu'on aimante en les caſſant. Lorſqu'un des bouts faits par la caſſure eſt court, il n'attire rien, ou preſque rien; il faut une certaine longueur au Fer pour donner aſſez d'entrée à la matiére magnetique, la groſſeur n'y ſupplée pas; l'augmentation de la force attractive que peut prendre un morceau de Fer, n'eſt nullement proportionnelle à ſa maſſe. L'on en trouvera une raiſon aſſez ſatisfaiſante, ſi on fait attention que cette force eſt d'autant plus grande, que la matiére qui la produit paſſe en plus grande quantité par un même endroit. De-là vient que certains Aimants armez ſont cent ou deux cens fois plus forts qu'avant d'être armez. Prenons deux cylindres de Fer de maſſe égale, mais dont l'un ſoit beaucoup plus long que l'autre, & ſuppoſons qu'il entre dans l'un & dans l'autre une égale quantité de matiére magnetique; ce qui eſt tout ce que nous pouvons ſuppoſer de plus favorable au plus gros cylindre, puiſqu'il a moins de ſurface. Si la matiére qui entre dans l'un & dans l'autre, & qui ſort de l'un & de l'autre, vient ſe réünir aux deux bouts, qui ſont les deux poles, il eſt ſûr que celui qui a le moins de diametre ſera plus puiſſant que celui qui en a le plus en raiſon renverſée des baſes ou des quarrés de diametres, puiſque la quantité de matiére qui paſſera par chacun des points de l'un, ſera à la quantité de matiére qui paſſera par chacun

chacun des points de l'autre dans ce rapport. Il y a peut-être encore bien d'autres circonſtances qui contribuent à augmenter la force du petit cylindre, mais elles nous meneroient loin, & il ſuffit ici d'avoir entrevû que la difference des longueurs peut produire des augmentations de force attractive.

En commençant ce Memoire, nous avons fait mention des pelles & des pincettes qui ſe trouvent ordinairement aimantées, ou qui ont deux poles, dont l'un attire une des pointes de l'Aiguille, & repouſſe l'autre, & dont l'autre pole produit des effets contraires. Nous finirons par quelques remarques que nous avons faites ſur cette experience, & par quelques autres experiences qu'elle nous a donné occaſion de faire, qui montrent avec quelle facilité le Fer s'aimante. L'experience des pelles & des pincettes ne manquera jamais, ſi on a attention à quelques circonſtances, ſavoir de les preſenter à l'Aiguille, dont le ſupport ſoit poſé ſur quelque plan fixe, & de les tenir toûjours verticalement, ou à peu-près, & dans le même ſens où elles étoient placées dans la cheminée; alors on ne manquera pas de trouver les deux poles, dont l'inferieur attirera la pointe de l'Aiguille qui ſe dirige vers le Sud, & le ſuperieur celle qui ſe dirige vers le Nord. On trouvera quelquefois les mêmes poles, ſi on tient ces Inſtrumens horiſontalement, & qu'on les faſſe gliſſer auprès de l'Aiguille; quelquefois auſſi on ne les retrouvera pas, mais il ſera rare qu'on les trouve, ſi on renverſe ces inſtrumens de haut embas. Peut-être que ces circonſtances aux-

quelles on n'a pas toûjours fait aſſés d'attention, ont fait regarder cette experience comme incertaine, & ont empêché qu'on la ſuivît davantage. Il m'a paru qu'on étoit convaincu que les pincettes & les pelles devoient leurs poles à la ſituation où elles ont été pendant un long-temps; ç'a été au moins le ſentiment de M. *Rohault*.

Mais en repetant ces experiences, j'ai reconnu qu'il n'y avoit guere de Fer moins propre à les faire que ceux des pelles & des pincettes. J'ai voulu eſſayer en combien de temps une barre de Fer, une verge de Fer, & tout morceau de Fer droit, poſé verticalement, acquereroit deux poles qui feroient ſur l'Aiguille aimantée le même effet que ceux de l'Aimant; & j'ai été ſurpris, lorſque j'ai vû qu'il ne falloit préciſément qu'un inſtant à tout Fer droit pour les acquerir. On peut bien appeller un inſtant le temps qu'il faut pour retourner une barre de Fer, le haut embas, & il n'en faut pas davantage. Ayant placé, comme je l'ai dit ci-deſſus, le ſupport de mon Aiguille aimantée ſur un plan fixe, j'ai preſenté à une des pointes de cette Aiguille, tantôt le bout inferieur de cette barre, & tantôt le bout ſuperieur; & ſelon le bout de cette barre que j'avois approché de l'Aiguille, j'ai élevé ou abaiſſé cette barre, en la tenant verticalement, deſorte que chacun de ſes points a été ſucceſſivement à la hauteur de l'Aiguille; le bout inferieur de cette barre attiroit la pointe de l'Aiguille qui eſt ordinairement tournée vers le Sud, & vers le bout ſuperieur il y avoit un pole qui attiroit au contraire

traire la pointe du Nord. Si sur le champ je retournois la barre le haut embas, sur le champ les poles étoient changés, c'étoit toûjours le bout d'embas qui attiroit la pointe du Sud. La même experience avoit été faite long-temps avant moi par le Pere *Grimaldi*, comme il paroît par l'article 51 de la sixiéme proposition de son Traité de la Lumiére. Au reste ce que nous venons de dire d'une barre, nous l'avons experimenté sur toutes sortes de morceaux de Fers droits, comme sur du fenton, des verges de vitres, du fil de Fer, &c.

Il suit de ces experiences que le Fer a une grande disposition à être aimanté; que la matiére magnetique le penetre bien aisément, & change avec une grande facilité l'arrangement qu'elle avoit donné à ses pores, ou aux parties de ses pores, pour s'y menager des passages, puisqu'elle peut changer sur le champ les poles qu'elle lui a donnés. S'il ne se fait pas un changement de poles si subit dans les pelles & dans les pincettes qu'on retourne le haut embas, c'est à leur figure qu'il faut en attribuer la cause, la courbure de ces Instrumens oppose un obstacle au cours de la matiére magnetique. On croiroit peut-être que cette courbure a moins de part à cet effet que la position dans laquelle elles ont été pendant long temps; que cette position a donné à la matiére magnetique la facilité de se faire des routes qu'elle ne peut changer dans un instant. Le Pere *Grimaldi* même, dans l'article 52 de la proposition que nous venons de citer ci-dessus, assure qu'une barre qui a

reſté long-temps droite, n'a plus l'eſpece d'indifference dont nous avons parlé, à attirer par chacun de ſes bouts l'une ou l'autre pointe de l'Aiguille; & cela peut être, puiſque par la ſuite des ſiécles une barre de Fer peut devenir de veritable Aimant. Mais je ne ſai à combien va le temps neceſſaire pour donner à une barre de Fer des poles qui ne puiſſent pas être changés ſur le champ, il y faut peut-être des ſiécles, ou une longue ſuite d'années; ce que je ſai, c'eſt que des mois n'y ſuffiſent pas. J'ai preſenté à une Aiguille aimantée un barreau de fonte de Fer, long de deux pieds & demi, & d'un pouce en quarré, qui avoit reſté au moins dix mois dans une poſition verticale. Le bout inferieur n'a pas manqué d'atrirer la pointe du Sud, mais après que je l'ai eu retourné, le bout qui avoit reſté en haut pendant ſi long-temps, a dans l'inſtant attiré la pointe du Sud, c'eſt-à-dire, que les poles de ce barreau ont été changés dans l'inſtant.

La remarque par laquelle nous finirons ce Memoire, c'eſt que le pole qui attire la pointe du Nord eſt toûjours plus éloigné du bout ſuperieur du Fer que le pole, qui attire la pointe du Sud, ne l'eſt du bout inferieur. Quelquefois le pole inferieur ſe trouve preſque dans le bout même, & n'a de force qu'aux environs, pendant que le pole ſuperieur eſt conſiderablement éloigné du bout ſuperieur, & que la force de ce pole ſe conſerve juſqu'au haut de la barre. Eſt-ce que la matiére magnetique entreroit dans le Fer par ſon bout inferieur, & s'é-

cha-

chaperoit ensuite en s'approchant du bout supérieur ?

SUR LE DERNIER PASSAGE attendu de Mercure dans le Soleil, & sur celui du mois de Novembre de la presente année 1723.

Par M. DELISLE le Cadet.

*DEPUIS la découverte des Lunettes, Mercure n'a encore été vû que sept fois dans le Soleil, quoi-qu'on l'y ait attendu quelques autres fois. La derniere fois qu'on a crû qu'il y passeroit, a été le 8 Mai 1720 au matin; auquel jour, suivant les Tables les plus recentes, il devoit encore paroître dans le Soleil quelque temps après son lever.

Sur cette esperance que presque toutes les Tables avoient donné de pouvoir voir Mercure dans le Soleil le 8 Mai au matin, j'ai été attentif à regarder le Soleil dès le 7 au soir. Il y avoit dans ce temps-là plusieurs Taches sur le Soleil, dont j'avois déterminé exactement la situation, pour y pouvoir comparer Mercure, lorsqu'il paroîtroit; il ne parut point de toute la journée du 7, où le temps fut assés favorable à *Paris*. Le 8 au matin, le Soleil se leva dans un brouillard dont il se dégagea quelques minutes après, mais

* 2 Juin. 1723.

mais Mercure ne parut point, enſorte que je fus aſſuré que ſi Mercure avoit paſſé dans le Soleil, il en étoit ſorti avant $4^h \frac{1}{4}$ du matin.

M. *Kirch*, Aſtronome de la Societé Royale de *Pruſſe*, eut auſſi le temps aſſés favorable à *Berlin*; mais il n'apperçût point non plus Mercure ſur le Soleil, quoi-qu'il ait pû voir le Soleil peu après ſon lever, trois quarts d'heure pluſtôt qu'il n'a parû à *Paris*: ainſi on a pû être aſſuré qu'à 4^h du matin à *Paris*, Mercure n'étoit plus ſur le Soleil.

On a auſſi regardé attentivement le Soleil dès ſon lever le 8 au matin à *Konigsberg* en *Pruſſe*, à *Nuremberg*, à *Strasbourg*, à *Wittemberg*, mais dans aucun de ces lieux on n'a pû voir Mercure, quoi-que le temps y ait été par-tout aſſés diſpoſé. Ce qui a fait reconnoître, ou que Mercure n'étoit point entré dans le Soleil à cauſe de ſa trop grande latitude, ou que ce paſſage s'étoit fait avant le lever du Soleil.

On peut avec plus de raiſon eſperer de voir cette année Mercure dans le Soleil, parce que dans ſa conjonction inferieure qui arrivera le 9 Novembre au ſoir, il n'aura que 4 à 5 minutes de latitude ſeptentrionale. Par les Tables de M. *de la Hire*, cette conjonction arrivera à *Paris* à $5^h\ 30'\ 20''$; l'entrée du centre de Mercure dans le Soleil ſera à $2^h\ 45'\ 38''$, & ſa ſortie à $8^h\ 1'\ 58''$, & il paſſera à $4'\ 28''$ du centre du Soleil vers le Septentrion. Les Ephemerides de *Manfredi* font arriver cette Eclipſe une demi-heure plus tard, & font paſſer Mercure une demi-minute ſeulement plus loin du centre

du

du Soleil. Voici la methode & les principes sur lesquels j'ai déterminé les circonstances de ce passage que je viens de rapporter.

La conjonction de Mercure avec le Soleil, vûë de la Terre, est la rencontre apparente du centre de Mercure dans le cercle de latitude qui passe par le centre du Soleil. Au moment de cette conjonction, Mercure, vû du centre du Soleil, y paroît en conjonction avec la Terre; ce qui fournit le moyen de calculer les conjonctions apparentes de Mercure avec le Soleil, vûës de la Terre, en n'employant que les longitudes de Mercure, vûës du Soleil, telles que les Tables astronomiques les donnent immediatement, & comparant ces longitudes avec le lieu de la Terre, vû du Soleil, qui est toûjours opposé au lieu du Soleil, vû de la Terre.

C'est de cette maniére que j'ai remarqué le temps de la conjonction de Mercure avec le Soleil à $5^h\ 30'\ 20''$. Suivant les Tables de M. *de la Hire*, ayant trouvé que la longitude heliocentrique de Mercure, réduite à l'Ecliptique, étoit pour ce temps-là de $16°\ 46'\ 29''$ ♉ précisément opposée à la longitude vraye du Soleil, qui est de $16°\ 46'\ 29''$ ♏.

L'inclinaison de Mercure ou sa latitude heliocentrique se trouve par les mêmes Tables au même moment, de $9'\ 44''$ septentrionale, & la distance de Mercure à son nœud ascendant, prise sur l'Ecliptique, de $1°\ 20'\ 46''$. D'où l'on conclud l'angle de l'orbite de Mercure avec le cercle de latitude dans cette conjonction de $83°\ 8'\ 7''$. Sur ces é-

lemens & sur les mouvemens horaires vrais de Mercure & du Soleil, tirés des mêmes Tables, le premier de 15′ 17″ ½, & l'autre de 2′ 31″, reste à conclure le mouvement apparent de Mercure à la Terre, vû du Soleil, la Terre étant supposée fixe au point où elle se trouve au moment de la conjonction.

Soit CD, l'Ecliptique (*Fig.* 1.) C, le lieu heliocentrique de la Terre au moment de la conjonction, c'est-à-dire, lorsque le centre de Mercure se trouve dans le cercle de latitude CA, comme en A; soit par conséquent CA, la latitude de Mercure, & AF, son orbite, faisant avec le cercle de latitude, l'angle FAG de 83° 8′ 7″. Soit pris sur cet orbite, AF égal au mouvement horaire vrai de Mercure. Soit aussi pris sur l'Ecliptique, CD égal au mouvement horaire vrai du Soleil. Si l'on imagine les points D, F, joints ensemble, & par le point C, CE parallele & égale à DF; AE fera le mouvement horaire apparent de Mercure à la Terre, vû du Soleil, la Terre étant supposée fixe au point C.

Par les nombres posés ci-devant, l'on trouve le logarithme de ce mouvement horaire AE de 2, 8852504, en resolvant le triangle rectiligne AEF, dans lequel on connoît AF de 1517″ ½ ou 9′ 17″ ½. $FE=CD$ de 2′ 31″ ou 151″, & l'angle, compris AFE, de 6° 51′ 53″, complement de l'angle FAG, que l'on a dit être de 83° 8′ 7″. L'on trouve aussi par la résolution du même triangle, l'angle GAE de l'inclinaison apparente de l'orbite de Mercure sur le cercle de latitude de 81° 47′ 18″.

Si

Si presentement l'on abaisse du point *C* une perpendiculaire *CM* sur cette orbite vûë, elle y déterminera le point *M*. de la plus proche distance apparente de Mercure à la Terre, vûë du Soleil, que l'on trouve de 9′ 38″ par la résolution du triangle rectiligne *ACM* rectangle en *M*, dans lequel on connoît, outre l'angle *CAM* de l'inclinaison apparente de l'orbite de Mercure avec le cercle de latitude, l'hypothenuse *AC* de 9′ 44″ ou 584″. L'on trouve aussi par la résolution du même triangle *ACM*, la valeur de *AM*, & le temps que Mercure employe à le parcourir, qui est de 6′ 32″, à raison de son mouvement horaire *AE*. Ainsi ayant le temps de la conjonction de Mercure en *A* à 5ʰ 30′ 20″, on en conclut le moment de la plus proche distance des centres en *M* à 5ʰ 23′ 48″. Ce moment de la plus proche distance apparente des centres de Mercure & de la Terre, vûë du Soleil, est aussi celui de la plus proche distance apparente des centres de Mercure & du Soleil, vûë de la Terre, & ainsi par les seuls mouvemens de Mercure & de la Terre considerés du Soleil, on en peut déterminer le moment de sa conjonction apparente de Mercure avec le Soleil & le milieu du passage de Mercure dans le Soleil, vû de la Terre.

On peut aussi déterminer l'entrée & la sortie de Mercure du disque du Soleil, tels qu'ils sont vûs de la Terre, & cela sans employer d'autres élemens que ceux que l'on vient de rapporter du mouvement de Mercure & de la Terre, vû du Soleil. En voici l'expedient.

Ayant ſuppoſé le Soleil & la Terre immobiles, lorſque l'on a recherché le mouvement apparent de Mercure à l'égard de la Terre, vû du Soleil; ayant, dis-je, fait cette ſuppoſition, la ligne qui joint les centres du Soleil & de la Terre, doit auſſi être cenſée immobile. De plus, ſi l'on imagine du centre T de la Terre (*Fig.* 2.) une infinité de lignes TP, TR, qui touchent le Soleil, & qui forment par conſequent la ſuperfieie d'un cône, dont l'angle au ſommet PTR eſt égal au diametre apparent du Soleil, vû de la Terre; ce cône retranchera dans l'orbe de Mercure un cercle NQ, qui eſt la projection de tout le diſque du Soleil dans l'orbe de Mercure, & il eſt évident que lorſque Mercure viendra à rencontrer, par ſon mouvement propre ſur ſon orbe, la circonference de ce cercle, il paroîtra de la Terre entrer ou ſortir du diſque du Soleil.

Pour déterminer ces momens de rencontre, j'imagine que ce même cercle de projection du diſque du Soleil dans l'orbe de Mercure ſoit vû du centre S du Soleil. Il y paroîtra ſous un angle NSQ qui ſera facile à trouver, connoiſſant l'angle NTQ du diametre apparent du Soleil, vû de la Terre, & le rapport des diſtances SO, TO de Mercure au Soleil & à la Terre, que l'on tire des Tables aſtronomiques: car les tangentes des complemens de ces angles NSQ, NTQ, ſont entr'elles dans le rapport des diſtances SO, TO. Il n'y a donc plus qu'à imaginer du point C, comme centre (*Fig.* 1.) un cercle décrit de telle grandeur, qu'il paroiſſe du Soleil ſous un angle égal à l'angle NSQ

NSQ (*Fig.* 2.) car les points *H*, *I*, de rencontre de ce cercle & de l'orbite apparente *AE* de Mercure à l'égard de la Terre ſuppoſée immobile en *C*; ces points de ſection, dis-je, ſeront ceux de l'entrée & de la ſortie du centre de Mercure dans le Soleil, tels qu'ils ſeroient vûs du centre de la Terre.

Par les Tables de M. *de la Hire*, les diſtances *SO*, *TO*, de Mercure au Soleil & à la Terre ſont dans le rapport de 31333 à 67646, & le diametre apparent du Soleil eſt de 32′ 30″. D'où l'on conclut le demi-diametre apparent *NSO* ou *CI* de 35′ 5″ ou 2105″. C'eſt pourquoi dans le triangle rectiligne *MCI*, rectangle en *M*, connoiſſant l'hypothenuſe *CI* & le côté *CM* (la plus proche diſtance des centres de Mercure & de la Terre, que l'on a trouvée ci-devant de 9′ 38″ ou 578″) l'on en conclut aiſément le troiſiéme côté *MI*, qui étant converti en temps, à raiſon du mouvement horaire *AE*, donne la demi-durée du paſſage du centre de Mercure dans le Soleil de 2ʰ 38′ 10″, laquelle ajoûtée & ſouſtraite du milieu de ce paſſage trouvé à 5ʰ 23′ 48″, il en reſulte, l'entrée du centre de Mercure dans le Soleil à 2ʰ 45′ 38″, & ſa ſortie à 8ʰ 1′ 58″. L'on trouve auſſi la plus proche diſtance apparente des centres de Mercure & du Soleil, vûë de la Terre, de 4′ 28″, dont Mercure doit paſſer au Septentrion du centre du Soleil, vû du centre de la Terre; ce que l'on a trouvé, en conſiderant que les tangentes de ces plus proches diſtances apparentes de Mercure à la Terre, vûës du

Soleil, ou de Mercure au Soleil, vûës de la Terre; que ces tangentes, dis-je, ſont en raiſon directe des diſtances réelles de Mercure au Soleil & à la Terre.

Les déterminations précedentes ne donnent l'Eclipſe que comme elle doit paroître du centre de la Terre; il y a à l'égard de ſa ſurface quelque difference à laquelle il eſt inutile d'avoir égard dans la prédiction de l'Eclipſe; mais lorſque l'Eclipſe a été obſervée exactement, il y faut avoir égard, & réduire les apparences obſervées de la ſuperficie de la Terre à ce qu'elles auroient dû être, étant vûës du centre de la Terre; la difference de ces aſpects ſert même à trouver la parallaxe de Mercure au Soleil, d'où l'on conclut celle du Soleil.

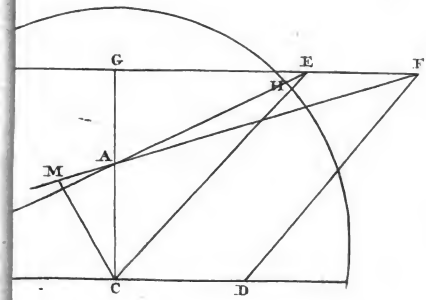
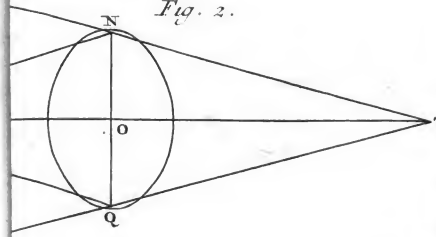


Fig. 2.



NAPOLI

DIVERSES EXPERIENCES D'OPTIQUE.

Par M. MARALDI.

PREMIERE PARTIE.

Experiences d'Optique, faites en plein Soleil.

TOUT ce qui regarde l'Optique eſt curieux, & dans cette Science, comme dans les autres, les choſes les plus petites meritent nôtre attention. Ces matiéres peuvent même être utiles, par le rapport qu'elles ont avec la lumiére qui nous intereſſe ſi fort. L'Aſtronomie y peut trouver auſſi ſes avantages. C'eſt dans ces vûës que j'ai fait les experiences ſuivantes, & que je les ai accompagnées des reflexions que j'ai crû les plus propres à rendre raiſon des apparences obſervées. Voici donc ces experiences.

J'ai expoſé en plein ſoleil un Cylindre long de 3 pieds & de 6 lignes $\frac{1}{2}$ de diametre; ſon ombre ayant été reçûë ſur un papier proche, étoit par-tout également noire & aſſés bien terminée. Elle conſervoit le même

* 29 Mai 1723.

degré d'obſcurité depuis le Cylindre juſqu'à la diſtance de 23 pouces. Plus loin on commençoit à voir une ombre de deux differentes denſités; car les deux extremités de l'ombre, formées par la longueur du Cylindre, étoient terminées par deux traits d'ombre noire qui avoient un peu plus d'une ligne de largeur. Au milieu de ces deux traits, on voyoit une lumiére foible répanduë également dans l'ombre, ce qui formoit un penombre uniforme, beaucoup plus foible que les deux traits exterieurs dont on vient de parler, & plus foible auſſi que l'ombre reçûë proche du Cylindre. (*Fig.* 1.) A meſure que l'on éloignoit du Cylindre le papier ſur lequel l'ombre étoit reçûë, les deux traits noirs conſervoient à peu-près la même largeur qu'auparavant, & le même degré d'obſcurité, mais la penombre du milieu paroiſſoit plus claire, & ſa largeur diminuoit de maniére, que les deux traits noirs placés aux deux extremités de l'ombre, s'approchoient l'un de l'autre, juſqu'à ce qu'enfin l'ombre ayant été reçûë à la diſtance de 60 pouces, les deux traits ſe confondoient l'un avec l'autre, & la penombre du milieu a diſparu.

Plus loin de l'union des deux traits noirs, on continuoit à voir une penombre foible, aſſés mal terminée, qui augmentoit en largeur à meſure qu'elle étoit reçûë plus loin, & qui étoit encore ſenſible à une grande diſtance.

Outre cette ombre noire & obſcure que formoit le Cylindre proche du corps opaque, on voyoit une penombre fort étroite & fort foible aux deux côtés exterieurs de l'ombre

bre plus denſe. Enſuite de la penombre, on voyoit un trait de lumiére plus claire que celle qui étoit reçûë ſur le reſte du papier en plein ſoleil.

La largeur de la penombre exterieure alloit en augmentant à meſure que l'ombre étoit reçûë loin du Cylindre. Le trait de lumiére qui ſuivoit après la penombre, s'étendoit auſſi, mais ſon éclat s'affoibliſſoit, étant reçûë loin du corps opaque.

Voilà les differentes apparences que nous avons remarquées dans l'ombre du Cylindre long de 3 pieds & de 6 lignes de diametre, reçûë ſur un papier à differentes diſtances.

J'ai fait les mêmes experiences avec un Cylindre long de 3 pieds & de 9 lignes de diametre, & on voyoit des apparences ſemblables. Son ombre reçûë proche, étoit noire & bien terminée; on commençoit à voir la penombre au milieu de deux traits d'ombre plus obſcurs à 34 pouces de diſtance, la penombre du milieu s'affoibliſſoit & devenoit plus claire à meſure qu'on la recevoit plus loin, & à 91 pouces les deux traits ſe confondoient, & l'ombre diſparoiſſoit.

Un troiſiéme Cylindre d'un pouce & onze lignes, commençoit à faire l'ombre de deux differentes denſités, à ſix pieds de diſtance du Cylindre, & les deux traits ſe confondoient à 17 pieds où l'ombre diſparoiſſoit.

Un quatriéme Cylindre de deux pouces trois lignes de diametre commençoit à faire la penombre au milieu de deux traits noirs à 7 pieds 10 pouces de diſtance du Cylindre, & l'ombre diſparoiſſoit à 20 pieds 6 pouces.

Au

Au reſte tous ces Cylindres, outre la penombre au milieu de deux traits noirs, faiſoient des appparences ſemblables à celles que nous avons remarquées dans l'ombre du premier ; c'eſt-à-dire, une penombre fort foible à chaque côté exterieur du trait d'ombre plus obſcur, enſuite le trait de lumiére avec de ſemblables diverſités que nous avons remarquées dans l'ombre du premier, reçûës à differentes diſtances.

De ces quatre experiences, on peut inferer que tout corps opaque, de figure cylindrique, étant expoſé en plein ſoleil, fera des apparences ſemblables à celles que nous avons remarquées dans les obſervations précedentes.

Reflexions ſur ces Obſervations.

Puiſque le premier Cylindre qui a 6 lignes & demie de diametre, commence à faire l'ombre de deux differentes denſités à 23 pouces de diſtance, diviſant ce nombre par le diametre du Cylindre, qui eſt de 6 lignes & demie, on a pour quotient 42 ; d'où il paroît que cette diſtinction d'ombres commence à être ſenſible à 42 diametres du Cylindre ; & puiſque ſon ombre diſparoît à 60 pouces de diſtance, diviſant 60 pouces par 6 lignes & demie, on a 110 diametres du Cylindre pour le terme de ſon ombre. C'eſt à peu-près la diſtance, comme l'on ſait, juſqu'où les corps opaques doivent jetter leurs ombres, à cauſe de la grandeur apparente du demi-diametre du Soleil ; car ce demi-diametre étant de 16 minutes, on trouve par la Trigono-

gonometrie que l'ombre de tout corps opaque doit terminer à 110 diametres du corps, avec une difference tantôt plus grande, tantôt plus petite, ſuivant que le demi-diametre apparent du Soleil eſt tantôt plus grand, tantôt plus petit.

Nous avons remarqué que dans l'ombre du ſecond Cylindre, qui a 9 lignes de diametre, on commence à voir l'ombre diſtinguée en deux differentes denſités à 34 pouces de diſtance, qui ſont 45 diametres du Cylindre, & que ſon ombre diſparoît à 121 diametres.

De même le troiſiéme Cylindre d'un pouce & 11 lignes commence à faire les ombres diſtinguées en deux differentes denſités à 6 pieds, qui ſont 38 diametres du Cylindre, & l'ombre finit à 17 pieds 6 pouces, qui ſont 109 diametres du Cylindre.

Enfin dans l'ombre du quatriéme Cylindre, qui eſt de 2 pouces 3 lignes, on commence à voir la diſtinction de deux ombres à 7 pieds 10 pouces, qui ſont 42 diametres du Cylindre, & l'ombre ſe termine à 20 pieds 6 pouces, qui en ſont 108 diametres.

On peut donc inferer de ces quatre experiences, que tout corps opaque cylindrique, expoſé en plein ſoleil, fait une ombre qui paroît noire & pure depuis le Cylindre juſqu'à la diſtance de 38 à 45 diametres du Cylindre qui la forme, & que plus loin cette ombre n'eſt plus pure ni uniforme, mais diſtinguée, comme nous avons dit, en deux traits d'ombre plus obſcure que le reſte, au milieu deſquels on voit une penombre dont l'obſcurité diminuë à meſure qu'elle eſt éloignée du Cylindre.

Dans

Dans les experiences précedentes, on trouve une difference de 7 diametres dans la distance où differents Cylindres commencent à faire la distinction de deux ombres, la plus grande ayant été trouvée de 45 diametres, la plus petite de 38. Cette difference peut venir en partie de la difficulté qu'il y a de distinguer toûjours préciſément le terme où commence cette diſtinction, à cauſe qu'elle ſe fait par des degrés inſenſibles, ne l'ayant pas toûjours trouvée préciſément à la même diſtance dans un même Cylindre: elle peut venir auſſi en partie de la differente clarté du Soleil au temps des experiences; car nous avons remarqué qu'on apperçoit plus loin du même Cylindre la difference des ombres, lorſque le Soleil eſt fort peu élevé ſur l'horiſon, ou moins lumineux, que lorſqu'il eſt plus élevé & plus clair; mais en prenant un milieu entre la plus petite diſtance & la plus grande, on aura une diſtance moyenne de 41 diametres du Cylindre, où commence à ſe faire la diſtinction entre la penombre & les deux traits d'ombre plus obſcure.

Pour expliquer ces apparences, nous ſuppoſons que de tous les rayons du Soleil qui rencontrent le Cylindre, une partie ſeulement ſe reflechit ſur elle-même, qu'une autre partie ſe reflechit de chaque côté du Cylindre, & enfin qu'une autre partie ne ſe reflechit point, mais qu'elle ſe gliſſe de côté & d'autre du Cylindre, & refluant, pour ainſi dire, derriére le Cylindre, comme fait l'eau d'une riviére autour d'un pilier d'un pont; cette lumiére qui refluë ainſi, penetre dans l'om-

l'ombre, & la rend moins noire qu'elle ſeroit ſans ces rayons.

La raiſon pourquoi cette ombre proche du corps opaque ne paroît pas éclairée par des rayons qui refluent, mais ſeulement à une certaine diſtance, vient peut-être de ce que ces rayons entrent d'abord dans l'ombre ſéparez les uns des autres, comme on verra dans les experiences rapportées dans la ſeconde partie de ce Memoire, ce qui eſt cauſe qu'ils ne ſont pas viſibles dans la ſection de l'ombre qui eſt proche; mais ces rayons venant à ſe joindre à une certaine diſtance, & à tomber tous dans le même endroit, ils y ſont plus ſenſibles, & rendent par conſequent l'ombre moins noire. On peut encore expliquer cette apparence, en ſuppoſant que les rayons du Soleil qui refluent dans l'ombre, étant en petite quantité par rapport à ceux qui ſont reflechis par le corps opaque, ne ſont pas ſenſibles proche, à cauſe qu'ils y ſont rares, & occupent dans l'ombre un eſpace trop grand par rapport à leur quantité, mais ils commencent à être ſenſibles dans une ſection d'ombre plus petite, où ils ſont plus preſſez enſemble, & où ils y occupent une plus petite étenduë. C'eſt auſſi par cette raiſon que la penombre devient plus claire à meſure qu'elle eſt reçûë plus loin de l'objet, où la même quantité de rayons qui refluent occupe encore une plus petite étenduë que dans la ſection où la penombre commence à être ſenſible. Voilà de quelle maniére nous croyons que ſe forme la penombre au milieu de deux bandes noires qui ſont à l'extremité de l'ombre,

&

& pourquoi elle ne commence à être ſenſible qu'à une certaine diſtance du corps opaque.

Pour expliquer la formation des deux bandes noires qui ſont à chaque côté de la penombre, nous ſuppoſons que les rayons qui refluent gliſſent un peu autour du Cylindre avant que de le quitter & avant que de penetrer l'ombre, comme on voit qu'il arrive à l'eau d'une riviére, quand elle paſſe par les piles d'un pont qui ſuit dans un certain eſpace le contour des piles; il n'y aura donc pas de rayons dans la partie de l'ombre qui répond aux deux bords du Cylindre, cette ombre y doit donc être plus noire que vers le milieu où elle eſt mêlée avec les rayons qui refluent: on doit par conſequent voir de cette maniére à chaque côté de la penombre deux traits noirs & plus obſcurs que le reſte. Ce qui eſt la ſeconde apparence que nous avons remarqué dans l'ombre du Cylindre expoſé en plein ſoleil.

La troiſiéme apparence eſt une penombre fort foible qui ſuit après les deux bandes noires, & qui eſt plus foible à meſure qu'elle s'éloigne du milieu vers la partie exterieure, elle vient de ce que cet eſpace n'eſt éclairé que des rayons qui partent ſeulement d'une partie du diſque du Soleil, ce qui eſt connu de tous ceux qui ont traité de l'Optique, c'eſt pourquoi on ne s'étendra pas davantage pour expliquer ce phenomene.

Enfin le trait de lumiére plus forte que la lumiére même du Soleil qui ſe peint ſur le papier enſuite de la penombre exterieure, vient, ſuivant toute apparence, des rayons du

du Soleil que nous avons ſuppoſé ſe reflechir de côté & d'autre ſur les deux bords du Cylindre, & qui ſe vont terminer à l'endroit du papier où il n'y a plus de penombre exterieure. Or ces rayons reflechis par les deux bords du Cylindre, joints avec les rayons directs qui viennent immediatement du Soleil, & qui tombent au même endroit du carton, font une lumiére plus forte & plus vive que celle qui eſt formée par les ſeuls rayons directs du Soleil. Peut-être auſſi que ces rayons reflechis par les bords du Cylindre, ſe répandent dans tout l'eſpace compris par la penombre exterieure formée, comme nous avons dit, par les rayons qui viennent ſeulement d'une partie du diſque du Soleil, mais cette lumiére reflechie n'eſt pas ſenſible dans cet eſpace, parce qu'elle y eſt mêlée avec la penombre, laquelle par cette raiſon eſt plus foible qu'elle ne ſeroit ſans cette lumiére reflechie. Elle eſt donc ſeulement ſenſible à ſon terme qui tombe hors de la penombre exterieure.

Experiences ſemblables aux précedentes, faites avec des Globes.

J'ai expoſé en plein ſoleil un Globe d'un pouce & 11 lignes de diametre; ſon ombre reçûë ſur un carton blanc, étoit noire & uniforme depuis le Globe juſqu'à la diſtance de 2 pieds 6 pouces; plus loin on commençoit à voir cette ombre de deux differentes denſités. L'ombre totale étoit terminée par un anneau obſcur, large d'un peu plus d'une ligne (*Fig.* 2.). Au milieu de cet anneau, il

il y avoit une aire circulaire d'une ombre beaucoup plus foible que l'ombre qui formoit l'anneau. En recevant l'ombre plus loin, l'aire circulaire & l'anneau obſcur diminuoient de grandeur. L'anneau conſervoit le même degré d'obſcurité, mais la penombre du milieu paroiſſoit plus claire. A la diſtance de 17 pieds 6 pouces du Globe, il n'y avoit plus de penombre, on voyoit ſeulement une petite obſcurité au milieu d'une penombre foible & fort large; à 18 pieds la petite ombre noire paroiſſoit encore aſſés bien terminée, & à 20 pieds on ne voyoit plus qu'une penombre foible & circulaire qui paroiſſoit augmenter à meſure que l'on éloignoit le papier ſur lequel l'ombre ſe peignoit.

Outre ces apparences qui ſe font dans l'ombre formée par le Globe, on voyoit vers la partie exterieure de l'anneau obſcur un autre anneau de penombre foible qui diminuoit de denſité plus il étoit éloigné de l'anneau obſcur. Après la penombre ſuivoit un trait circulaire de lumiére plus vive que celle qui étoit reçûë ſur le papier, & qui venoit immediatement du Soleil.

On voit par cette experience, que dans l'ombre du Globe il y a les mêmes apparences que dans l'ombre du Cylindre, avec cette difference ſeulement que dans l'ombre du Globe les apparences ſont circulaires comme les corps qui les forment; au lieu que dans l'ombre du Cylindre les apparences ſont terminées par des lignes droites.

Un ſecond Globe de cuivre de 3 pouces 7 lignes de diametre, expoſé en plein ſoleil

leil comme le premier, faiſoit une ombre noire juſqu'à la diſtance de 4 pieds; au delà on commençoit à voir, comme dans la premiére experience, la diſtinction de l'anneau obſcur avec la penombre: elle ſe voyoit plus diſtinctement à 4 pieds 6 pouces.

Un troiſiéme Globe de 5 pouces une ligne de diametre, expoſé en plein ſoleil, comme les deux autres, faiſoit l'ombre noire & uniforme juſqu'à la diſtance de 5 pieds & demi; à cette diſtance on commençoit à voir l'anneau d'ombre diſtinguée par la penombre qui étoit au milieu.

Un quatriéme Globe de 5 pouces 9 lignes & demie de diametre, faiſoit l'ombre pure juſqu'à la diſtance de 8 pieds & demi; plus loin on voyoit l'anneau d'ombre plus obſcur qui comprenoit une penombre comme les autres. Au reſte autour de l'ombre de tous ces Globes on voyoit les autres apparences que nous avons remarquées dans le premier.

Reflexions ſur ces Experiences.

Puiſque dans l'ombre faite par le Globe d'un pouce & 11 lignes, on commence à diſtinguer la difference des ombres à 2 pieds 6 pouces de diſtance du Globe, il ſuit que cette diſtinction ſe fait à 15 diametres du Globe; & comme l'ombre diſparoît à 17 pieds 6 pouces, elle ſe termine à 109 diametres du Globe; ce qui doit arriver à cauſe du demi diametre du Soleil qui détermine cette diſtance de l'ombre, comme nous avons dit à l'égard du Cylindre.

De

De même la diverſité de l'ombre formée par le Globe de cuivre de 3 pouces 7 lignes, ſe faiſant à 4 pieds de diſtance du Globe, on trouve qu'elle s'apperçoit à 15 diametres du Globe.

Dans le Globe de 5 pouces une ligne, la diſtinction des ombres de deux differentes denſitez ſe fait à 13 diametres, & dans le Globe de 5 pouces 9 lignes & demie, elle ſe fait à 17 diametres.

Il faut remarquer que cette diſtinction de penombre, avec l'anneau d'ombre plus obſcure, ne ſe fait pas toûjours préciſément à la même diſtance du même Globe, mais qu'on l'apperçoit quelquefois un peu plus loin, quelquefois plus proche du Globe, de-ſorte qu'il y a un peu de doute dans l'endroit précis où l'on diſtingue ces deux diverſités d'ombre, comme nous avons remarqué qu'il arrive dans l'ombre du Cylindre & par les mêmes raiſons ; mais cette difference n'eſt pas bien grande, de ſorte qu'en prenant un milieu entre la plus petite, qui eſt de 13 diametres du Globe, & la plus grande, qui eſt de 17, on aura une moyenne de 15 diametres où l'on commence à voir l'ombre du Globe diſtinguée en deux differentes denſités.

De ces quatre experiences, on peut inferer que tout corps ſpherique commence à faire une penombre ſenſible au milieu de ſon ombre à 15 diametres du Globe. On peut auſſi conclure des experiences du Globe & de celles du Cylindre, que tout corps opaque ne fait pas une ombre pure à une certaine diſtance du corps, & que cette diſtance doit être

tre differente selon les differentes figures des corps qui forment ces ombres.

Nous avons trouvé par des experiences très-constantes, rapportées ci-dessus, que dans l'ombre du corps cylindrique la penombre commence à paroître à la distance de 41 diametres du Cylindre, & que dans l'ombre des Globes elle se fait à 15 diametres du Globe. Donc dans l'ombre des Globes la difference des ombres commence à être sensible près de deux tiers plus proche, que dans l'ombre du corps cylindrique.

Cette difference entre la distinction de deux ombres du Cylindre & du Globe se connoît non seulement en comparant les experiences faites sur des Cylindres & des Globes de differents diametres, comparées ensemble, mais encore par des experiences faites avec un Cylindre & un Globe de même diametre; car ayant exposé en même temps en plein soleil un Globe d'un pouce & 11 lignes, & un Cylindre pareillement d'un pouce & 11 lignes, & ayant reçû les ombres de ces deux corps sur un même papier, nous avons trouvé entre la distinction des deux ombres une difference de plus de 20 diametres du corps, la distinction dans l'ombre du Cylindre s'étant faite à 38 diametres, & celle du Globe à 17. Ce qui ne peut pas être attribué à la difficulté d'appercevoir le terme de cette distinction, qui ne monte tout au plus qu'à 7 ou 8 diametres.

Les principes que nous avons établis auparavant pour expliquer les apparences que l'on voit dans les ombres des corps cylindriques, servent également pour expliquer les

apparences qui s'apperçoivent dans les ombres des Globes.

On trouve auſſi dans les mêmes principes, la raiſon de la differente diſtance où ſe fait la diſtinction des ombres des corps cylindriques & celle des Globes, en conſiderant la differente quantité des rayons qui refluent autour des corps de ces deux differentes figures; car dans le Cylindre les rayons du Soleil ne peuvent refluer que des deux côtés du Cylindre qui a une longueur conſiderable, comme étoient ceux dont je me ſuis ſervi. Dans le Globe au contraire il en peut refluer également tout autour; il entre par conſequent une plus grande quantité de rayons dans l'ombre du Globe que dans l'ombre du Cylindre; cette lumiére plus abondante qui refluë derriére le Globe doit donc être plus ſenſible plus proche du Globe qu'à égale diſtance du Cylindre, à cauſe qu'il y en a une plus grande quantité dans le même eſpace, & par conſequent on doit voir cette diſtinction des deux ombres plus proche du Globe que proche du Cylindre.

Nous avons rapporté ci-deſſus que dans l'ombre du même corps, on commence à voir la penombre plus proche du corps opaque, lorſque le Soleil eſt plus lumineux, & que cette diſtinction ſe fait plus loin, lorſque le Soleil n'eſt pas ſi clair. Cette obſervation s'accorde avec la cauſe que nous venons d'aſſigner à la differente diſtance qu'on a trouvée dans la penombre du Cylindre & dans celle du Globe, car il y a une plus grande quantité de rayons qui doivent refluer, lorſque le Soleil eſt plus lumineux,

que

que lorſqu'il eſt un peu obſcurci par des nuages rares.

De même comme il y a une plus grande quantité de rayons qui refluë autour du Globe qu'autour du Cylindre, la diſtinction de deux ombres ſe doit faire pluſtôt dans l'ombre du Globe que dans l'ombre du Cylindre.

Ces mêmes apparences donnent lieu de croire que la lumiére qui refluë penetre dans l'ombre immediatement après le corps opaque, quoi-qu'elle n'y ſoit pas ſenſible à la vûë ; car puiſque cette diſtinction ſe fait, comme nous avons dit, plus proche du même corps opaque, lorſque le Soleil eſt plus clair que lorſqu'il l'eſt moins, il ſuit que la differente diſtance où ſe fait la diſtinction, dépend du plus ou du moins de lumiére répanduë dans le même eſpace ; ainſi quoique que la lumiére qui refluë puiſſe penetrer l'ombre immediatement après le corps opaque, elle n'y eſt pas ſenſible, parce qu'il n'y en a pas une aſſés grande quantité de mêlée avec l'ombre. D'où l'on pourroit conclure qu'aucun corps opaque ne fait point d'ombre pure, & qui ne ſoit mêlée avec des rayons du Soleil qui refluent derriére le corps opaque.

S'il eſt permis preſentement de faire paſſage du petit au grand, & de ces experiences particuliéres en conjecturer ce qui peut arriver en general dans la nature, n'y auroit-il pas lieu de croire que les rayons du Soleil qui éclairent la Terre, refluent de la même maniére que nous l'avons obſervé dans les experiences précedentes ? par conſequent que ces rayons qui refluent autour de la Terre,

penetrent dans ſon ombre, & la rendent moins denſe qu'elle ne ſeroit ſans ces rayons, comme nous avons remarqué qu'il arrive dans l'ombre de pluſieurs boules?

On ſait que la Lune, lorſqu'elle eſt entiérement immergée dans l'ombre de la Terre, ne ſe perd que très-rarement de vûë, mais qu'elle eſt preſque toûjours éclairée par une lumiére foible & rougeâtre qui la fait encore appercevoir au milieu de l'ombre.

On attribuë cette lumiére, dont la Lune eſt éclairée dans ſes éclipſes, tout entiérement aux rayons du Soleil qui ſe rompent dans l'atmoſphere de la Terre, & penetrant l'ombre, l'éclairent diverſement à differentes diſtances de la Terre, ſuivant l'inclinaiſon differente que les rayons, qui partent des differentes parties du diſque du Soleil, font à la ſurface de l'atmoſphere. Si les rayons du Soleil refluent autour de la Terre, ces mêmes rayons répandus dans l'ombre, peuvent auſſi-bien contribuer à rendre la Lune viſible dans ſes éclipſes, comme les rayons qui ſe rompent dans l'atmoſphere.

Il y a cependant une difficulté contre cette hypotheſe, qui eſt que la Lune, lorſqu'elle entre dans l'ombre de la Terre, ſemble paſſer d'abord par une penombre foible, & ſucceſſivement par divers degrés d'obſcurité preſque inſenſibles qui va en augmentant depuis la circonference de l'ombre juſqu'au milieu, & va enſuite en diminuant depuis le milieu juſqu'à la ſortie entiere de la Lune de l'ombre, au lieu que ſi l'ombre de la Terre

re étoit ſemblable à celle des boules, comme nous avons remarqué dans les experiences précedentes, & qu'il y eut à la circonference un anneau plus obſcur que le reſte de l'ombre, il devroit être ſenſible dans les Eclipſes de Lune, & cet Aſtre devroit paroître plus obſcur vers le commencement & vers la fin de l'Eclipſe que vers le milieu. De même dans les Eclipſes partiales, le terme de l'ombre qui ſépare la partie du diſque de la Lune qui eſt éclipſée de celle qui ne l'eſt point, devroit être bien noir & bien terminé, ce qui n'a pas été remarqué juſqu'à preſent.

Peut-être que les rayons du Soleil rompus dans l'atmoſphere, & qui penetrent en grande quantité l'extremité du cône de l'ombre dans une grande étenduë de ce cône, peut effacer en partie cet anneau d'ombre plus obſcur, ſuppoſé qu'il ſubſiſte autour de l'ombre de la Terre. Nous examinerons dans une autre occaſion cette particularité. On fera cependant attention dans les Eclipſes de Lune, s'il y a quelque apparence qui puiſſe confirmer cette hypotheſe ou bien la détruire.

SECONDE PARTIE.

Experiences d'Optique, faites dans une Chambre obſcure.

Le Pere *Grimaldi* a obſervé qu'en introduiſant par un fort petit trou fait dans une lame de plomb fort mince, un rayon de Soleil dans une chambre obſcure, & que mettant

tant à ce rayon un cheveu, ou tout autre corps cylindrique & opaque fort mince, placé à une certaine distance du trou; ce corps, ainsi placé, fait une ombre, qui étant reçûë sur une carte à quelque distance du corps opaque, est beaucoup plus grande que ne demande la distance qui est entre le corps opaque & la section de l'ombre. Il a observé en second lieu qu'à chaque côté de cette ombre, il y a une bande claire, après laquelle suivent des traits colorés de rouge, de violet & de bleu.

M. *Newton* qui, après le Pere *Grimaldi*, a fait la même experience, a remarqué que si l'on place au même rayon de lumiére décrit ci-dessus, un cheveu ou une aiguille très-fine qui soit à une distance de 12 pieds du trou, & qu'on reçoive sur un carton l'ombre faite par ce cheveu à une distance de 4 pouces, on voit sur ce carton l'ombre quatre fois plus grande que l'objet; à la distance de 2 pieds l'ombre paroît dix fois plus grande, c'est-à-dire toujours plus grande, à mesure qu'elle s'éloigne du cheveu. Il a observé aussi, comme le Pere *Grimaldi*, les deux traits de lumiére à chaque côté de l'ombre, ensuite les autres traits plus petits, colorés de rouge, de violet & de bleu au côté exterieur de chaque bande de lumiére.

J'ai repeté la même experience, dans laquelle, outre ces apparences, j'ai remarqué de plus, qu'en recevant l'ombre fort loin du cheveu, on voyoit au milieu de la bande noire une petite bande de lumiére qui partageoit l'ombre suivant sa longueur en deux parties égales, de maniére que l'ombre

du

du milieu n'étoit plus d'une même denſité que lorſqu'elle étoit reçûë plus proche du cheveu.

Outre cette experience, j'ai fait encore celles qui ſuivent.

Une ſoye de Sanglier qui étoit plus groſſe qu'un cheveu, étant placée directement aux rayons du Soleil qui entroient par le petit trou à une diſtance de 9 pieds du même trou, faiſoit une ombre qui, étant reçûë à 5 ou 6 pieds loin de l'objet, étoit compoſée de pluſieurs traits d'ombre & de penombre. Le milieu étoit une ombre foible, ou pluſtôt une eſpece de penombre; à chaque côté de cette penombre il y avoit une bande étroite d'une ombre plus obſcure que celle du milieu; après cette bande d'ombre il y en avoit une autre plus étroite de penombre, enſuite une bande claire qui eſt plus large que l'obſcure; à côté de la bande claire on voyoit des traits ſucceſſivement rouges, violets & bleus comme dans l'ombre du cheveu.

J'ai encore placé de la même maniére dans les mêmes rayons qui entrent par le petit trou dans une chambre obſcure pluſieurs aiguilles de differentes groſſeur, mais il ſeroit trop long de rapporter en particulier toutes les differentes circonſtances que nous avons remarquées dans leurs ombres, tant par rapport à la largeur & à la denſité de la penombre du milieu que par rapport à la largeur & à la denſité des bandes noires & claires qu'elles forment. Nous dirons ſeulement qu'il y a des aiguilles qui ne font qu'une penombre foible & uniforme au milieu des deux

bandes claires ; d'autres qui ſont la bande obſcure plus denſe au milieu de deux bandes noires & plus étroites, après leſquelles ſuivent immediatement les deux bandes claires. Il y en a d'autres qui ſont la bande du milieu un peu rougeâtre, après laquelle on voit deux bandes noires qui ſont ſuivies de deux petites bandes de penombre, après leſquelles ſont les bandes claires. Il y a des aiguilles qui font les bandes noires & claires plus larges que d'autres aiguilles. Il y a enfin des aiguilles de moyenne groſſeur qui ne font point de penombre aux deux côtés exterieurs de chaque bande noire, ni de bande claire qui ſoit ſenſible, & qui a coutume de paroître, après la penombre exterieure, dans l'ombre des plus petites aiguilles & dans celle des plus groſſes. Toutes ces aiguilles faiſoient cependant les petits traits mêlés de rouge & de bleu aux deux côtés exterieurs de la bande claire qu'on voit dans les ombres du cheveu.

Nous ne rapporterons donc pas en détail toutes ces experiences, & nous nous contenterons des deux ſuivantes, qui pourront ſervir à découvrir ce qui ſe paſſe dans les ombres des aiguilles.

J'ai expoſé dans les rayons du Soleil qui entroient par un petit trou dans une chambre obſcure, une plaque perpendiculairement à ces rayons qui avoit deux pouces de long & d'un peu plus d'une demi-ligne de large. Cette plaque étant placée à 9 pieds de diſtance du trou, on voyoit dans ſon ombre, lorſqu'elle étoit reçûë directement fort proche, une lumiére foible qui y étoit également répanduë. L'ombre de la même pla-

plaque, reçûë encore directement à 2 pieds & demi de distance, paroissoit distinguée en quatre petites bandes noires fort étroites au milieu d'une penombre plus foible; ces bandes noires étoient proche l'une de l'autre, séparées par de petits intervalles plus clairs, égaux aux bandes noires. (*Fig.* 3.) Les deux termes exterieurs de cette ombre, de côté & d'autre, étoient marqués par une penombre, ensuite une bande fort claire qui étoit suivie comme dans les ombres des aiguilles des traits ordinaires mêlés de rouge, de violet & de bleu.

L'ombre de la même plaque, reçûë directement à quatre pieds & demi de distance de la plaque, ne paroissoit plus distinguée en quatre bandes noires & claires, mais seulement en deux : les deux bandes noires exterieures (*Fig.* 4.) ayant disparu, ces deux bandes noires qui restoient étoient plus larges qu'auparavant, & séparées l'une de l'autre par un intervalle d'une ombre plus foible qui étoit le double plus large que chacune des bandes noires qu'on voyoit auparavant, lorsque l'ombre étoit reçûë à 2 pieds & demi de distance, cette penombre du milieu étoit rougeâtre. Après les deux bandes noires, il y avoit une penombre assés forte, après laquelle paroissoient les deux bandes claires assés larges & éclatantes, ensuite les traits colorés.

Une seconde plaque de 2 pouces de long & d'une ligne de large, étant placée comme la précedente dans les rayons du Soleil à 14 pieds du trou par lequel entroient ces rayons, son ombre reçûë directement fort

proche de la plaque, étoit éclairée par une lumiére foible également répanduë comme dans la plaque précedente ; mais étant reçûë encore directement à 13 pieds de distance de la plaque, on commençoit à voir six petites bandes noires, distinguées par autant de bandes d'une ombre moins forte, de la même largeur que les bandes noires (*Fig.* 5); à 17 pieds de distance de la plaque, on voyoit ces bandes noires plus larges, plus distinguées & plus séparées des autres bandes moins obscures, de sorte que les moins noires qui étoient entre deux, s'étoient aussi élargies. A 42 pieds depuis la plaque, on ne voyoit plus que deux seules bandes noires au milieu d'une penombre. (*Fig.* 6.) La penombre du milieu, placée entre les deux bandes noires, étoit rougeâtre, les deux extremités étoient teintes d'une foible noirceur. Après ces deux bandes de penombre exterieures, on voyoit toûjours les bandes claires qui étoient larges, & les autres traits de lumiére colorée qui les suivent.

Ayant reçû l'ombre de la même plaque à 72 pieds de distance, on n'y voyoit point d'autre difference à l'égard de la situation précedente, excepté que les deux bandes noires étoient plus larges, & l'intervalle du milieu occupé par la penombre aussi plus large & plus rougeâtre qu'auparavant.

J'ai presenté dans les mêmes rayons differentes plaques plus larges, comme d'une ligne & demie, de 2 lignes, de 3, &c. & ayant reçû directement les ombres de ces differents corps sur un papier, je n'ai pû distinguer dans ces ombres ces bandes de lumiére

re

re foible que l'on distingue dans les plaques plus petites, quoi-que j'aie reçû ces ombres à une distance de 56 pieds; on y voyoit seulement une lumiere foible & confuse répanduë également, comme l'on voit dans les ombres des deux plaques d'une demi-ligne & d'une ligne, lorsqu'elles sont reçûës proche du corps qui les forme.

Si l'on avoit des lieux obscurs assés grands, dans lesquels on pût recevoir l'ombre des plaques larges à une fort grande distance, je crois que nous verrions dans ces ombres les mêmes apparences que nous voyons dans les ombres des plus petites aiguilles reçûës à une mediocre distance.

De même si l'on pouvoit voir distinctement les ombres des petites aiguilles fort proche du corps qui les forme, comme l'on peut distinguer les parties des ombres des plaques qui ont une demi-ligne ou une ligne de large, on verroit peut-être les ombres de ces petites aiguilles & des cheveux distinguées en differentes bandes de lumiére & d'ombre, comme on voit les ombres des plaques d'une ligne. Mais comme pour voir cette apparence dans les ombres des cheveux, il en faudroit recevoir l'ombre fort proche où elle est fort petite, cette extrême petitesse est peut-être cause qu'on ne peut pas distinguer les differentes parties qui la composent; cependant nous avons vû les mêmes apparences dans les ombres des aiguilles qui n'étoient que d'une grosseur ordinaire.

Voilà les phenomenes les plus singuliers que l'on observe dans les ombres des corps étroits & longs, soit qu'ils soient cylindri-

ques, ſoit qu'ils ſoient plats, lorſqu'ils ſont expoſés à un rayon de Soleil qui entre dans une chambre obſcure par un trou extremement petit.

Le Pere *Grimaldi* a obſervé, comme nous avons déja dit, ces trois bandes de lumiére & de couleur qu'on voit à chaque côté des ombres des cheveux & d'autres petits corps cylindriques. Il a auſſi obſervé ces traits de lumiére & d'ombre qui s'apperçoivent dans les ombres mêmes des plaques plus larges, & qui ſont tantôt au nombre de quatre, tantôt au nombre de ſix, ſuivant la largeur des plaques, & il a obſervé que dans la même plaque, de ſix qu'elles ſont proche, elles ſe réduiſent à deux, ainſi que nous avons remarqué, lorſque l'ombre eſt reçûë à la diſtance de 56 pieds. M. *Deliſle* a auſſi obſervé les mêmes apparences, comme il paroît dans un Memoire qu'il lût à l'Academie l'an 1717, & qui n'a point été publié.

Le P. *Grimaldi* explique ces bandes de lumiére, tant celles qui ſe voyent dans l'ombre, que celles qui ſe voyent à chaque côté de l'ombre, par une eſpece d'ondulation qu'il ſuppoſe dans les rayons du Soleil qui ſe fait, lorſqu'ils rencontrent quelque obſtacle, & il explique l'agrandiſſement de l'ombre par une diſraction qui ſe fait des rayons proche du cheveu.

Je tâcherai d'expliquer d'une autre maniére les apparences qui s'obſervent dans les ombres des cheveux, dans celles des aiguilles & dans celles des plaques, & je les expliquerai par les mêmes principes que j'ai ſuppoſé, pour rendre raiſon des apparences ob-

obſervées dans les ombres des corps expoſés en plein Soleil, car je crois que les unes & les autres ſe font à peu-près de la même maniére.

Je ſuppoſe donc comme dans la premiére partie de ce Memoire, que des rayons qui vont rencontrer le corps opaque, il y en a une partie qui ſe reflechit ſur elle-même, & forme l'ombre à l'oppoſite, une autre partie ſe reflechit aux côtés du corps opaque, & le reſte qui n'eſt qu'une petite partie, ſe reflechit en circulant autour du corps, & après en avoir fait le tour, le quitte, & entre dans l'ombre formée par les rayons reflechis. Je ſuppoſe qu'il y a des parties de lumiére qui ne quittent le Cylindre que fort proche de l'axe de l'ombre, d'autres parties qui circulent moins, & quittent le Cylindre avant que d'approcher de l'axe. Cette lumiére qui circule autour du corps, ſe mêlant, pour ainſi dire, avec l'ombre, en diminuë l'oſcurité dans les differents endroits où tombent ces parties de lumiére. & forme ces traits moins obſcurs qu'on voit dans les ombres, lorſqu'elles ſont reçûës proche du corps qui les forme.

Par les experiences faites ſur pluſieurs petites aiguilles & ſur des cheveux, il eſt conſtant que leur ombre paroît noire, lorſqu'elle eſt reçûë à une fort petite diſtance du corps opaque; qu'à une diſtance de 3 ou 4 pieds, elle n'eſt qu'une eſpece de penombre uniforme ou une ombre fort legere; il tombe donc en cet endroit de l'ombre un peu de lumiére qui circule autour du corps opaque,

& qui en diminuë en cet endroit l'obſcurité. L'ombre des mêmes aiguilles étant reçûe fort loin de l'objet, on voit non ſeulement cette penombre plus claire qu'auparavant, mais ſa largeur paroît partagée en deux parties égales par un trait de lumiére foible qui regne au milieu de l'ombre dans toute ſa longueur. Il eſt donc viſible qu'en cet endroit de l'ombre il tombe une plus grande quantité de lumiére qu'il n'en tomboit auparavant.

Par les experiences précedentes, on voit les ombres des petites plaques partagées en differentes parties ſuivant les differentes diſtances où ces ombres ſont reçûës à l'égard du corps qui les forme. Fort proche, on voit l'ombre diſtinguée en quatre ou ſix bandes claires ſéparées par autant de bandes obſcures égales aux claires; ces bandes claires ſont des rayons de lumiére qui circulent autour des aiguilles, les uns plus, les autres moins; il y en a qui refluent & ne quittent le Cylindre que preſque à l'oppoſite du lieu où ils le rencontrent: ceux-ci forment les bandes claires qui ſont les plus proches du milieu de l'ombre; il y a d'autres rayons qui refluent moins que les premiers, & qui quittent pluſtôt le Cylindre pour entrer dans l'ombre; ceux-ci forment les bandes de lumiére qui ſont plus proche des extremités de l'ombre, ainſi des autres.

Ces traits de lumiére qui ſe voyent dans l'ombre occupent un petit eſpace juſqu'à une certaine diſtance; plus loin cette lumiére ſe dilate & ſe croiſe, & par-là elle efface une partie de ces traits d'ombre qu'on voyoit plus

plus proche; car, comme nous avons dit, dans l'ombre de la plaque, large d'une ligne environ, les ſix traits de lumiére & d'ombre qu'on voyoit depuis 13 pieds juſqu'à la diſtance 35 ou 42 étoient effacés en partie; mais plus loin que 42 pieds, on ne voyoit plus que deux bandes noires au milieu d'une lumiére foible ou d'une penombre. D'où il eſt viſible qu'à 42 pieds de diſtance, la lumiére, par rapport à l'ombre, avoit changé de ſituation.

Les deux bandes noires ne ſont qu'une partie d'ombre qui n'eſt point mêlée avec les rayons de lumiére qui reflue derriére le corps opaque; la penombre rougeâtre qui eſt au milieu de deux traits d'ombre eſt une partie de lumiére répanduë dans un grand eſpace de l'ombre, & les deux penombres à chaque côté exterieur des deux bandes noires ſont des eſpaces de l'ombre, où il y a encore une moindre quantité de rayons que dans l'eſpace du milieu.

Voilà comment nous croyons qu'on peut expliquer en general cette diverſité de nuances que l'on voit dans les ombres des plaques d'une demi-ligne & d'une ligne de large; il ſuffira d'en avoir donné une idée, ſans être obligé d'entrer dans un plus grand détail.

L'explication de ce qui ſe voit dans ces plaques peut ſervir à rendre raiſon des apparences qui ſe voyent dans les ombres des aiguilles ordinaires, n'y ayant preſque point d'autre difference entre les unes & les autres, ſinon que dans les aiguilles ordinaires les mêmes apparences ſont compriſes dans

un

un petit eſpace, & ſe font dans une plus petite diſtance du Cylindre; au lieu que dans les grandes plaques, elles ſont plus remarquables, & demandent une grande diſtance. De plus la diverſité de penombre & d'ombre, & leur differente combinaiſon que l'on voit dans les ombres des aiguilles de differente groſſeur, vient du different mêlange d'ombre & de lumiére qui refluë & qui ſe fait à l'endroit où ces ombres ſont reçûës.

Après avoir parlé des differents degrés d'obſcurité des ombres, nous paſſons aux bandes de lumiére qui ſuivent les ombres.

Nous expliquons les deux bandes claires que l'on voit à côté de la bande obſcure par une reflexion des rayons du Soleil qui ſe fait ſur le corps cylindrique; car ces rayons reflechis pour l'ordinaire en grande quantité de chaque côté par ce corps, tombent ſur le papier, mêlés avec les rayons qui viennent directement du Soleil; la ſomme de ces deux lumiéres, l'une reflechie, l'autre directe, qui ſe rencontrent au même endroit du papier, compoſe une lumiére totale qui doit être plus claire & plus vive que celle qui eſt formée par les ſeuls rayons directs, comme cela eſt viſible dans les bandes claires.

Les deux autres bandes plus petites, que l'on voit à chaque côté exterieur des deux autres plus claires, ſont cauſées par des rayons qui en tombant ſur le corps cylindrique, s'y reflechiſſent ſous differents angles, & vont tomber ſur le papier. Cette lumiére ſe mêle avec les rayons directs, & forme une lumiére plus vive comme la précedente.

A-

Après avoir rendu raiſon de la differente denſité que l'on voit dans les ombres des aiguilles, & des bandes de lumiére qui ſont à chaque côté de ces ombres, il reſte à examiner de quelle maniére ſe peut faire l'agrandiſſement extraordinaire de ces ombres qui a été remarqué par le Pere *Grimaldi* & par M. *Newton* dans les cheveux & dans les autres corps cylindriques minces.

Pour expliquer ce phenomene, je ſuppoſe qu'un corps opaque, outre l'ombre qu'il fait par les rayons directs du Soleil, peut avoir encore à côté de cette ombre un grand nombre d'ombres plus foibles; ou pluſtôt une ombre continuë formée par les rayons reflechis dans l'air. Ces ombres ne ſont pas à la verité viſibles dans un grand jour, parce que la lumiére reflechie par les particules d'air autour du corps opaque, étant preſque uniforme & répanduë également autour du corps, il ne fait point d'ombre ſenſible par cette lumiére reflechie, mais on pourra comprendre facilement que ſi en quelque endroit de la place qui eſt autour de l'objet, on pouvoit diminuer la lumiére reflechie, & empêcher en quelque maniére qu'en cet endroit il n'en tombât une auſſi grande quantité que par-tout ailleurs, on verroit en cet endroit une ombre d'autant plus forte que la lumiére y ſeroit affoiblie; or en quelque endroit que l'on faſſe autour de l'objet cette diminution de lumiére, il eſt certain qu'il y aura une ombre cauſée par la lumiére reflechie qui eſt à l'oppoſite; ainſi cette ombre ſera plus forte à l'oppoſite du Soleil, & l'ombre formée par l'objet ſera autour

tour de lui des ombres plus foibles qui feront la circonference de l'horiſon.

Pour un plus grand éclairciſſement je ſuppoſe une colonne au milieu d'une place. Cette colonne, étant éclairée par les rayons directs du Soleil, fera une ombre noire à l'oppoſite, mais elle eſt encore éclairée par les rayons reflechis dans l'air, & par les objets qui ſont aux environs, puiſqu'elle eſt viſible, de quelque côté qu'on la regarde, même du côté de l'ombre; je dis que cette colonne, outre l'ombre cauſée par les rayons qui viennent directement du Soleil, pourra faire encore tout autour des autres ombres plus foibles cauſées par les rayons reflechis dans l'air qui iront en s'affoibliſſant à meſure qu'elles s'éloignent de l'oppoſite du Soleil, ſi l'on trouve le moyen de diminuer la lumiére uniforme reflechie de toutes parts, qui empêche, pour ainſi dire, d'appercevoir ces ombres; car diminuer la lumiére d'un côté, fait le même effet que de l'augmenter à l'oppoſite. Cela ſuppoſé, conſiderons les circonſtances de l'experience du Pere *Grimaldi* & de M. *Newton*.

On fait entrer par un fort petit trou, qui n'eſt que la quarante-deuxiéme partie d'un pouce, dans une chambre obſcure un rayon de Soleil. La lumiére faite par ce rayon eſt par conſequent fort foible; on preſente un cheveu ou une aiguille à ce rayon à une diſtance de 12 pieds du trou, & recevant ſur le carton l'ombre faite par le cheveu à 2 pieds de diſtance, elle paroît dix fois plus grande que l'objet; à la diſtance de 10 pieds

pieds elle paroît trente-cinq fois plus grande, c'eſt-à-dire, toûjours plus grande à meſure qu'elle s'éloigne du cheveu.

Expliquons cette experience par les principes établis ci-deſſus. La lumiére du Soleil introduite dans la chambre obſcure par le petit trou, éclaire directement l'eſpace compris entre les lignes droites qui partent de l'extremité de l'image du Soleil, & paſſant par le diametre du trou, vont ſe terminer aux bords du Soleil; mais outre cette lumiére qui vient directement du Soleil, il entre encore par le trou une grande quantité de rayons qui ſont reflechis par l'air.

Quand donc on preſente le cheveu aux rayons directs du Soleil, il eſt éclairé non ſeulement par ces rayons, mais il l'eſt auſſi par les rayons reflechis dans l'air voiſin; donc le cheveu doit faire à l'oppoſite une ombre formée par les rayons directs du Soleil, & outre cela il doit faire de çà & de là de l'ombre principale une autre ombre continuë formée par les rayons reflechis dans l'air; & comme la lumiére principale qui entre par le trou dans la chambre obſcure eſt extremement foible à cauſe de la petiteſſe du trou, qui n'eſt que la quarantiéme partie d'un pouce, elle n'eſt pas aſſés forte pour effacer une partie de ces ombres faites par la lumiére reflechie de côté & d'autre de l'ombre principale, enſorte que de toutes ces ombres qui ſe forment en portion de cercle autour du cheveu, dont il eſt comme le centre, il ſe fait une ombre totale qui eſt plus grande que l'ombre ſeule formée par les ſeuls rayons directs du Soleil, comme l'ont obſervé le

Pere

Pere *Grimaldi* & M. *Newton*.

Il eſt vrai que ſuivant cette explication il devroit y avoir une ombre qui occupe à peu-près la demi-circonference du cercle dont le cheveu ſeroit au milieu, mais deux choſes peuvent empêcher qu'on ne voye cette ombre auſſi grande. La premiére eſt que le degré de lumiére formée par les rayons reflechis dans l'air, va en diminuant à meſure qu'ils s'éloignent du Soleil; c'eſt pourquoi les ombres de ces rayons devenant toûjours plus foibles à meſure qu'elles font un plus grand angle avec le rayon qui va du centre du Soleil au cheveu, la plus grande partie de ces ombres eſt effacée par un degré de lumiére plus forte, telle qu'eſt celle du Soleil, faite par les rayons directs introduits par le trou. L'autre raiſon qui empêche de voir cette ombre auſſi grande, eſt qu'à chaque côté de cette ombre il y a une bande de lumiére plus claire que le reſte de la lumiére faite par l'image du Soleil, comme nous avons déja dit, qui par conſequent doit effacer à l'endroit où elle ſe trouve, une partie des ombres proche de la grande, c'eſt pourquoi nous ne pouvons pas voir cette ombre auſſi grande qu'elle ſe verroit, à cauſe de ces bandes de lumiére formées par les rayons reflechis, qui ſont à chaque côté de l'ombre.

J'ai obſervé qu'en mettant le cheveu fort proche du trou, il ſe formoit un plus grand nombre d'ombres & de traits colorés vers le côté exterieur de chaque bande claire que lorſque le cheveu étoit éloigné du trou. Cela vient de ce que la lumiére reflechie dans l'air

l'air à l'entrée du trou, étant plus forte que lorſque le cheveu en eſt éloigné, elle eſt plus propre proche du trou à marquer un plus grand nombre d'ombres & de bandes plus fortes & plus viſibles que lorſque le cheveu eſt plus éloigné de l'ouverture.

Ces ombres & ces traits colorés qui ſont à côté de la bande claire, ſe voyent même ſur le papier, lorſque le cheveu n'eſt plus éclairé par les rayons directs du Soleil, ainſi que M. *Deliſle* l'a remarqué ; ce qui fait voir que ces ombres & ces traits colorés ne ſont pas ſeulement formés par les rayons directs du Soleil, mais encore par des rayons qui en ſont éloignés de côté & d'autre.

Voilà de quelle maniére on peut expliquer pourquoi l'ombre du cheveu eſt plus grande qu'elle ne doit être naturellement. Cette maniére d'expliquer l'agrandiſſement extraordinaire de l'ombre ne ſuppoſe que les principes ordinaires d'Optique.

On pourroit encore expliquer de la maniére ſuivante l'agrandiſſement extraordinaire de l'ombre. Nous avons ſuppoſé qu'une partie de lumiére qui rencontre le corps cylindrique, circule tout autour, & va ſe ſéparer par parties derriére le Cylindre. Cette lumiére qui reflue, forme autour du Cylindre une eſpece de Tourbillon cylindrique qui s'étend à quelque diſtance du Cylindre, de ſorte que la ſomme des diametres du Cylindre & du Tourbillon eſt plus grande que le diametre du Cylindre ſeul. Cela ſuppoſé, comme le Tourbillon de la lumiére circule autour du Cylindre, il entraîne non ſeu-

ſeulement la partie des rayons qui reflue, mais il fait prendre la même circulation aux rayons de lumiére qui viennent directement du Soleil, & qui paſſent de côté & d'autre du Cylindre juſqu'à la diſtance où le Tourbillon même s'étend. Ces rayons étant détournés de leur direction, & emportés par les autres qui circulent, laiſſent un vuide de lumiére à l'oppoſite, & par cette ſeule raiſon il ſe fait une ombre à chaque côté de celle du Cylindre; ainſi l'ombre du Cylindre & celle du Tourbillon enſemble doit être plus grande que celle du Cylindre ſeul. Voilà une ſeconde maniére d'expliquer l'agrandiſſement extraordinaire de l'ombre.

Pour rendre raiſon par la même hypotheſe des bandes claires que l'on voit à chaque côté exterieur de l'ombre, on ſuppoſe que tous les rayons qui forment le Tourbillon ne ſuivent pas ſi préciſément la circulation, qu'il s'en échape quelques-uns vers ſa partie exterieure. Or cette lumiére qui s'échape, ſe mêlant avec la lumiére directe du Soleil, ces deux lumiéres, jointes enſemble, forment à chaque côté de l'ombre la bande de lumiére qui eſt beaucoup plus éclatante que la ſeule lumiére qui vient directement du Soleil, & entre par le petit trou dans la chambre obſcure.

Les autres bandes colorées qui ſont à côté de la bande claire, ſe peuvent expliquer par le même échappement des rayons qui ſortent de la partie exterieure du Tourbillon, & vont à une plus grande diſtance & en moindre quantité que les premiers qui forment la bande claire. Pour ce qui eſt des cou-

couleurs, on peut ſuppoſer avec M. *Newton* qu'elles ſont formées par les rayons de differente eſpece qui ſont ſéparés l'un de l'autre par differentes inflexions.

Comme on peut ſouvent rendre raiſon de la même apparence par differentes hypotheſes, je laiſſe à juger quelle de ces deux eſt la plus vrai-ſemblable. Ces explications ſuppoſent à la verité que la lumiére circule autour du corps opaque, mais il paroît difficile de rendre raiſon d'une maniére plus ſimple des apparences obſervées dans les ombres des corps opaques expoſés aux rayons du Soleil, tant en plein jour, que dans la chambre obſcure. On peut expliquer ce mouvement que l'on ſuppoſe dans les rayons autour du corps opaque, ſuivant les regles ordinaires, par une ſuite de reflexions qui produiſent un mouvement ſenſiblement circulaire.

Ceux qui ont expliqué avant nous cet agrandiſſement extraordinaire de l'ombre obſervée dans la chambre obſcure, ont été obligés de faire pour cela ſeul de nouvelles ſuppoſitions. Car les uns ont ſuppoſé une diffraction dans la lumiére qui ſe détourne du corps opaque, les autres ont crû qu'il y a une eſpece d'action dans le cheveu, par laquelle il éloigne loin de lui les rayons de lumiére.

On peut encore expliquer par la même hypotheſe du Tourbillon de lumiére differentes apparences qui ont été obſervées dans les experiences précedentes, & que nous paſſerons.

Pour avoir quelque idée de ce qui arri-

ve

ve à la lumiére dans les experiences précedentes, j'ai tâché de le découvrir par le moyen de l'eau. J'ai preſenté verticalement un bâton à une fontaine d'eau qui ſortoit horiſontalement dans l'air libre par une ouverture ronde d'un pouce environ de diametre. Après avoir preſenté le baton à l'eau, j'ai vû qu'elle ſe diviſoit en quatre parties. La plus grande partie couloit en bas, une petite partie ſe reflechiſſoit & s'elevoit perpendiculairement le long du bâton au deſſus du jet horiſontal juſqu'à une certaine hauteur, après quoi elle tomboit; le reſte ſe diviſoit, pour ainſi dire, en deux branches, dont une alloit à droite, l'autre à gauche, & circulant avec une grande viteſſe autour du Cylindre, formoit une eſpece de Tourbillon cylindrique aſſés gros. Ces deux branches, après avoir fait chacune la moitié environ de la circonference du Cylindre, alloient ſe rencontrer preſqu'à l'oppoſite, & tomboient en bas. Les mêmes apparences arrivoient, ſoit que le diametre du bâton fût plus petit que l'ouverture par où l'eau s'écouloit, ſoit qu'il fût un peu plus grand. C'eſt ſur cette experience que je me ſuis fondé pour ſuppoſer que la lumiére du Soleil pourroit former un Tourbillon ſemblable autour du Cylindre qu'on preſente dans l'image du Soleil qui entre par le petit trou dans la chambre obſcure.

Puiſque donc l'eau, toute peſante qu'elle eſt dans l'air, ne tombe pas toute, lorſqu'elle rencontre le Cylindre, mais qu'il y en a une partie qui circule, & ne le quitte qu'après en avoir fait la moitié ou la plus gran-

grande partie du tour, on pourroit ſuppoſer qu'une partie de la lumiére qui rencontre le Cylindre, circule autour du corps dans la lumiére même.

Il paroît viſible que cette circulation d'eau autour du Cylindre, vient de l'impulſion que font les parties de l'eau, les unes contre les autres, & que c'eſt une continuation du mouvement qu'elles avoient à la ſortie du tuyau, lequel mouvement ſe continuë encore aux parties de l'eau dans le détour qu'elles ſont obligées de prendre autour du Cylindre. De même les parties de lumiére qui ont un mouvement infiniment plus rapide que l'eau, peuvent circuler autour du Cylindre, pouſſées tant par les parties qui le ſuivent que par celles qui ſont à côté.

Outre les experiences rapportées juſqu'ici ſur les ombres des corps cylindriques expoſés aux rayons du Soleil dans une chambre obſcure, on en a fait d'autres dont on ſe contentera de rapporter les principales.

J'ai placé deux cheveux qui ſe croiſoient & ſe touchoient l'un l'autre. Les ombres de ces deux cheveux ayant été reçûës à quelque diſtance du cheveu, paroiſſoient peintes réciproquement l'une ſur l'autre, enſorte que la partie obſcure de l'une ſe diſtinguoit ſur la partie obſcure de l'autre. Les bandes claires ſe croiſoient enſemble & paſſoient par deſſus les bandes noires; les autres petites bandes qui ſont à chaqué côté des claires, faiſoient la même apparence.

Ayant placé une aiguille qui ſe croiſoit avec un cheveu dans les rayons du Soleil, on voit dans leurs ombres reçûës à la mê-

me distance les mêmes apparences que dans les ombres des deux cheveux, quoi-que l'ombre de l'aiguille fût plus forte & plus marquée, on voyoit les ombres du cheveu sur celle de l'aiguille, & les bandes claires de l'une sur les obscures de l'autre.

J'ai mis encore dans les rayons du Soleil une soye de Sanglier proche d'une plaque de fer d'une ligne de largeur, ensorte qu'elles se touchoient & se croisoient obliquement, faisant d'un côté des angles aigus & des obliques de l'autre. Dans leurs ombres reçûës à la même distance, on voyoit du côté où étoient les angles aigus, que les bandes claires & obscures de la soye entroient jusqu'au milieu de la largeur de l'ombre de la plaque, mais elles n'y entroient pas aussi sensiblement du côté des angles obtus, soit que la plaque fût exposée la premiére aux rayons du Soleil, soit qu'elle fût la derniére. La plaque faisoit alors une ombre assés noire, composée de six traits obscurs séparés l'un de l'autre par autant de traits plus clairs égaux aux noirs, comme nous avons déja remarqué dans les experiences précedentes, de sorte que dans cette ombre noire on y distinguoit fort bien toutes les parties claires & obscures de l'ombre de la soye. (*Fig.* 7.)

Pour expliquer cette apparence, nous croyons que la lumiére du Soleil glisse un peu le long de la soye, & par cette maniére en éclaire une partie qui se trouve derriére la plaque, & n'est point exposée aux rayons directs du Soleil. Cette lumiére qui glisse un peu le long de la soye, en prolonge les om-

ombres juſqu'au milieu de l'ombre de la petite plaque. Voilà de quelle maniére on peut expliquer cette apparence. Cette explication peut ſervir auſſi à rendre raiſon de deux autres que nous avons rapportées auparavant, & de diverſes autres ſemblables que nous avons remarquées après le Pere *Grimaldi*.

Experiences faites avec des Globes dans une Chambre obſcure.

J'ai fait avec de petits globes les mêmes experiences que j'ai faites ſur les petites plaques. J'ai donc expoſé aux rayons du Soleil qui entroient par un petit trou dans une chambre obſcure, une boule d'une ligne de diametre, placée à 25 pieds du trou; ſon ombre ayant été reçûë à 33 pieds de la boule, on voyoit au milieu une aire circulaire fort claire, enſuite un anneau étroit d'ombre aſſés obſcur, lequel étoit ſuivi d'un anneau beaucoup plus large de penombre. Cette penombre étoit terminée par un ſecond anneau étroit & obſcur, dont le diametre étoit de 3 lignes; après cet anneau on voyoit un autre anneau aſſés large, de lumiére vive, & enſuite les traits colorés de rouge, de violet & de bleu, comme dans les corps cylindriques, avec la ſeule difference que dans les globes ces apparences étoient circulaires, au lieu qu'elles étoient terminées par des lignes droites dans le corps cylindrique. (*Fig.* 8.)

J'ai fait d'autres experiences ſemblables avec des globes plus petits & de plus grands

que le premier. Il y en avoit d'un quart de ligne, d'une demi-ligne; il y en avoit d'une ligne & demie, & de deux lignes & un quart; les ombres de toutes ces boules reçûës à la même diſtance, avoient au milieu une aire circulaire de lumiére qui étoit aſſés claire; mais cette aire avoit un different diametre, ſuivant les differents diametres des globes qui les formoient; les aires claires des boules plus groſſes, étant plus petites, & les aires des boules plus petites étoient plus grandes.

Cette aire de lumiére que l'on voit au milieu des ombres des globes eſt ſans doute une lumiére qui refluë en grande abondance derriére le globe, & va éclairer cette partie. Les deux anneaux obſcurs qui renferment l'anneau de penombre ſont des parties d'ombre ſans aucun mêlange de lumiére, & la penombre renfermée par ces deux anneaux eſt l'ombre du globe mêlée avec un peu de lumiére qui refluë derriére le globe. Au reſte les autres anneaux de lumiére qui ſuivent ſe peuvent expliquer de la même maniére que nous avons expliqué les bandes de lumiére formées par des corps cylindriques.

La lumiére plus grande au milieu des boules plus petites, fait voir qu'elle circule en plus grande abondance & plus facilement autour des petites boules qu'autour des grandes.

Si l'on compare preſentement les ombres des petites boules avec celles des petits cylindres & des petites plaques, il eſt évident qu'il y a beaucoup plus de lumiére dans les om-

ombres des globes que dans celles des Cylindres, non ſeulement lorſque les uns & les autres ſont d'un diametre égal, mais lorſque le diametre du globe eſt plus grand que le diametre du Cylindre, les ombres de tous ces corps étant reçûës à la même diſtance du corps opaque.

Il faut encore remarquer que nous n'avons pû appercevoir aucune diſtinction de lumiére ſéparée de l'ombre dans les ombres des plaques qui avoient un peu plus d'une ligne de largeur, quoi-que ces ombres ayent été reçûës à des diſtances fort grandes, comme de 72 pieds; mais qu'ayant reçû à la même diſtance les ombres des globes, leſquels globes avoient juſqu'à 2 lignes & un quart de diametre, on a vû une diverſité de nuances dans leurs ombres.

Cette plus grande lumiére que l'on a remarquée dans les ombres des globes que dans celles des Cylindres, vient de ce que les rayons du Soleil circulent plus facilement & en plus grande abondance autour des globes qu'autour des Cylindres & des plaques, parce que dans le globe ils ont plus de liberté de circuler tout autour, au lieu qu'ils ne peuvent refluer que des deux côtés du Cylindre, ainſi que nous l'avons déja dit à l'occaſion des experiences faites en plein ſoleil.

Après cette experiences je ne laiſſerai pas d'en rapporter encore d'autres qui ont été faites dans le deſſein de découvrir, s'il étoit poſſible, l'origine de ces couleurs que l'on voit dans les ombres des aiguilles, quoique je n'aie pas pû juſqu'à preſent me ſatisfaire ſur cet article.

J'ai placé dans les rayons du Soleil qui entroient dans une chambre obſcure deux ou trois aiguilles à differentes diſtances du trou, & à peu-près dans une même ligne droite, afin qu'une partie de l'ombre d'une aiguille tombât ſur la partie de l'ombre de l'autre. Cela étant, j'ai remarqué que lorſque la bande claire formée par une aiguille tomboit ſur la bande claire formée par une autre aiguille, cette double lumiére jointe enſemble, formoit une bande plus claire que lorſqu'elles étoient ſéparées, comme il a été remarqué par M. *Newton* à l'occaſion d'autres experiences qu'il a faites. De même lorſque la couleur qui formoit le bleu dans les deux ombres étoient jointes enſemble, cette couleur paroiſſoit beaucoup plus vive & plus éclatante que lorſqu'elles étoient ſéparées. Il arrivoit la même choſe, lorſque les deux couleurs rouges ſe rencontroient enſemble, car elles formoient une belle couleur d'or.

Après avoir joint enſemble ces couleurs de même nature pour en former une plus vive, nous avons eſſayé de faire paſſer la bande claire d'une aiguille ſur les differentes parties de l'ombre faite par une ſeconde aiguille, & j'ai remarqué que lorſque la bande claire d'une aiguille tomboit ſur la penombre exterieure formée par l'autre aiguille, on voyoit une belle couleur de bleu celeſte, à peu-près comme elle paroiſſoit quand on faiſoit tomber les deux couleurs bleües enſemble. Et lorſque la même bande claire ſe rencontroit ſur l'ombre plus forte du milieu, cette union formoit une couleur rouge; ce qui

qui prouve en quelque maniére que cette couleur rougeâtre qu'on voit au milieu des ombres d'un grand nombre d'aiguilles, peut venir du peu de lumiére qui refluë dans cette ombre.

J'ai mis deux petites plaques de fer, larges chacune de 3 ou 4 lignes l'une proche de l'autre, deſorte qu'il y avoit un petit intervalle entre deux. Les ayant expoſées aux rayons du Soleil, & ayant reçû leurs ombres à 15 ou 20 pieds loin des plaques, il n'y avoit aucune lumiére entre deux, mais on voyoit une ombre continuë, au milieu de laquelle paroiſſoient quatre traits d'une couleur de pourpre vive. Ces traits étoient paralleles entre eux, & ſéparés l'un de l'autre par d'autres traits noirs, diſtingués de ceux de couleur de pourpre par d'autres traits d'un vert fort foible & d'un jaune auſſi pâle. M. *Deliſle* a remarqué auſſi des couleurs dans les traits de lumiére & d'ombre qu'on voit dans les ombres reçûës proche des corps.

Quelque attention que j'aye apporté pour faire exactement ces derniéres experiences ſur le mêlange des couleurs, je ne promets pas d'avoir toûjours rencontré juſte, à cauſe de la difficulté qu'il y a de faire tomber préciſément les parties d'une ombre ſur des parties differentes de l'autre.

A l'occaſion des couleurs formées par la reflexion des rayons du Soleil, j'ai repeté l'experience ſuivante, rapportée par le Pere *Grimaldi*. J'ai fait entrer dans une chambre obſcure la lumiére du Soleil par une ouverture qui avoit environ un demi-pouce de diametre. A la diſtance de 7 ou 8 pieds du

trou, j'ai preſenté à la lumiére du Soleil qui entroit par ce trou, un corps cylindrique de bois ou de cuivre d'un pouce de diametre; j'ai appliqué ce Cylindre à l'image du Soleil, deſorte qu'une partie de cette image tomboit ſur le Cylindre, l'autre tomboit dehors. Dans cette ſituation il ſe faiſoit une reflexion de rayons du Soleil par le corps cylindrique, & cette reflexion formoit une traînée de lumiére en maniére de demi-cercle, dont le centre étoit à l'endroit du Cylindre où tomboit l'image du Soleil. Ayant reçû ſur un carton blanc une partie de cette lumiére reflechie, en quelque endroit que ce fut de la demi-circonference, on voyoit dans cette lumiére une grande diverſité de couleurs toutes belles & vives. Ces couleurs étoient du rouge, du violet, du jaune, du bleu & du vert; deſorte qu'étant reçûës ſur le carton blanc, on auroit crû qu'il étoit un de ces papiers marbrés de ces differentes couleurs. Il n'y avoit que proche de l'image du Soleil où cette lumiére étoit plus étroite & plus ramaſſée, qu'on ne voyoit point ces couleurs, au moins diſtinctement, mais ſeulement une lumiére à peu-près comme celle du Soleil.

DES

Fig. 2.

Fig. 3.

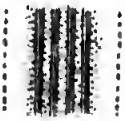


Fig. 4.

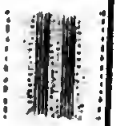


Fig. 8.

Fig. 6.

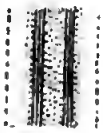
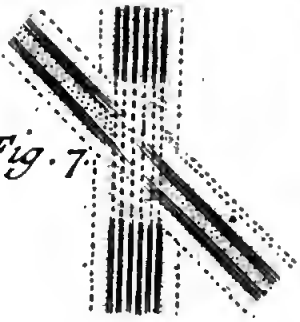


Fig. 7.



BIBLIOTECA NAZIONALE ... VITTORIO EMANUELE ... NAPOLI

DES DIVERSES METHODES de déterminer l'Apogée & le Perigée, ou l'Aphelie & le Perihelie des Planetes.

Par M. CASSINI.

*ON ſait que les Planetes ne ſont pas toûjours à égale diſtance du Soleil & de la Terre, autour deſquels elles font leurs révolutions, mais qu'elles s'en trouvent tantôt plus tantôt moins éloignées; ce qui provient non ſeulement de ce que le Soleil ou la Terre ne ſont pas préciſément au centre de leur Orbe, mais auſſi de ce que ces Orbes ne ſont pas exactement circulaires.

Quelle que ſoit la figure de cet Orbe, il eſt certain qu'il y a un point où chaque Planete ſe trouve dans ſa plus grande diſtance, que l'on appelle Apogée, lorſqu'on la conſidere à l'égard de la Terre, & Aphelie, lorſque c'eſt par rapport au Soleil; le point oppoſé de cet Orbe ſuppoſé régulier, s'appelle Perigée à l'égard de la Terre, & Perihelie par rapport au Soleil.

Il eſt aiſé de reconnoître de quelle importance il eſt dans l'Aſtronomie de pouvoir déterminer exactement la ſituation de ces points.

* 16 Juin 1723.

points dans le Zodiaque, & leur diſtance à la Terre ou au Soleil, puiſque c'eſt de-là principalement que l'on peut conjecturer la figure des Orbes des Planetes & leur mouvement veritable, qui ſont les objets principaux de cette Science.

Mais autant que la connoiſſance exacte de la ſituation de ces points eſt neceſſaire, autant eſt-il difficile de la déterminer exactement. Car comme vers ces points la diſtance des Planetes à la Terre ou au Soleil, varie preſque inſenſiblement, il eſt très-difficile de s'appercevoir du lieu précis où elles ſe trouvent à leur plus grande diſtance, & où elles commencent à s'approcher de la Terre & du Soleil, après s'en être éloignées le plus qu'il a été poſſible; ou bien le temps où elles commencent à s'éloigner de la Terre ou du Soleil, après s'en être approchées à leur plus petite diſtance.

Ainſi j'ai crû devoir expoſer les principaux moyens que l'on peut employer pour parvenir à cette connoiſſance, en diſcernant ceux qui meritent la préference, & quelles ſont les circonſtances où on peut s'en ſervir le plus utilement. Mais avant que d'expoſer ces methodes, il eſt à propos de remarquer, que quoi-que nous convenions que la plûpart des Planetes faſſent leurs révolutions autour du Soleil qui ſe trouve à l'un des foyers de leur Orbe; cependant la ſituation où nous nous trouvons, nous oblige de les conſiderer par rapport à la Terre.

Pour ce qui eſt de la Lune, tous les Aſtronomes ſont d'accord qu'elle fait ſa révolution autour de la Terre, ainſi on par-

parlera de ſon Apogée & du Perigée.

A l'égard du Soleil, il eſt indifferent pour cette recherche de ſuppoſer qu'il tourne autour de la Terre, ou que la Terre faſſe ſa révolution autour de lui. Dans cette derniére ſuppoſition, on appellera Aphelie & Perihelie de la Terre, ce que l'on nomme vulgairement Apogée ou Perigée du Soleil.

Il n'en eſt pas de même des autres Planetes, il eſt neceſſaire de déterminer leur Aphelie ou leur Perihelie, parce qu'elles tournent réellement autour du Soleil.

Comme leurs révolutions autour du Soleil, ne s'achevent pas en même temps que celle de la Terre autour du Soleil, ou du Soleil autour de la Terre, il ſuit qu'elles ſe trouvent plus près de la Terre dans des temps où elles ſont plus éloignées du Soleil, & qu'au contraire elles paroiſſent s'éloigner de la Terre dans d'autres temps où elles s'approchent du Soleil. Ainſi nous ne pouvons déterminer leur diſtance au Soleil, qu'en réduiſant leur diſtance à la Terre à celle qu'elles ont par rapport au Soleil.

Mais comme ces rapports de diſtances ſuppoſent des hypotheſes aſtronomiques, & que la moindre erreur dans ces hypotheſes en peut cauſer de fort grandes dans la détermination des Apogées qui demande une grande exactitude, nous avons jugé qu'on ne pouvoit employer ſûrement que les occaſions où le Soleil & la Planete ſe trouvent à l'égard de la Terre dans le même point du Zodiaque, ou dans celui qui lui eſt oppoſé; car alors il n'y a pas de difficulté d'aſſigner à la

Planete, vûë du Soleil, le même lieu où elle eſt apperçûë de la Terre.

Il eſt aiſé de voir que le temps de ces Obſervations n'arrive que dans leurs conjonctions & oppoſitions avec le Soleil.

A l'égard des conjonctions, on ne peut pas appercevoir celles des Planetes ſuperieures, telles que Saturne, Jupiter & Mars; car ou elles ſont cachées derriére le Soleil, lorſque leur conjonction eſt preſque centrale, ou bien ſa lumiére empêche de les appercevoir, lorſqu'elles paſſent en conjonction avec une latitude meridionale ou ſeptentrionale plus grande que le demi-diametre du Soleil.

A l'égard des Planetes inferieures, elles paſſent toûjours dans leurs conjonctions inferieures entre le Soleil & la Terre; c'eſt pourquoi on peut les appercevoir ſur le diſque du Soleil, lorſqu'elles ont très-peu de latitude, ce qui arrive cependant très rarement. Lorſque leur latitude ſurpaſſe le demi-diametre du Soleil, elles paſſent deſſus ou deſſous en conjonction, & dans cet état on ne peut voir que Venus, car pour Mercure il eſt trop petit pour pouvoir être alors apperçû. On les diſtingue encore moins dans leurs conjonctions ſuperieures, où elles paſſent derriére le Soleil, ou bien deſſus ou deſſous, à une trop grande diſtance de la Terre pour pouvoir en être apperçûës.

Pour ce qui eſt des oppoſitions des Planetes ſuperieures, on les obſerve très-facilement, parce qu'elles arrivent au milieu de la nuit; & ce ſont ces Obſervations qui arrivent à peine une fois dans chaque année, dont

dont nous nous ſervons principalement pour déterminer leurs Aphelies & Perihelies.

Il faut auſſi remarquer que quoi-que la Lune faſſe ſa révolution autour de la Terre; elle eſt ſujette à des inégalités qui s'éloignent plus ou moins de la Terre en differents endroits de ſon Orbe; deſorte qu'on ne peut guere employer, pour déterminer ſon Apogée, que les Obſervations de ſes conjonctions ou oppoſitions avec le Soleil, auquel temps elle n'a d'autre inégalité que celle qui reſulte de ſon excentricité à l'égard de la Terre & de la figure de ſon Orbe.

Toutes ces remarques étoient neceſſaires pour juger que les Methodes que nous allons donner pour déterminer l'Apogée & le Perigée des Planetes, ne conviennent toutes qu'au Soleil; qu'il y en a dont on ne peut faire aucun uſage pour les Planetes, & qui conduiroient même à l'erreur; & qu'ainſi il ne faut employer que celles qui conviennent dans certaines circonſtances qu'on aura ſoin d'indiquer.

Premiére Methode de déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil.

La premiére Methode qui ſe preſente pour déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil, eſt d'obſerver le vrai lieu du Soleil, lorſque ſon diametre paroît le plus grand & le plus petit. Car par les regles de l'Optique, la grandeur apparente d'un même objet qui s'approche ou s'éloigne de nous, étant en proportion réciproque de ſes diverſes diſtances, il eſt évident que le Soleil eſt dans

ſon Apogée, lorſque ſon diametre nous paroît le plus petit, & qu'il eſt au contraire dans ſon Perigée, lorſqu'il nous paroît le plus grand.

Mais comme le Soleil, dans le temps de ſon paſſage par ſon Apogée & ſon Perigée, eſt pluſieurs jours ſans que ſon diametre paroiſſe augmenter ou diminuer ſenſiblement de grandeur, il faut l'obſerver par un Micrometre ou par des Reticules placés au foyer d'une Lunette, pluſieurs jours avant & après, choiſiſſant les heures auxquelles il ſe trouve à la même hauteur ſur l'horiſon, afin d'éviter les erreurs cauſées par la parallaxe & la refraction. On comparera enſemble ces Obſervations, & en ayant trouvé deux où le diametre du Soleil a paru de la même grandeur, on partagera en deux parties égales l'intervalle qui s'eſt écoulé entre le temps de ces Obſervations, qui étant ajoûté au temps de la premiére, donne le temps auquel le Soleil eſt arrivé à ſon Apogée ou à ſon Perigée.

On déterminera pour le temps de ces deux Obſervations le vrai lieu du Soleil qu'on peut calculer immediatement par ſa hauteur meridienne. Le milieu entre ces deux vrais lieux donne le vrai lieu de l'Apogée ou du Perigée du Soleil.

Il eſt aiſé de reconnoître que cette methode ne peut être employée que pour déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil, de même que ceux de la Lune dans le temps ſeulement des oppoſitions, pour les raiſons que nous avons déduites ci-deſſus, & parce qu'il n'y a que ce temps-là qu'on peut appercevoir

voir le diametre entier de la Lune. A l'égard des autres Planetes, leur diametre apparent eſt ſi petit, qu'on ne pourroit pas y reconnoître de difference aſſés ſenſible.

Seconde Methode de déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil.

On obſervera pluſieurs jours de ſuite la hauteur meridienne du bord ſuperieur & du bord inferieur du Soleil avant ſon paſſage par l'Apogée ou le Perigée. Corrigeant ces hauteurs par la refraction & la parallaxe, on aura la grandeur veritable du diametre du Soleil, & ſa déclinaiſon pour le jour de chaque Obſervation. On cherchera enſuite le jour auquel le diametre du Soleil ainſi corrigé a paru après ſon paſſage par l'Apogée ou le Perigée, de la même grandeur que dans une Obſervation précedente. La déclinaiſon du Soleil étant connuë, on trouvera par la Trigonometrie ſpherique le vrai lieu du Soleil pour le temps des deux Obſervations correſpondantes. La difference étant partagée en deux parties égales, & ajoûtée au vrai lieu du Soleil pour le jour de la premiére Obſervation, donne le vrai lieu de ſon Apogée ou de ſon Perigée.

Cette methode ne peut pas être employée pour les Planetes, par les raiſons que nous avons alleguées ci-deſſus.

Troiſiéme Methode de déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil.

Ayant placé au foyer d'une Lunette un fil ver-

vertical, on mesurera le temps que le Soleil employe à passer par le Meridien en diverses saisons de l'année, & on convertira ce temps en degrés, minutes & secondes à raison de 15 degrés par heure.

Comme le Soleil décrit par son mouvement journalier un Cercle parallele à l'Equateur, dont les degrés diminuent de grandeur à mesure que sa déclinaison à l'égard de l'Equateur va en augmentant, il arrive que son diametre occupe alors un plus grand arc de ce parallele; c'est pourquoi il faut réduire le temps de son passage, converti en degrés & minutes de son parallele, en degrés & minutes d'un grand cercle de la Sphere, en faisant comme le sinus total est au sinus du complement de la déclinaison du Soleil au temps de l'Observation; ainsi les minutes & secondes de degré que le diametre du Soleil occupe sur le parallele, sont aux minutes & secondes d'un grand cercle qu'occupe le diametre du Soleil pris sur l'Equateur.

On choisira deux Observations correspondantes, dans lesquelles le diametre du Soleil ainsi réduit, se trouve de la même grandeur; & on calculera par le moyen de la déclinaison du Soleil son vrai lieu dans ces deux differentes situations. La difference étant partagée en deux parties égales, & ajoûtée au vrai lieu du Soleil pour le temps de la premiére Observation, donne le vrai lieu de l'Apogée ou du Perigée du Soleil.

Cette methode, de même que les deux précedentes, ne peut être employée que pour déterminer l'Apogée & le Perigée du So-

Soleil, & elle a cet avantage, qu'elle n'eſt point ſujette à aucune variation cauſée par la refraction & la parallaxe.

Quatriéme Methode de déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil.

On obſervera pluſieurs jours de ſuite en diverſes ſaiſons de l'année la hauteur meridienne du Soleil, qui étant corrigée par la refraction & la parallaxe, & comparée à la hauteur de l'Equateur, donnera la déclinaiſon du Soleil pour les jours de ces differentes Obſervations. Cette déclinaiſon étant déterminée, & connoiſſant l'obtiquité de l'Ecliptique, que l'on ſuppoſe de 23° 29′ 0″, on calculera par la Trigonometrie ſpherique le vrai lieu du Soleil pour le temps de chaque Obſervation.

Ayant ainſi connu le mouvement vrai du Soleil pendant l'intervalle d'un ou de pluſieurs jours, on cherchera dans une autre ſaiſon, le temps où le mouvement vrai du Soleil a été égal à celui qu'on lui a reconnu pendant le même nombre de jours, la difference entre le vrai lieu du Soleil déterminé par les Obſervations correſpondantes étant partagée en deux également, & ajoûtée au vrai lieu du Soleil de la premiére Obſervation, donne le vrai lieu de l'Apogée & du Perigée du Soleil.

Lorſque le mouvement vrai du Soleil en longitude pendant un certain nombre de jours eſt plus grand ou plus petit que dans le même nombre de jours correſpondants, on comparera les Obſervations des jours qui pré-

précedent ou ſuivent immediatement, & ſon telles que dans un pareil nombre de jours la quantité du mouvement du Soleil ſoit plus grande ou plus petite que dans la prémiere comparaiſon. On déterminera l'Apogée ou le Perigée du Soleil qui reſulte de ces Obſervations, & on aura la difference entre les deux déterminations de l'Apogée, dont on prendra la partie proportionnelle qui convient à la differente quantité du mouvement, qu'il faut appliquer au lieu de l'Apogée ou du Perigée trouvé par la premiére détermination, pour avoir le vrai lieu de l'Apogée & du Perigée du Soleil.

Cette methode ſuppoſe que la difference entre le temps vrai & le temps moyen dans l'intervalle des premiéres Obſervations, eſt égale à la difference entre le temps vrai & le temps moyen dans l'intervalle des Obſervations correſpondantes, ou qu'elle n'en differe pas ſenſiblement. Car autrement il faudra réduire le temps vrai de chaque intervalle en temps moyen. On prendra le mouvement du Soleil qui convient à la difference entre le temps moyen de chacun de ces intervalles qu'on retranchera du vrai mouvement obſervé dans le plus grand intervalle. On comparera enſuite ces vrais mouvemens de la maniére qu'on vient de l'expliquer pour déterminer le vrai lieu de l'Apogée & du Perigée du Soleil.

Il eſt aiſé de reconnoître que cette methode demande un grand nombre d'Obſervations de hauteurs meridiennes du Soleil, afin de pouvoir choiſir celles qui ſont les plus propres pour cette détermination, leſquel-

quelles doivent être éloignées les unes des autres, afin que les differences entre les mouvemens obſervés ſoient plus ſenſibles.

On peut l'employer auſſi pour la Lune & les autres Planetes, pourvû qu'on ait aſſés d'Obſervations pour trouver des intervalles égaux où le mouvement vrai d'une Planete avant & après ſon paſſage par l'Apogée ou le Perigée ſoit de la même quantité.

EXEMPLE.

Le 29 Janvier de l'année 1717, la hauteur meridienne apparente du Soleil a été obſervée de 23d 36′ 15″, ce qui donne ſa déclinaiſon meridionale à midi de 17d 52′ 0″, & ſa longitude de 309d 39′ 8″.

Le 14 Mai ſuivant, la hauteur meridienne apparente du bord ſuperieur du Soleil a été obſervée de 60d 5′ 50″, ce qui donne ſa déclinaiſon ſeptentrionale de 18d 39′ 38″, & ſa longitude de 53d 24′ 46″.

La difference entre ces deux longitudes eſt de 103d 45′ 38″, qui meſurent le vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 104 jours, depuis le 29 Janvier juſqu'au 14 Mars de l'année 1717.

Le 13 Août de la même année, la hauteur meridienne du bord ſuperieur du Soleil a été obſervée de 56d 5′ 20″, ce qui donne ſa déclinaiſon ſeptentrionale de 14d 42′ 2″, & ſa longitude de 140d 26′ 40″.

Le 26 Novembre ſuivant, la hauteur meridienne du bord ſuperieur du Soleil a été obſervée de 20d 27′ 50″, ce qui donne ſa dé-

déclinaiſon meridionale de 21d 0′ 35″, & ſa longitude de 244d 7′ 19″.

Le mouvement du Soleil en longitude dans le même intervalle de 104 jours, depuis le 13 Août juſqu'au 26 Novembre 1717, a donc été de 103d 40′ 39″, plus petit de 4 minutes 59 ſecondes que depuis le 29 Janvier juſqu'au 14 Mai de la même année.

La difference entre le temps vrai & le moyen dans le premier intervalle eſt de 17′ 48″, plus grande ſeulement d'une minute 8 ſecondes que dans le ſecond intervalle, auſquels il répond 3 ſecondes de vrai mouvement qu'il faut retrancher du mouvement vrai du Soleil, déterminé dans le premier intervalle de 103d 45′ 38″, & on aura 103d 45′ 35″.

Comparant l'Obſervation du 14 Mai, où la longitude du Soleil étoit de 53d 24′ 46″, avec celle du 13 Août, où on l'a trouvée de 140d 26′ 40″, on aura le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle de 87d 1′ 54″, dont la moitié 43d 30′ 57″, étant ajoûtée à 53d 24′ 46″, donne 96d 55′ 43″.

Comme dans ces Obſervations, le mouvement du Soleil en longitude dans le premier intervalle de 103d 45′ 35″ eſt plus grand de 4′ 56″ que celui qui a été obſervé de 103d 40′ 39″ depuis le 13 Août juſqu'au 26 Novembre, on examinera les Obſervations des jours ſuivans, & on trouvera que le 14 Août la hauteur meridienne apparente du bord ſuperieur du Soleil a été obſervée de 55d 49′ 30″, ce qui donne ſa déclinaiſon ſeptentrionale de 14d 23′ 11″, & ſa longitude de 141d 25′ 36″.

Le 27 Novembre ſuivant, la hauteur meri-

ridienne du bord ſuperieur du Soleil étoit de 20d 16′ 30″, ce qui donne ſa déclinaiſon meridionale de 21d 12′ 7″, & ſa longitude de 245d 10′ 19″.

La difference entre la longitude du Soleil du 14 Mai & du 27 Novembre, meſure ſon mouvement vrai dans cet intervalle qui eſt de 103d 44′ 43″, plus grand de 4′ 4″, que depuis le 13 Août juſqu'au 26 Novembre, & plus petit de 52 ſecondes que depuis le 29 Janvier juſqu'au 14 Mai.

Comparant l'Obſervation du 14 Mai, où la longitude étoit de 53d 24′ 46″ avec celle du 14 Août où on l'a trouvée de 141d 25′ 36″, on aura le mouvement du Soleil dans cet intervalle de 88d 0′ 50″, dont la moitié 44d 0′ 25″ étant ajoûtée à 53d 24′ 46″, donne 97d 25′ 11″.

Comme la difference entre le mouvement du Soleil qui reſulte des Obſervations des 14 & 27 Novembre eſt encore plus petite de 52 ſecondes que celle qui reſulte des Obſervations des 29 Janvier & 14 Mai, on voit que le vrai lieu de l'Apogée doit être au delà de la derniére détermination ; c'eſt pourquoi l'on fera comme 4′ 4″ difference, dont le mouvement du Soleil en longitude depuis le 14 Août juſqu'au 27 Novembre eſt plus grand que ſon mouvement depuis le 13 Août juſqu'au 26 Novembre, ſont à 52 ſecondes difference, dont le mouvement en longitude depuis le 14 Août juſqu'au 27 Novembre eſt plus petit que depuis le 29 Janvier juſqu'au 14 Mai ; ainſi 29′ 28″, difference entre l'Apogée du Soleil qui reſulte des deux comparaiſons précedentes, ſont à 6′ 17″ qu'il faut

faut ajoûter au lieu de l'Apogée trouvé par la derniére détermination de 97d 25′ 11″, pour avoir le vrai lieu de l'Apogée du Soleil en 1717 à 7d 31′ 28″ de l'Ecreviſſe.

Il eſt aiſé de voir juſqu'à quelle préciſion on peut déterminer le vrai lieu de l'Apogée par cette methode, puiſque dans cet exemple une difference de 52 ſecondes dans le vrai lieu du Soleil, en cauſe une de 6′ 17″ dans la détermination de l'Apogée du Soleil, ce qui eſt à raiſon de 14′ 30″ pour deux minutes de difference dans le vrai lieu du Soleil, qui eſt une erreur beaucoup plus grande que celle qui peut reſulter des Obſervations faites avec préciſion. Ainſi l'on peut s'aſſurer que par cette methode on déterminera le vrai lieu de l'Apogée à moins d'un quart de degré près, & même avec beaucoup plus d'exactitude, ſi l'on n'y employe que des Obſervations choiſies & faites dans les circonſtances convenables, en aſſés grand nombre pour rectifier les unes par les autres.

Cinquième Methode de déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil.

On obſervera en diverſes ſaiſons de l'année, le paſſage par le Meridien du Soleil & d'une Etoile fixe, dont l'aſcenſion droite eſt connuë. Réduiſant en degrés la difference entre ces paſſages, à raiſon de 15 degrés par heure, on aura la difference entre l'aſcenſion droite du Soleil & celle de cette Etoile au temps de ſon paſſage par le Meridien, qu'il faut ajoûter à l'aſcenſion droite de l'E-

l'Etoile, lorſque ſon paſſage précede celui du Soleil, & qu'il faut retrancher de l'aſcenſion droite de l'Etoile, lorſque ſon paſſage ſuit celui du Soleil, & on aura l'aſcenſion droite du Soleil au temps du paſſage de l'Etoile par le Meridien, avec laquelle on trouvera la longitude veritable du Soleil pour ce temps.

On déterminera de la même maniére la longitude veritable du Soleil pour le jour ſuivant, ou tel autre que l'on voudra, & l'on aura le mouvement vrai du Soleil pendant un certain nombre de jours.

On trouvera par la même methode, dans une autre ſaiſon, le vrai lieu du Soleil, & l'on cherchera le temps où le mouvement du Soleil en longitude eſt égal à ſon mouvement obſervé pendant le même nombre de jours. La difference entre le vrai lieu du Soleil qui reſulte des Obſervations correſpondantes, étant partagée en deux également, & ajoûtée à la premiére Obſervation, donne le vrai lieu de l'Apogée & du Perigée du Soleil.

Lorſque le mouvement vrai du Soleil, pendant ces deux intervalles de temps égaux, n'eſt pas préciſément de la même quantité, on comparera les Obſervations des jours qui précedent ou ſuivent immediatement, & ſont telles que la quantité du mouvement compriſe dans un même intervalle de temps, ſoit plus grande ou plus petite que dans la premiére comparaiſon, on déterminera l'Apogée ou le Perigée du Soleil qui reſulte de ces Obſervations, & on aura la difference entre les deux déterminations de l'Apogée, dont

dont on prendra la partie proportionnelle qui convient à la differente quantité du mouvement, qu'il faut appliquer au lieu de l'Apogée ou du Perigée trouvé par la premiére détermination, pour avoir le vrai lieu de l'Apogée ou du Perigée du Soleil.

On peut ſe ſervir, pour cette détermination, de differentes Etoiles fixes, & au cas que l'on ne connoiſſe point exactement leur aſcenſion droite, il faudra obſerver la hauteur meridienne du Soleil dans les temps où ſa déclinaiſon varie conſiderablement d'un jour à l'autre, & calculer ſon aſcenſion droite, à laquelle on ajoûtera le mouvement du Soleil en aſcenſion droite qui convient à la difference entre le paſſage du Soleil & de l'Etoile par le Meridien, lorſque le paſſage de l'Etoile eſt après midi, & de laquelle on retranchera ce mouvement, lorſque l'Etoile a paſſé le matin, & on aura l'aſcenſion droite veritable du Soleil au temps du paſſage de l'Etoile par le Meridien. Y ajoûtant la difference entre le paſſage du Soleil & de l'Etoile par le Meridien, réduite en degrés, lorſque l'Etoile a paſſé par le Meridien après midi: ou le retranchant, lorſque ſon paſſage eſt avant midi, on aura l'aſcenſion droite veritable de l'Etoile, avec laquelle on déterminera le vrai lieu de l'Apogée ou du Perigée du Soleil, de la maniére qu'on l'a expliquée ci-deſſus.

EXEMPLE.

Le paſſage de Sirius par le Meridien a été obſervé le 21 Mai de l'année 1717 à

à 2^h 40′ 20″, & le 22 Mai à 2^h 36′ 20″.

Réduiſant ces heures en degrés, on aura la difference d'aſcenſion droite entre le Soleil & cette Etoile le 21 Mai de 40^d 5′ 0″, & le 22 Mai de 39^d 5′ 0″, qui étant retranchés de l'aſcenſion droite de cette Etoile qui étoit alors de 98^d 11′ 3″, à cauſe que ſon paſſage a ſuivi celui du Soleil, donne l'aſcenſion droite du Soleil le 21 Mai 1717 à 2^h 40′ 20″ de 58^d 6′ 3″, & le 22 Mai à 2^h 36′ 20″ de 59^d 6′ 3″, par le moyen deſquelles on trouvera la longitude du Soleil le 21 Mai 1717 à 2^h 40′ 20″ de 60^d 16′ 44″, & le 22 Mai à 2^h 36′ 20″ de 61^d 14′ 15″. La difference, qui eſt de 57^d 31′, meſure le vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 23^h 56′ 0″.

Le 6 Août ſuivant, le paſſage de la luiſante de l'Aigle par le Meridien a été obſervé à 10^h 30′ 27″ ½, & le 7 Août à 10^h 26′ 38″.

Réduiſant ces heures en degrés, on aura la difference d'aſcenſion droite entre le Soleil & cette Etoile le 6 Août de 157^d 36′ 52″ ½, & le 7 Août de 156^d 39′ 30″, qui étant retranchés de l'aſcenſion droite de la luiſante de l'Aigle qui étoit alors de 294^d 13′ 44″, donne l'aſcenſion droite du Soleil le 6 Août 1717 à 10^h 30′ 27″ ½ du ſoir de 136^d 36′ 51″ ½, & le 7 Août à 10^h 26′ 38″ de 137^d 34′ 14″, par le moyen deſquelles on trouvera la longitude du Soleil le 6 Août 1717 à 10^h 30′ 27″ ½ du ſoir de 134^d 8′ 18″ ½, & le 7 Août à 10^h 26′ 38″ ½ de 135^d 5′ 50″. La difference qui eſt de 57′ 31″ ½, meſure le mouvement vrai du Soleil en longitude pendant l'intervalle de 23^h 56′ 10″, avec une difference de 10 ſe-

condes dans le temps, & d'une demi-ſeconde dans le mouvement, de ce qui a été trouvé entre l'Obſervation du 21 & 22 Mai.

Negligeant ces differences qui ſont inſenſibles, & qui d'ailleurs ſe compenſent l'une l'autre, on trouvera qu'au temps de la premiére Obſervation. la longitude du Soleil étoit de 60d 16′ 44″. & au temps de la derniére de 135d 5′ 50″. La difference, qui eſt de 74d 49′ 6″, étant partagée en deux parties égales, on aura 37d 24′ 33″, qui étant ajoûtés à 60d 6′ 44″, donne le lieu de l'Apogée du Soleil à 7d 41′ 17″ de l'Ecreviſſe.

Si l'on ſuppoſe preſentement, que l'aſcenſion droite de ces deux Etoiles n'eſt pas connuë, on trouvera par l'Obſervation de la hauteur meridienne du Soleil ſa déclinaiſon ſeptentrionale le 21 Mai à midi de 20d 12′ 51″, & le 22 Mai à midi de 20d 25′ 31″, ce qui donnera ſa déclinaiſon le 21 Mai à 2h 40′ 20″, temps du paſſage de Sirius par le meridien de 20d 14′ 45″, avec laquelle on trouvera ſa longitude de 60d 16′ 31″, & ſon aſcenſion droite de 58d 5′ 48″. Y ajoûtant 40d 5′ 0″, qui répondent à 2h 40′ 20″, difference entre le paſſage du Soleil & de Sirius par le Meridien, on aura l'aſcenſion droite de cette Etoile le 21 Mai à 2h 40′ 20″ de 98d 10′ 48″.

Le 22 Mai le paſſage de Sirius par le Meridien fut obſervé à 2h 36′ 20″, qui étant converties en degrés, font 39d 5″, qui étant retranchés de 98d 10′ 48″, donne l'aſcenſion droite du Soleil le 22 Mai à 2h 36′ 20″.

20″ de 59d 5′ 48″, avec laquelle on trouvera sa longitude de 61d 14′ 2″.

La difference entre cette longitude & celle du jour précedent est de 57′ 31″ qui mesurent le vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 23h 56′ 0″.

Le 6 Août suivant la déclinaison septentrionale du Soleil a été observée à midi de 16d 43′ 46″, & le 7 Août de 16d 27′ 26″, ce qui donne la déclinaison du Soleil le 6 Août à 10h 30′ 27″ ½, temps du passage de l'Aigle par le Meridien de 16d 36′ 37″, avec laquelle on trouvera le vrai lieu du Soleil de 134d 9′ 42″ ½, & son ascension droite de 136d 38′ 16″. Y ajoûtant 157d 36′ 52″ ½ qui répondent à 10h 30′ 27″ ½, difference entre le passage du Soleil & de l'Aigle par le Meridien, on aura l'ascension droite de cette Etoile le 6 Août de 294d 15′ 8″ ½.

Le 7 Août le passage de l'Aigle par le Meridien fut observé à 10h 26′ 38″ ½, qui étant converties en degrés, font 156d 39′ 30″, qu'il faut retrancher de 294d 15′ 8″ ½ pour avoir l'ascension droite du Soleil le 7 Août à 10h 26′ 38″ de 137d 35′ 38″ ½, avec laquelle on trouvera le vrai lieu du Soleil le 7 Août à 10h 26′ 38″ de 135d 7′ 14. La difference entre cette longitude & celle du jour précedent est de 57′ 31″ ½ qui mesurent le vrai mouvement du Soleil dans l'intervalle de 23h 56′ 10″.

Negligeant ces petites differences qui sont compensées en partie l'une par l'autre, on trouvera au temps de la premiére Observation la longitude du Soleil de 60d 16′ 31″, & au temps de la seconde de 135d 7′ 14″. Pre-

nant un milieu, on aura le vrai lieu de l'Apogée du Soleil à 7ᵈ 41′ 52″ de l'Ecreviſſe, peu different de celui que l'on a trouvé par la comparaiſon précedente.

Cette methode a beaucoup de rapport à la précedente, en ce que l'on y emploje le vrai lieu du Soleil, déterminé dans des intervalles égaux avant & après ſon paſſage par ſon Apogée ou ſon Perigée; mais elle a cet avantage, que dans la quatriéme methode il étoit neceſſaire dans chaque Obſervation de déterminer le vrai lieu du Soleil par le moyen de ſa déclinaiſon, ce qui oblige de choiſir des temps où cette déclinaiſon varie conſiderablement d'un jour à l'autre, pour avoir plus exactement ſon mouvement en longitude; au lieu que dans celle-ci, l'aſcenſion droite d'une Etoile étant une fois déterminée exactement par des Obſervations choiſies, on peut connoître le vrai lieu du Soleil, & par conſequent ſon vrai mouvement dans tous les temps de l'année avec une aſſés grande exactitude. Car comme on ne ſuppoſe par cette methode que l'aſcenſion droite de l'Etoile connuë, & la difference entre le paſſage du Soleil & de cette Etoile par le Meridien, toute l'erreur qui peut ſe trouver dans cette détermination doit provenir de ces deux cauſes.

A l'égard de celle qu'il peut y avoir dans l'aſcenſion droite de l'Etoile, elle ne peut gueres monter qu'à une minute, & elle n'en cauſe qu'une de la même quantité dans la détermination de l'Apogée.

Pour ce qui eſt de la difference entre les paſſages, quand même on la ſuppoſeroit de deux

deux secondes, qui est une erreur plus grande que celle qui peut resulter des Observations faites avec précision, cela n'en causeroit qu'une de 3 ou 4 minutes dans l'exemple qui a été rapporté dans la quatriéme Methode, ce qui est une exactitude plus grande que celle à laquelle on a cru jusqu'à present pouvoir parvenir dans la détermination du vrai lieu de l'Apogée & du Perigée.

Sixiéme Methode de déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil, ou l'Aphelie ou le Perihelie des Planetes, & l'Excentricité de leurs Orbes.

Les methodes que nous venons de proposer, demandent des Observations choisies, faites à distance égale de part & d'autre de l'Apogée & du Perigée, & qu'on ne peut par consequent employer qu'en comparant ensemble un grand nombre d'Observations.

C'est pourquoi nous en donnerons ici une qui a été inventée par mon Pere, & rapportée dans le Journal des Savans du mois de Novembre de l'année 1669, par laquelle on peut déterminer immediatement le vrai lieu de l'Aphelie & du Perihelie des Planetes dans l'hypothese elliptique, y employant seulement trois Observations faites dans des temps differents.

*Ayant décrit un cercle *MBND* à volonté, on prendra de *C* vers *B*, l'arc *CB* égal à la difference entre le vrai lieu d'une Pla-

ne-

* Fig. 1.

nete déterminé par les deux premiéres Obſervations, & l'arc *B A* égal à la difference entre le vrai lieu de cette Planete, déterminé par la ſeconde & la troiſiéme Obſervation. Du point *B*, on menera par le centre *L* du cercle *MBND*, le diametre *BLD* qui rencontrera ſa circonference au point *D*. Le mouvement moyen de la Planete étant connu, on prendra du point *D* vers *C* l'arc *DF* égal au moyen mouvement du Soleil qui répond à l'intervalle de temps qui s'eſt écoulé entre la premiére & la ſeconde Obſervation, & du point *D* vers *A* l'arc *DE* égal au moyen mouvement depuis la ſeconde juſqu'à la troiſiéme Obſervation. On menera du point *D* aux points *C* & *A*, les lignes *DC*, *DA*, qui couperont les lignes *BF*, *BE*, aux points *G* & *H*, par leſquels on menera la ligne *GH*.

Du point *B*, on abaiſſera *HG* la perpendiculaire *BI*, & du point *I*, on menera par le centre *L* le diametre *MILN*, ſur lequel on prendra *I0* égal à *IL*. L'angle *BIM* meſurera la diſtance de la Planete à ſon Aphelie dans le temps de la ſeconde Obſervation. Le point *I* ſera le centre de l'Ellipſe que le Soleil décrit par ſon mouvement propre, dont le grand axe ſera égal au diametre *MN*, le point *L* ſera un des foyers de l'Ellipſe, & repreſentera le centre du vrai mouvement où le Soleil eſt placé, & le point *0*, l'autre foyer autour duquel la Planete parcourt ſon moyen mouvement.

On peut employer de la même maniére un plus grand nombre d'Obſervations faites avant & après celle qui a été marquée la ſe-

seconde, en tirant des extremités *B* & *D* du diametre *BD*, aux points de la circonference qui marquent les mouvemens vrais & moyens du Soleil, des lignes dont les intersections doivent toutes se rencontrer sur la ligne *HG* prolongée de part & d'autre, s'il est necessaire.

DÉMONSTRATION.

L'angle *BHA* externe est égal à l'angle *BDA*, moitié de l'angle au centre *BLA*, qui mesure le mouvement vrai de la Planete depuis la seconde jusqu'à la troisiéme Observation, & à l'angle *DBE*, moitié de l'angle *DLE* qui mesure son moyen mouvement, c'est-à-dire, au milieu arithmetique entre le vrai & le moyen mouvement.

L'angle *BGC* externe est égal à l'angle *BDC*, moitié de l'angle *BLC* qui mesure le mouvement vrai de la Planete depuis la premiére jusqu'à la seconde Observation, & à l'angle *DBF*, moitié de l'angle *DLF* qui mesure son moyen mouvement.

Du point *B* soit mené aux points *A* & *C* les lignes *BA*, *BC*. L'angle *BAH* ou *BAD* qui est dans le demi-cercle *BAD* est droit; l'angle *BIH* est aussi droit par la construction; c'est pourquoi les points *BAHI* sont dans un cercle dont le diametre est *BH*. L'angle *BIA* qui soutend l'arc *BA* est donc égal à l'angle *BHA* qui soutend le même arc *BA*, & a été trouvé égal au milieu arithmetique entre le vrai & le moyen mouvement.

On trouvera de même que les angles BCD ou BCG & BIG étant droits, les points $BIGC$ ſont dans un cercle, & que l'angle BIC qui ſoutend l'arc BC eſt égal à l'angle BGC qui a été trouvé égal au milieu arithmetique entre le vrai & le moyen mouvement.

Du point I comme centre & de l'intervalle IV égal à LM ſoit décrit le cercle VPT. Soit fait l'angle BIR égal à l'angle IBL, & ſoit prolongé IR juſqu'à ce qu'il rencontre le cercle VPI en P. Joignez LP, & du point O menez à IP la parallele OS qui rencontre en S le rayon SB prolongé, s'il eſt neceſſaire.

Les angles IBL, BIP, étant égaux par la conſtruction, les côtés BR & RI ſont auſſi égaux; les retranchant des rayons LB, IP, des cercles égaux $MBND$, VPT, on aura les côtés PR, RL, du triangle PRL égaux. Les angles RPL, RLP, ſeront donc égaux entr'eux, mais l'angle IRL externe eſt égal à la ſomme des angles RPL, RLP, & à la ſomme des angles IBL, BIP. Les quatre angles RPL, RLP, IBL, BIP, ſeront donc égaux entr'eux, & la ligne PL ſera parallele à la ligne BI. Maintenant à cauſe des paralleles OS, IP; SL eſt à RL ou PR qui lui eſt égal comme SO eſt à RI, comme OL eſt à IL. Mais OL eſt double de IL, donc SL eſt double de RL ou PR, & SO eſt double de RI; donc SL plus SO eſt double de PR plus RI, c'eſt-à-dire du rayon PI qui eſt égal à la moitié du diametre VT. Le point S eſt donc ſur une Ellipſe, dont le grand

axe

axe est VT, & dont les foyers sont aux points O & L.

On démontrera de même que si l'on fait l'angle CIK égal à l'angle ICL, & l'on mene OQ parallele à IK, qui rencontre LC prolongé, s'il est necessaire en Q; le point Q est sur une Ellipse dont le grand axe est VT, & les foyers O & L.

Si l'on ajoute presentement à l'angle SLQ ou BLC qui par la construction mesure l'arc BC du vrai mouvement du Soleil l'angle PLB; on aura l'angle CLP ou CXB qui lui est égal à cause des paralleles BL, BIX. Ajoûtant à l'angle CXB l'angle ICL ou ICX, on aura l'angle BIC ou BGC qui lui est égal, que l'on a démontré mesurer le milieu arithmetique entre le vrai & le moyen mouvement du Soleil.

Si l'on ajoûte de même à l'angle BIC l'angle PLB ou PIB qui lui a été démontré égal, on aura l'angle PIC, auquel si l'on ajoûte l'angle ICL ou CIK qui lui est égal par la construction, on aura l'angle PIK qui à cause des paralleles OS, IP & OQ, IK, est égal à l'angle SOQ. La difference entre l'angle BLC ou SLQ du vrai mouvement, & l'angle BIC milieu arithmetique entre le vrai & le moyen mouvement est donc égale à la difference entre cet angle BIC & l'angle SOQ, lequel representera par consequent dans l'hypothese elliptique le moyen mouvement qui se fait autour d'un des foyers O de l'Ellipse VST, pendant que le vrai mouvement se fait autour de l'autre foyer L qui represente le centre du Soleil. La ligne VT qui passe par

les foyers *L* & *O* ſera donc l'axe de l'Ellipſe que la Planete décrit par ſa révolution, dont l'extremité *V* du côté du point *O* repreſente ſon Aphelie, & l'extremité *T* ſon Perihelie. L'angle *VOS* meſurera la diſtance moyenne de la Planete à ſon Aphelie, & l'angle *VLS* ſa diſtance veritable, qui étant retranchée du vrai lieu du Soleil déterminé en *S*, donne le vrai lieu de ſon Aphelie: ce qu'il falloit chercher.

On peut déterminer geometriquement par cette methode le vrai lieu de l'Aphelie des Planetes & leur excentricité, en décrivant une grande figure diviſée exactement, & choiſiſſant la détermination qui reſulte des Obſervations qui paroiſſent avoir été faites avec le plus d'exactitude. Mais comme il ſeroit difficile de déterminer par ce moyen les Aphelies des Planetes & leur excentricité avec toute la préciſion que l'on peut ſouhaiter, on les trouvera par le calcul en cette maniére.

EXEMPLE.

Le 5 Mai de l'année 1690 la vraye oppoſition de Saturne avec le Soleil eſt arrivée à *Paris* à 6^h $32'$ du ſoir. Le vrai lieu du Soleil étoit alors de 1^s 15^d $33''$, ce qui donne le vrai lieu de Saturne de 7^s 15^d $33'$ $30''$.

Le 15 Juillet de l'année 1696 la vraye oppoſition de Saturne eſt arrivée à 1^h $0'$ après midi, ſon vrai lieu étant de 9^s 23^d $46'$ $0''$.

Le 12 Octobre de l'année 1703 la vraye op-

opposition de Saturne est arrivée à $20^h\ 12'$ après midi, son vrai lieu étant de $0^s\ 19^d\ 14'\ 20''$.

Le mouvement vrai du Soleil dans l'espace de six années, dont deux Bissextiles, 70 jours $18^h\ 28'$ depuis le 5 Mai 1690 à $6^h\ 32'$ du soir jusqu'au 15 Juillet 1696 à $1^h\ 0'$, a donc été de $68^d\ 12'\ 30''$, & ce vrai mouvement dans l'espace de sept années communes 89 jours $19^h\ 12'$ depuis le 15 Juillet 1696 à $1^h\ 0'$ jusqu'au 12 Octobre 1703 à $20^h\ 12'$ a été de $85^d\ 28'\ 20''$.

Soit pris sur le cercle $MBAD$ l'arc BC de $68^d\ 12'\ 30''$, & l'arc BA de $85^d\ 28'\ 20''$, & ayant tiré le diametre BLD, soit pris l'arc DF de $75^d\ 44'\ 8''$ égal au moyen mouvement de Saturne qui convient à six années communes 72 jours $18^h\ 28'$, & l'arc DE de $88^d\ 31'\ 20''$ égal au moyen mouvement de cette Planete qui répond à 7 années 89 jours $19^h\ 12'$.

L'angle BDC à la circonference, étant la moitié de l'angle BLC au centre qui mesure l'arc BC de $68^d\ 12'\ 30''$, sera de $34^d\ 6'\ 15''$. L'angle DBF à la circonference étant la moitié de l'angle DLF qui mesure l'arc DF de $75^d\ 44'\ 8''$, sera de $37^d\ 52'\ 4''$, & par consequent dans le triangle BGD, dont les angles BDC ou BDG, & DBF ou DBG sont connus, & le côté BD est égal au double du rayon supposé de 100000, on trouvera le côté BG de 117930.

L'arc BA étant de $85^d\ 28'\ 20''$, & l'arc DE de $88^d\ 31'\ 20''$, on aura l'angle BDA de $42^d\ 44'\ 10''$, & l'angle DBE de $44^d\ 15'\ 40''$, & par consequent dans le triangle

BHD, dont les angles *BDH* & *DBH* sont connus aussi-bien que le côté *BD*, on trouvera le côté *BH* de 135911. Maintenant dans le triangle *GBH*, dont les côtés *BG*, *BH*, sont connus, & l'angle compris *GBH* est de 82d 7′ 44″ égal à la somme des angles *DBG* & *DBH*, on trouvera l'angle *BHG* de 44d 17′ 15″; & dans le triangle rectangle *BIH*, dont le côté *BH* est connu de 135911, & l'angle *BHG* ou *BHI* de 44d 17′ 15″, on trouvera le côté *BI* de 949012. Retranchant l'angle *DBE* qui a été trouvé de 44d 15′ 40″ de l'angle *IBH* de 45d 42′ 45″, complement de l'angle *BHG*, on aura l'angle *IBL* de 1d 27′ 5″, & dans le triangle *BIL*, dont le côté *BI* vient d'être trouvé de 949012, & le rayon *BL* est connu, aussi-bien que l'angle *IBL* compris entre ces côtés, on trouvera l'angle *BLI* ou *SLV* de 25d 6′ 33″, qui étant retranché du vrai lieu du Soleil en *S* au temps de la seconde Observation qui étoit de 9s 23d 46′ 0″, donne le vrai lieu de l'Aphelie de Saturne de 8s 28d 39′ 27″, c'est-à-dire à 28d 39′ 27″ du Sagittaire. On trouvera aussi dans le triangle *BIL* le côté *IL* qui mesure l'excentricité de Saturne de 56646 parties, dont le rayon est 1000000.

Sep-

Septiéme Methode de déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil, ou l'Aphelie & le Perihelie des Planetes, & l'excentricité de leurs Orbes.

Etant donné par trois Observations quelconques le mouvement vrai d'une Planete & le mouvement moyen qui lui répond, déterminer dans l'hypothese elliptique le vrai lieu de l'Apogée de cette Planete & l'excentricité de son Orbe.

* Soit dans le cercle ABD le moyen mouvement qui convient à l'intervalle de temps entre la premiére & la seconde Observation, mesuré par l'angle ACB, & le moyen mouvement qui répond à l'intervalle entre la seconde & la troisiéme Observation, mesuré par l'angle BCD. Ayant prolongé le rayon BC au de-là du centre C, soit fait l'angle CAE égal à la demi-difference entre le vrai & le moyen mouvement qui convient au premier intervalle, & soit pris l'angle CDG égal à la demi-difference entre le vrai & le moyen mouvement qui répondent au second intervalle. Soit décrit par les points A, B, E, le cercle $ABHE$, dont le centre est en V, & par les points B, D, G, le cercle $BDHG$, dont le centre est en T, & qui coupe le cercle $ABHE$ au point H. Soit mené du point H par le centre C du cercle ABD la ligne droite HCF. Je dis que le point F representera l'Apogée de la Planete, le point Q le Perigée, H, un des

* Fig. 2.

foyers de l'Ellipſe, autour duquel ſe fait le vrai mouvement, & *HC* la moitié de l'excentricité.

Pour déterminer l'Ellipſe que la Planete décrit par ſa révolution, ſoit fait l'angle *DHI* égal à l'angle *CDH*, & ayant pris *CK* égal à *CH*, ſoit mené *KI* parallele à *CD*, qui rencontrera *HI* au point *I*. Soient faits auſſi les angles *BHN* & *AHL* égaux aux angles *CBH* & *CAH*, & ſoient menées les lignes *KN* & *KL* paralleles aux lignes *CB*, *CA*, qui rencontrent les lignes *HN* & *HL* aux points *N* & *L*. Je dis que les points *I*, *N*, *L*, ſeront ſur une Ellipſe dont les foyers ſont *H* & *K*, & qu'ils repreſentent le lieu de la Planete dans les trois Obſervations données.

DÉMONSTRATION.

A cauſe des paralleles *DC* & *KI*, on aura dans les triangles *HCM*, *HKI*; *HC* eſt à *HK*; comme *HM* eſt à *HI*, comme *CM* eſt à *KI*; mais *HC* eſt la moitié de *HK*, donc *HM* eſt la moitié de *HI*, & *CM* eſt la moitié de *KI*, donc *HM* plus *CM* eſt égal à la moitié de *HI* plus *KI*. Maiâ à cauſe des angles égaux *DHI*, *CDH*; *DM* eſt égal à *HM*; donc *DM* plus *CM*, c'eſt-à-dire le rayon *CD* eſt égal à la moitié de *HI* plus *KI*, & par conſequent le point *I* eſt ſur la circonference d'une Ellipſe, dont un des foyers eſt le point *H*, & l'autre foyer le point *K*.

Il faut preſentement conſiderer que l'angle

gle *BHA* est égal à l'angle *BCA* moins les angles *CBH* & *CAH*; mais l'angle *BGA* qui lui est égal, mesure l'augle *BCA* moins l'angle *CAG* demi-difference entre le vrai & le moyen mouvement, donc les angles *CBH* plus *CAH* mesurent aussi cette même demi-difference. Si donc l'on retranche de l'angle *BHA* les angles *BHN* & *AHL* qui par la construction ont été faits égaux aux angles *CBH* plus *CAH*, on aura l'angle *LHN* égal à l'angle *ACB* du moyen mouvement moins deux fois la demi-difference entre le vrai & le moyen mouvement, d'où il suit que l'angle *LHN* mesure le vrai mouvement de la Planete qui répond au premier intervalle.

On trouvera de même que l'angle *BGD* ou *BHD* qui est à la circonference du cercle *BDHG* est égal à l'angle *BCD* moins l'angle *CDG* demi-difference entre le vrai & le moyen mouvement; mais l'angle *CDG* est égal à l'angle *CDH*, moins l'angle *GDH* ou *GBH*, qui se terminant à la même circonference, lui est égal; donc l'angle *CDH* moins l'angle *GBH* ou *CBH* mesure cette demi-difference. Si donc l'on retranche de l'angle *BHD* l'angle *DHI* qui a été fait égal à l'angle *CDH*, & l'on y ajoûte l'angle *BHN* qui a été fait égal à l'angle *CBH*, on aura l'angle *IHN* égal à l'angle *BCD* moins deux fois l'angle *CDG*, d'où il suit que l'angle *IHN* represente le vrai mouvement qui convient au second intervalle. Mais à cause des lignes *KL*, *KN*, *KI*, paralleles aux lignes *CA*, *CN*, *CD*, l'angle *LKN* est égal à l'angle *ACB*, & l'angle *NKI* est égal à l'angle *BCD*. Donc

les

les angles LKN & NKI mesurent le moyen mouvement qui se fait à l'égard du foyer K de l'Ellipse, pendant que le vrai mouvement se fait autour de l'autre foyer H de la même Ellipse, d'où il resulte que le point F represente le vrai lieu de l'Apogée, & le point Q le Perigée; que KH mesure l'excentricité de l'Orbe de la Planete, & que les points L, N, I, representent son vrai lieu dans ces trois differentes Observations.

EXEMPLE.

Le vrai lieu du Soleil ayant été determiné en 1722 le 16 Mai de $1^s\ 25^d\ 10'\ 54''$, le 18 Juillet de $3^s\ 25^d\ 22'\ 0''$, & le 30 Août de $5^s\ 6^d\ 40'\ 6''$, on cherche le vrai lieu de l'Apogée du Soleil & l'excentricité de son Orbe.

L'angle ACB du moyen mouvement, depuis le 16 Mai jusqu'au 18 Juillet 1722, est de $62^d\ 5'\ 44''$, dont retranchant le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle qui a été observé de $60^d\ 11'\ 6''$, on aura la difference entre le vrai & le moyen mouvement de $1^d\ 54'\ 38''$, dont la moitié $57^d\ 19'$ étant ajoutée à $60^d\ 11'\ 6''$, ou retranchée de $62^d\ 5'\ 44''$, donne l'angle AEB ou AHB de $61^d\ 8'\ 25''$.

L'angle BCD du moyen mouvement, depuis le 18 Juillet jusqu'au 30 Août 1722, est de $42^d\ 22'\ 59''$, dont retranchant le vrai mouvement du Soleil dans cet intervalle qui est de $41^d\ 18'\ 6''$, on aura la difference entre le vrai & le moyen mouvement de $1^d\ 4'\ 53''$, dont la moitié $32'\ 26\frac{1}{2}$ étant retranchée

de

de l'angle *ABD* de 42d 22′ 59″, donne l'angle *BGD* ou *BHD* de 41d 50′ 32″ ½.

L'angle *ACB* étant de 62d 5′ 44″, & l'apgle *BCD* de 42d 22′ 59″, on aura l'angle *ABC* de 58d 57′ 8″, & l'angle *CBD* de 68d 48′ 30″ ½, dont la ſomme meſure l'angle *ABP* qui ſera de 127d 45′ 38″ ½.

L'angle *AHB* ou *BVP* qui lui eſt égal étant de 61d 8′ 25″, & l'angle *BHD* ou *BTO* qui lui eſt égal de 41d 50′ 32″ ½, on aura l'angle *ABV* de 28d 51′ 35″, & l'angle *TBD* de 48d 9′ 27″ ½, dont la ſomme 77d 1′ 2″ ½ étant retranchée de l'angle *ABD* de 127d 45′ 38″ ½, reſte l'angle *TBV* de 50d 44′ 36″.

Ayant diviſé les cordes *AB*, *BD*, en deux parties égales par les lignes *CP*, *CO*, on aura l'angle *BCP*, moitié de l'angle *ACB*, de 31d 2′ 52″ ½, dont le ſinus *BP* eſt de 51575 parties dont le rayon *BC* eſt 100000. On aura auſſi l'angle *BCO* moitié de l'angle *BCD* de 21d 1′ 29″ ½, dont le ſinus *BO* eſt 36149. On fera donc comme le ſinus de l'angle *BVP* ou *AHB* de 61d 8′ 25″ eſt au ſinus total; ainſi *BP* 51575 eſt à *BV* qu'on trouvera de 58888; on fera auſſi comme le ſinus de l'angle *BTO* ou *BHD* de 41d 50′ 32″ ½ eſt au ſinus total; ainſi *BO* 36149 eſt à *BT* qu'on trouvera de 54190.

Maintenant dans le triangle *BVT*, dont le côté *BV* eſt de 58888, le côté *BT* de 54190, & l'angle *TBV* compris entre ces côtés a été déterminé de 50d 44′ 36″, on aura l'angle *BTV* de 69d 38′ 7″, dont le double eſt l'angle *BTH* de 139d 16′ 14″; on aura

aura donc l'angle TBH de 20d 21′ 53″, qui étant ajouté à l'angle DBT de 48d 9′ 27″ ½, donne l'angle DBH de 68d 31′ 20″ ½, mais l'angle DHB est de 41d 50′ 32″ ½, on aura donc l'angle BDH de 69d 38′ 7″, dont retranchant l'angle CBD ou CDB de 68d 48′ 30″ ½, reste l'angle CDH de 49′ 36″ ½. On fera presentement comme le sinus de l'angle BHD de 41d 50′ 32″, est au sinus de l'angle DBH de 68d 31′ 20″ ½; ainsi BD. 72298 est à HD qu'on trouvera de 100854, & dans le triangle CDH dont le côté CD est connu de 100000, le côté DH de 100854, & l'angle compris CDH est de 49′ 36″ ', on trouvera l'angle DHC de 59d 4′ 37″, dont retranchant l'angle DHI égal à l'angle CDH de 49′ 36″ ½, reste l'angle FHI de 58d 15′ 0″, distance de l'Apogée au lieu du Soleil dans la troisiéme Observation, qui étoit de 5s 6d 40′ 6″, on aura donc le vrai lieu de l'Apogée du Soleil de 3s 8d 25′ 6″. On trouvera aussi CH, moitié de l'excentricité de l'Orbe du Soleil de 1682 parties, dont le rayon est 100000.

Cette methode a beaucoup de rapport à la précedente, mais le calcul en est un peu plus long. On peut l'employer très-utilement pour trouver les Observations qui sont les plus favorables pour la recherche de l'Aphelie & du Perihelie des Planetes, parce que la détermination de ces lieux se faisant par l'intersection de deux cercles, il est certain que l'on trouvera plus de précision par les Observations faites dans les lieux où l'intersection de ces cercles est la moins oblique & la plus approchante de la perpendiculaire.

Hui-

Huitiéme Methode de déterminer l'Apogée & le Perigée du Soleil, ou l'Aphelie & le Perihelie des Planetes dans l'hypotheſe de Kepler *par trois ſeules Obſervations.*

Nous venons de donner la maniére de déterminer geometriquement dans l'hypotheſe elliptique ſimple, l'Aphelie & le Perihelie des Planetes par trois ſeules Obſervations faites en quelque endroit que ce ſoit de leurs Orbes.

Cette methode peut s'appliquer au Soleil, à la Lune & aux autres Planetes, dont l'excentricité eſt fort petite; mais l'on a remarqué que dans les Orbes des Planetes dont l'excentricité eſt conſiderable, telles que Mars & Mercure, les Equations qui reſultent de l'hypotheſe de *Kepler*, repreſentent plus parfaitement la difference entre leur vrai & leur moyen mouvement. Nous avons donc jugé qu'il ſeroit très-avantageux d'avoir une methode de déterminer, ſuivant cette hypotheſe, l'Aphelie & le Perihelie des Planetes, en ne ſuppoſant qu'un petit nombre d'Obſervations. Car comme on ne peut obſerver que rarement leur vrai lieu vû du centre du Soleil, par les raiſons que nous avons rapportées ci-deſſus, on ne peut pas par conſequent y employer la plûpart des methodes précedentes qui demandent un grand nombre d'Obſervations.

Comme dans l'hypotheſe de *Kepler* on ne peut pas calculer les vrais lieux des Planetes geometriquement, mais ſeulement par approximation, il ne faut pas non plus eſperer de

de pouvoir déterminer geometriquement, ſuivant cette hypotheſe, l'Aphelie & le Perihelie des Planetes, mais ſeulement par approximation, ce qui ſuffit pour cette recherche, pourvû que l'on puiſſe approcher à l'infini de la préciſion geometrique.

On conſiderera pour cela que la diſtance des Planetes au Soleil, lorſqu'elles ſont dans leur Aphelie & Perihelie, devant être toûjours la même, dans quelque hypotheſe que ce ſoit, leurs Orbes doivent avoir auſſi une même excentricité, & qu'ainſi l'Ellipſe qu'elles décrivent, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler* doit être la même que celle qu'elles parcourent ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple. Le vrai lieu des Planetes, ſuivant l'une & l'autre de ces deux hypotheſes, doit donc être ſur la même Ellipſe, mais diſtribué diverſement, parce que ſuivant *Kepler* la Planete parcourt des aires égales en temps égaux, au lieu que ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, le moyen mouvement ſe diſtribuë également autour d'un des foyers de l'Ellipſe, pendant que le vrai ou apparent ſe fait autour de l'autre foyer.

Les vrais lieux d'une Planete que l'on ſuppoſe ſe mouvoir, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, étant donc connus par trois Obſervations, il s'agit de trouver les lieux de la Planete qui y répondent ſuivant l'hypotheſe elliptique, parce que la ſituation des Planetes étant, ſuivant ces deux hypotheſes, ſur une même Ellipſe, dont les foyers & les axes ſont les mêmes; connoiſſant le lieu de l'Aphelie & du Perihelie d'une Planete ſuivant l'hypotheſe elliptique, on aura en même temps leur

leur ſituation, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*.

Pour les déterminer, ſoit † *ALBM* une Ellipſe qui repreſente par exemple de l'Orbe de Saturne, dont *C* ſoit le centre, & *S* l'un des foyers où eſt placé le Soleil, ſuivant les deux hypotheſes, enſorte que *SA* meſure la plus grande diſtance de Saturne au Soleil, & *SB* ſa plus petite diſtance. Soient les points *M*, *L*, *N*, les vrais lieux de Saturne en trois differents endroits de ſon Orbe, tels que les aires *MSL*, *LSN*, ſoient entr'elles, comme les tems que cette Planete a employés à parcourir les arcs *MAL*, *LGN*, c'eſt-à-dire que l'aire *MALS* ſoit à l'aire *LGNS*, comme le temps que la Planete a employé à parcourir l'arc *MAL* eſt au temps qu'elle a employé à décrire l'arc *LGN*. Nous avons enſeigné dans les Memoires de l'Academie de l'année 1719, une Methode abregée pour déterminer, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, la vraye diſtance *ASL* d'une Planete à ſon Aphelie, ſa diſtance moyenne *ACD* étant donnée, & il s'agit de trouver ici la diſtance moyenne qui répond à la veritable, ce que l'on fera en cette maniére.

L'excentricité *CS* étant connuë par rapport au rayon *AC*, & la ligne *GS* étant par la proprieté de l'Ellipſe, égale à ce rayon, on trouvera dans le triangle rectangle *GCS*, la valeur du côté *GC* par rapport au rayon *AC* ou *HC*. On fera enſuite comme *GC* eſt à *HC*, ou bien *LF* eſt à *IF*; ainſi la Tangente de l'angle *FSL*, diſtance veritable de Saturne à ſon Aphelie eſt à la Tangente de l'angle *ASI*. Maintenant dans le Triangle *CIS*, dont l'angle *ASI* vient d'être dé-

† Fig 3. ter-

terminé, l'excentricité CS & le rayon CI ſont connus; on fera comme CI eſt à CS, ainſi l'angle ASI ou CSI eſt à l'angle CIS, qui étant ajoûté à l'angle CSI, eſt égal à l'angle externe ACI. Menant la ligne DRO parallele au rayon CI qui rencontre l'axe AB en R, on aura l'angle ARD égal à l'angle ACI que l'on vient de déterminer. Retranchant de l'angle ARD, l'angle ODS que l'on a remarqué dans les Memoires de 1719, meſurer la difference entre la grandeur de l'arc DI, & celle de la ligne SE, & dont nous avons donné une Table à la fin de ces Memoires, on aura l'angle ASD, & dans le Triangle CDS dont l'angle ASD eſt connu de même que l'excentricité CSD & le rayon CD, on fera comme CD eſt à CS; ainſi le ſinus de l'angle ASD ou CSD eſt au ſinus de l'angle CDS, qui étant ajoûté à l'angle CSD, donne la valeur de l'angle ACD qui meſure la diſtance moyenne cherchée de Saturne à ſon Aphelie.

La diſtance moyenne de Saturne à ſon Aphelie étant connuë, on déterminera facilement ſon vrai lieu ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple, car la difference entre le vrai & le moyen mouvement d'une Planete étant ſuivant cette hypotheſe le double de l'Equation qui ſe fait au centre, il faut retrancher de l'angle ACD, diſtance moyenne de Saturne à ſon Aphelie, l'angle DCT double de l'angle CDS, & mener du point S, la ligne SP parallele à la ligne CT, l'angle ACT ou ASP qui lui eſt égal, meſurera la diſtance veritable de Saturne à ſon Aphelie,

&

& le point *P* marquera le vrai lieu de Saturne ſuivant l'hypotheſe elliptique.

Ayant ainſi déterminé ſur cette Ellipſe trois points, ſuivant cette hypotheſe, qui répondent aux trois lieux obſervés, on calculera geometriquement, par le moyen d'une des deux Methodes précedentes, le vrai lieu de l'Aphelie & l'excentricité de Saturne qui ſe trouveront differents de ceux que l'on a ſuppoſés en premier lieu de même que ſon excentricité.

On ſe ſervira de cet Aphelie & de cette excentricité pour calculer de nouveau les vrais lieux de Saturne ſuivant l'hypotheſe elliptique, & on employera ces vrais lieux pour trouver ſon Aphelie & ſon excentricité qui approcheront des veritables avec toute la préciſion que l'on peut ſouhaiter.

On peut recommencer ce calcul autant de fois que l'on ſouhaitera, & approcher ainſi à l'infini de la préciſion geometrique, mais cela eſt inutile dans cette recherche.

EXEMPLE.

Le vrai lieu de Saturne ayant été déterminé le 5 Mai 1690 de $7^s\ 15^d\ 33'\ 30''$, le 15 Juillet 1696 de $9^s\ 23^d\ 46'\ 0''$, & le 12 Octobre 1703 de $0^s\ 19^d\ 14'\ 20''$, on veut trouver, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, l'Aphelie de Saturne & ſon excentricité.

On employera d'abord l'Aphelie qui reſulte de l'hypotheſe elliptique qu'on a trouvé dans l'Exemple précedent de $8^s\ 28^d\ 39'\ 27''$, & l'excentricité qui a été déterminée de 56646 parties dont le rayon eſt 100000,

&

& on aura la distance de Saturne à son Aphelie dans la premiére Observation de $43^d\ 5'\ 57''$, dans la seconde de $25^d\ 6'\ 33''$ & dans la troisiéme de $110^d\ 34'\ 54''$. L'excentricité CS ayant aussi été déterminée de 56646 parties, dont le rayon est 1000000, on aura GC de 998395, & l'on fera comme GC 998395 est à HC 1000000. Ainsi la Tangente de l'angle ASL de $25^d\ 6'\ 33''$ est à la Tangente de l'angle ASI qu'on trouvera de $25^d\ 8'40''$; on fera ensuite comme CI, 1000000 est à CS, 56646; ainsi le sinus de l'angle ASI de $25^d\ 8'\ 40''$ est au sinus de l'angle CIS de $1^d\ 22'\ 45''$, qui étant ajoûté à l'angle ASI, donne l'angle ACI ou ARD de $26^d\ 31'\ 25''$. On cherchera dans la Table des Memoires de l'Academie de 1719 p. 204 la valeur de l'angle ODS qui répond à l'angle CIS de $1^d\ 22'\ 45''$, & on le trouvera d'une seconde, qui étant retranchée de l'angle ARD de $26^d\ 31'\ 25''$, donne l'angle ASD de $26^d\ 31'\ 24''$. On fera ensuite comme CD 1000000 est à CS 56646; ainsi le sinus de l'angle ASD de $26^d\ 31'\ 24''$ est au sinus de l'angle CDS de $1^d\ 26'\ 58''$, qui étant ajoûté à l'angle ASD, donne l'angle ACD qui mesure la distance moyenne de Saturne à son Aphelie dans la seconde Observation de $27^d\ 58'\ 22''$. Retranchant de cet angle, l'angle DCT de $2^d\ 53'\ 56''$ qui a été pris égal au double de l'angle CDS, on aura la distance ACT ou ASP de Saturne à son Aphelie dans l'hypothese elliptique de $25^d\ 4'\ 26''$, plus petite de $2'\ 7''$ que suivant l'hypothese de *Kepler*.

On trouvera par la même maniére la distance

tance de Saturne à ſon Aphelie dans la premiére Obſervation de 43d 3′ 16″, plus petite de 2′ 41″ que ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, & la diſtance de cette Planete à ſon Aphelie dans la troiſiéme Obſervation de 110d 36′ 53″, plus grande de 1′ 59″ que ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*.

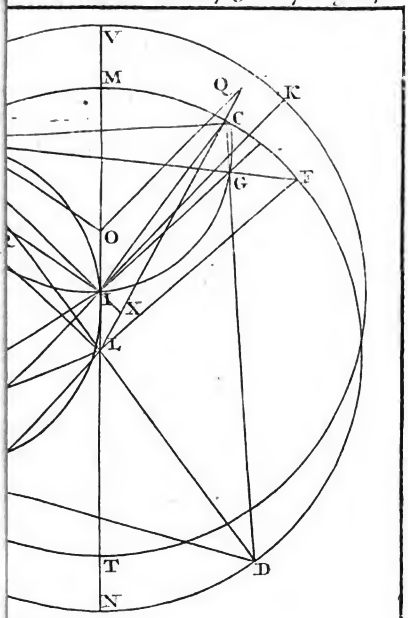
Les lieux de Saturne étant ainſi déterminés dans l'hypotheſe elliptique, on trouvera de la maniére qui a été enſeignée par la ſixiéme Methode, la diſtance veritable de Saturne à ſon Aphelie dans la ſeconde Obſervation, ſuivant l'hypotheſe elliptique, de 25d 42′ 26″, à laquelle ajoûtant 2′ 7″, difference entre le vrai lieu de la Planete ſuivant les deux hypotheſes, on aura la diſtance veritable de Saturne à ſon Aphelie, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, de 25d 44′ 33″, qui étant retranchés du vrai lieu de la Planete qui fut obſervé alors de 9s 23d 46′ 0″,, donne le vrai lieu de l'Aphelie de Saturne, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, de 8s 28d 1′ 27″, plus petit de 38 minutes que ſi le mouvement de cette Planete ſe fut fait ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple. On trouvera auſſi l'excentricité *CS* de 57173.

Le lieu de l'Aphelie de Saturne & ſon excentricité étant ainſi connus, on prendra la diſtance de cette Planete à ſon Aphelie, que l'on trouvera dans la premiére Obſervation de 42d 27′ 57″, dans la ſeconde de 25d 44′ 33″, & dans la troiſiéme de 111d 12′ 54″. On calculera enſuite, comme ci-devant, la diſtance de Saturne à ſon Aphelie dans l'hypotheſe elliptique, que l'on trouvera dans la premiére Obſervation de 42d 25′ 13″,

plus petite de 2′ 44″ que ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, dans la ſeconde Obſervation de 25d 42′ 21″, plus petite de 2′ 12″ que ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, & dans la troiſiéme Obſervation de 111d 14′ 57″ ½, plus grande de 2′ 3″ ½ que ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*; ce qui ne differe que de peu de ſecondes de ce qui a été déterminé par le premier calcul. On cherchera enſuite par la Methode précedente la diſtance de Saturne à ſon Aphelie, ſuivant l'hypotheſe elliptique que l'on trouvera dans la ſeconde Obſervation de 25d 44′ 40″, à laquelle ajoûtant 2′ 12″, difference entre le vrai lieu de la Planéte ſuivant les deux hypotheſes, on aura la diſtance veritable de Saturne à ſon Aphelie dans l'hypotheſe de *Kepler* de 25d 46′ 52″, qui étant retranchée du vrai lieu de la Planete, lequel étoit dans la ſeconde Obſervation de 9s 23d 46′ 0″, donne le vrai lieu de l'Aphelie de Saturne, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*, de 8s 27d 59′ 8″, plus petite de 2′ 19″ que par la comparaiſon précedente, & de 40 minutes 9 ſecondes que ſuivant l'hypotheſe elliptique ſimple. On trouvera auſſi l'excentricité de Saturne de 57181, un peu plus grande que par le calcul précedent.

L'on voit par cet Exemple, que la difference entre le lieu de l'Aphelie qui reſultoit de l'hypotheſe elliptique ſimple & de l'hypotheſe de *Kepler*, étoit par le premier calcul de 38 minutes, & que par le ſecond calcul on a trouvé ce lieu encore moins avancé de 2′ 19″, deſorte que ſi l'on recommence ce calcul, la difference entre le vrai lieu de l'Aphelie & du Perihelie, ſuivant l'hypotheſe de

Kepler



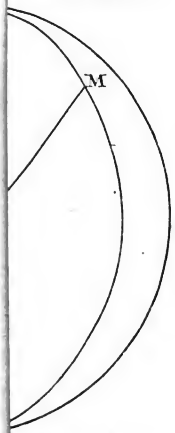
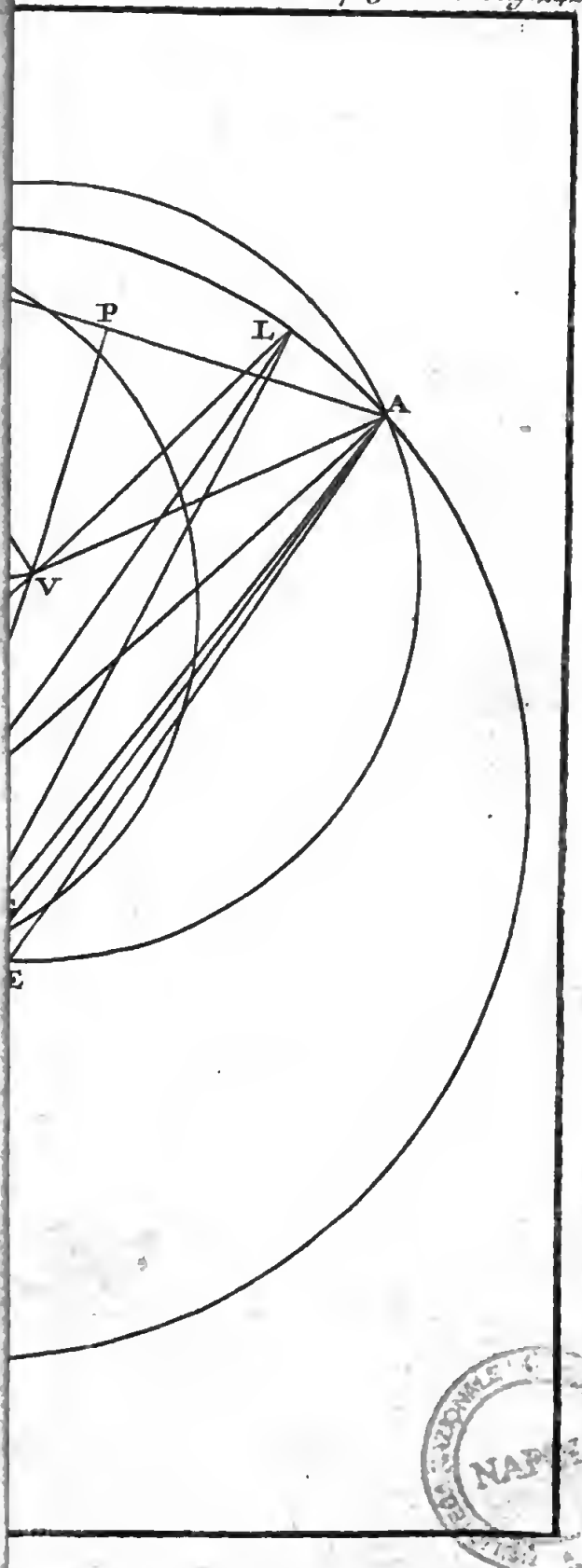


Fig. 3.

BIBLIOTECA NAZIONALE NAPOLI



Digitized by Google

Kepler & celui que l'on vient de déterminer, ne ſeroit que de quelques ſecondes, qui eſt une préciſion inutile dans cette recherche, puiſqu'on s'eſtimeroit fort heureux de pouvoir en être aſſuré à quelques minutes près.

Cette difference de 40 minutes dans le lieu de l'Aphelie & du Perihelie de Saturne, déterminé ſuivant les deux hypotheſes, doit varier ſuivant les diverſes ſituations de Saturne dans ſon Orbe, & on en doit trouver encore de plus grandes dans l'Orbe de Mars, & principalement dans celui de Mercure, dont l'excentricité eſt beaucoup plus grande que celle des autres Planetes, ce qui fait voir l'avantage que l'on peut retirer dans l'Aſtronomie, d'avoir une Methode exacte & facile à pratiquer pour trouver le lieu de l'Aphelie & du Perihelie des Planetes, ſuivant l'hypotheſe de *Kepler*.

ETABLISSEMENT D'UN NOUVEAU GENRE DE PLANTE, ſous le nom de RICINOCARPOS.

Par M. MARCHAND.

*LA methode que les Botaniſtes ont inventée dans le dernier ſiécle, pour établir les Genres des Planetes ſur leurs parties conſtantes & immuables, étant aujourd'hui

* 16 Juin 1723.

d'hui reçûë comme la base fondamentale de la Botanique, ne permet plus aux Phyſiciens de donner des noms aux Plantes que par rapport à la ſtructure de leurs fleurs & de leurs fruits; & ces habiles Hiſtoriens qui ont travaillé ſucceſſivement avec tant de progrès à une Science également utile & agréable, nous mettent en état, par leur methode, de juger ſous quel genre doit être rangée une Plante qui auroit été ci-devant inconnuë, en obſervant exactement les parties qui compoſent ſa fleur & ſon fruit; ce qui nous met auſſi à portée de reconnoître, ſi dans le nombre des Plantes que les Auteurs ont employées ſous un même genre, ces Plantes, dis-je, appartiennent veritablement au genre ſous lequel elles ont été rangées.

Mais comme il étoit aſſés difficile que ces mêmes Botaniſtes euſſent examiné d'après nature la quantité prodigieuſe de Plantes dont ils font mention, il a fallu qu'ils s'en ſoient rapportés aux deſcriptions peu circonſtanciées qui en ont été faites par les Hiſtoriens qui les ont précedé, ce qui quelquefois a pû contribuer à les faire tomber dans quelques erreurs contre leur methode même. Or comme la Plante qui fait le ſujet de ce Memoire, eſt du nombre de celles dont nous croyons que le caractere generique ne leur a pas été bien connu, nous rapporterons ici ſa deſcription amplement détaillée, en faiſant remarquer les parties eſſentielles qui la caracteriſent, & en quoi elle differe des genres où quelques Botaniſtes modernes l'ont employée.

La

La racine de cette Plante † *a*, ſe diviſe dès ſa naiſſance en trois ou quatre racines blanchâtres, de la groſſeur de cinq à ſix lignes, ſur environ ſept à huit pouces de longueur, ridées & gercées par anneaux à leur origine, leſquelles s'étendent lateralement, & jettent quantité de groſſes fibres ondées, un peu ſituées perpendiculairement, & ſubdiviſées en une infinité de plus petites fibres peu cheveluës qui gardent la même direction. La ſurface des groſſes racines eſt une écorce ſpongieuſe & charnuë, qui couvre un corps dur & preſque ligneux, ſans apparence de moëlle. Toutes ces racines nous ont paru avoir quelque legere odeur aromatique.

De la racine s'éleve immediatement une ſeule tige *b*, haute de deux pieds & demi ou davantage, ronde, ferme & ſolide, aſſés droite, un peu noüeuſe de deux en deux pouces, laquelle s'incline diagonalement de côté & d'autre de nœud en nœud, où elle produit une grande feuille, ſouvent accompagnée à ſon aiſſelle d'un bouquet d'autres plus petites feuilles, en maniére de rejetton ou branche. Cette tige eſt couverte d'une écorce de couleur verd-griſâtre, rayée de lignes plus blanches depuis ſa naiſſance juſques à un pied de haut, & elle eſt colorée de rouge-brun, & tantôt plus tantôt moins pointillée ou mouchetée de taches oblongues de couleur verd-rougeâtre dans le reſte de ſa hauteur. Sa baſe a environ un pouce de diametre, finiſſant tout-à-coup à quatre lignes de groſſeur. La ſurface de cette tige eſt

† *Planche I.*

eſt luiſante, compoſée d'une écorce de ſubſtance fibreuſe & ſpongieuſe, d'une ligne d'épaiſſeur, de couleur verdâtre, ſous laquelle on trouve un autre corps plus ſolide & preſque ligneux, blanchâtre, épais de deux à trois lignes, au milieu duquel on découvre une cavité remplie de moëlle fort blanche, peu compacte, & entrecoupée par des membranes feuilletées † *c*, *c*, *c*, de même couleur, poſées horiſontalement le long de la cavité de la tige. Chaque nœud de cette tige produit deux appendices *d*, *d*, contournées en demi-cercle, dont l'une ſe jette à droite & l'autre à gauche, & qui enſemble embraſſent la circonference de la tige, & ces appendices ſont garnies ſur leur ſurface exterieure de fibres roides *e*, *e*, *Fig. en grand*, quoi-que fines, douces au toucher, charnuës, viſqueuſes, plus ou moins branchuës à la maniére du bois de Cerf, inégalement longues, & de couleur rouge-brun. Toutes ces fibres rameuſes ſont terminées par un petit bouton charnu, teint de rouge jaunâtre, clair & tranſparent, à peu-près comme les boutons que l'on voit à l'extremité des cornes du Limaçon; ce qui nous a paru ſingulier, & que je ne ſai point qu'on ait encore obſervé ſur aucune autre Plante. Les plus grandes feuilles *f*, qui ornent la tige de cette Plante, ſont ſituées vers le milieu de ſa hauteur; leur couleur en general varie aſſés, tant en deſſus qu'en deſſous. Celles-ci ſont verd-foncé en deſſus, plus clair en deſſous. Celles qui naiſſent plus haut ſont verd-

† *Planche II.*

verd rougeâtre en deſſus moins en deſſous, & enfin celles qui occupent l'extremité de la tige, ainſi que celles qui naiſſent par bouquets le long de la même tige, ſont quelquefois des deux côtés de couleur rouge-brun, ou de couleur verd-glacé de rouge-brun, étant toutes generalement liſſes & luiſantes, tant en leur ſurface ſuperieure qu'inferieure. Les grandes feuilles ont ſept à huit pouces de diametre, ſur cinq à ſix pouces de longueur; elles ſont profondément découpées en cinq lobes, à la maniére des feuilles de la *Staphyſagre*, mais d'une ſubſtance plus molle, larges vers le milieu, & terminées tout-à-coup en pointe un peu inclinée en embas. Beaucoup d'autres plus petites de ces feuilles ſont ſeulement découpées en trois lobes, & chaque découpure eſt garnie dans le milieu d'une groſſe fibre nerveuſe, plus ou moins rougeâtre, d'où partent quantité de petites fibres qui ſe ſubdiviſent, & tapiſſent le parenchyme de la feuille, & toutes ces fibres en general ſont beaucoup plus apparentes en deſſous qu'en deſſus.

Le contour des découpures des feuilles eſt legerement & inégalement dentelé en dents de ſcie, & entiérement bordé d'appendices charnuës très-fines, peu ou point rameuſes, reſſemblant en quelque façon à de fort petites épines, terminées par un point ou bouton charnu de couleur rougeâtre. Toutes les feuilles ſont portées par des queuës de differente longueur, ſuivant la grandeur des feuilles. Ces queuës ſont peu ſillonnées à leur naiſſance, & preſque ron-

des en deſſus & en deſſous, garnies de bouquets d'appendices plus branchuës que celles qui bordent les découpures des feuilles, approchant davantage des bouquets qui ſont attachés aux appendices des nœuds de la tige, & ces bouquets-ci ſont ſitués régulièrement & alternativement le long de la ſurface ſuperieure de la queuë de la feuille ſur deux lignes preſque paralleles.

La tige de cette Plante ſe termine tout-à coup en deux ou trois petites branches droites, hautes de trois à quatre pouces, groſſes d'environ deux lignes, liſſes & luiſantes, de couleur rouge-brun, chacune terminée par quatre à cinq bouquets de fleurs, rangés alternativement, & qui par leur port & arrangement tiennent le milieu entre les fleurs en umbelle & les fleurs en épi.

Chaque bouquet porte huit à dix fleurs, chacune ſoutenuë par un pedicule fort court, terminé par un calice d'une piece *g*, *g*, charnu, découpé en cinq pointes aiguës, de couleur rouge-brun verdâtre, garnies par les bords d'appendices de la même ſubſtance que celles qui ſont ſur les autres parties de la Plante, mais ſimples & très-courtes, paroiſſant ſeulement comme des points aux bords des découpures du calice.

De ce calice ſort une fleur en roſe *b*, de trois à quatre lignes de diametre, compoſée de cinq petales *i* charnus, oblongs, terminés en pointe obtuſe, de couleur rouge-brun en dedans & en dehors, plus étroits à leur naiſſance, & garnis d'un onglet jaune-verdâtre. Le milieu de la fleur eſt occupé par une capſule *l* verd-blanchâtre, de

la

a groſſeur d'un pois, ſurmontée d'un piſtile *m* rougeâtre, diviſé en trois branches fourchües, terminées par de petites têtes jaunes. Cinq étamines *n* blanches, chargées de ſommets rouge-brun mêlé de jaune, ſortent de la baſe de chaque petale & environnent la capſule. La fleur étant paſſée, la capſule groſſit & devient un fruit cylindrique *o* triangulaire, arrondi par les coins, fort ſemblable à celui du *Ricinus*, & qui étant mûr, eſt environ de la groſſeur d'une noiſette, couvert d'une écorce ou envelope *p* brune en dehors, cartilagineuſe, gercée & griſâtre en dedans. Ce fruit étant parfaitement mûr & ſec, ſe diviſe en trois loges ou cavités *q*, dures & preſque ligneuſes, de couleur griſe-fauve, liſſes en dedans, leſquelles contiennent chacune une graine oblongue *r*, un peu applatie d'un côté, relevée & convexe de l'autre, couverte d'une écorce ſéche & cartilagineuſe, auſſi de couleur gris-fauve, mais très-legerement pointillée de taches brunes, & ces graines ont à une de leurs extremités un mammelon rouſſâtre en forme de petite tête *ſ*, cette écorce contient une amande fort blanche, dont elle ne ſe ſépare point. Au milieu du fruit eſt une membrane griſâtre triangulaire *t* fort mince, attachée par ſa baſe au pedicule de la fleur; laquelle membrane ſépare chaque loge, & c'eſt cette partie que M. *Tournefort* appelle *poinçon* ou *axe* dans le fruit du *Ricinus*. La graine de cette Plante produit d'abord deux feuilles diſſimilaires *u* ovales, ainſi que fait le *Ricinus*, puis une troiſiéme feuille ſemblable aux deux précedentes, à la reſerve qu'elle eſt un

peu plus grande, plus allongée & bordée d'appendices charnuës extremement fines, ainſi que les autres feuilles dont nous avons ci-devant parlé. Cette Plante eſt fort aqueuſe, & jette pluſieurs gouttes d'eau clair-limpide, toutes les fois qu'on en détache quelque feuille.

Les premiéres feuilles qui naiſſent au bas de la tige, ſe deſſechent & tombent ordinairement quand la Plante entre en fleur. Toutes les parties de cette Plante ont une ſaveur piquante, qui échauffe conſiderablement la bouche, mais particuliérement la graine.

Cette Plante nous eſt venuë de la *Guadeloupe* par graines.

Elle fleurit ici au mois d'Août, & veut être ſemée au printemps ſur couche, & quoique nous l'ayons bien expoſée au chaud, elle ne nous a point produit de bonnes graines juſques à preſent, & s'eſt toûjours deſſechée, & a peri à la fin de l'automne.

On ne ſait point qu'on faſſe uſage de cette Plante en Medecine, mais ſa ſaveur & la reſſemblance de ſon fruit avec celui du *Ricinus*, doivent faire croire qu'elle a la même qualité émetique que le *Ricinus*.

Par l'examen du caractere generique de la Plante dont nous venons de lire la deſcription à la Compagnie, il eſt évident qu'elle ne peut être rangée ſous le genre du *Ricinus*, qui ſuivant le raport des Botaniſtes modernes, porte des fleurs à étamines, ſéparées & éloignées du fruit ſur le même pied. Nous ne voyons pas non plus que nôtre Plante puiſſe être du genre du *Ricinoïdes*, parce

parce que le *Ricinoïdes*, ſuivant les mêmes Hiſtoriens, donne des fleurs polypetales, auxquelles le fruit ne ſuccede point, mais que le fruit naît ſéparément en d'autres endroits de la Plante, non pas comme ils le diſent, indépendemment des fleurs, mais au contraire, ainſi que l'a fort bien remarqué † M. *Niſſolle*, ayant obſervé ſur le *Ricinoïdes* de deux ſortes de fleurs, les unes polypetales qui ſont ſteriles, & les autres à étamines qui ſont fertiles, où veritablement naît le fruit. Or comme nôtre Plante porte une fleur à cinq petales, d'où le fruit ſort immediatement, & que par conſéquent elle eſt d'un caractere different de celui du *Ricinus*, & de celui du *Ricinoides*; nous conclurons donc, par les raiſons ſuſdites, que nôtre Plante doit faire un genre particulier, ce qui nous engage de la nommer *Ricinocarpos Americanus*, *floribus pentapetalis*, comme qui diroit, Plante de l'*Amerique*, qui a le fruit ſemblable à celui du *Ricinus* & la fleur à cinq petales, auquel effectivement le fruit de nôtre Plante a une très-grande reſſemblance, non ſeulement par ſa ſtructure, mais auſſi par les graines qu'il contient.

† *Memoires de l'Acad. Royale des Sciences, an. 1712. p. 441.*

EXPLICATION DES FIGURES qui repreſentent les differentes parties du Ricinocarpos.

PREMIERE PLANCHE.

La Plante réduite en petit.

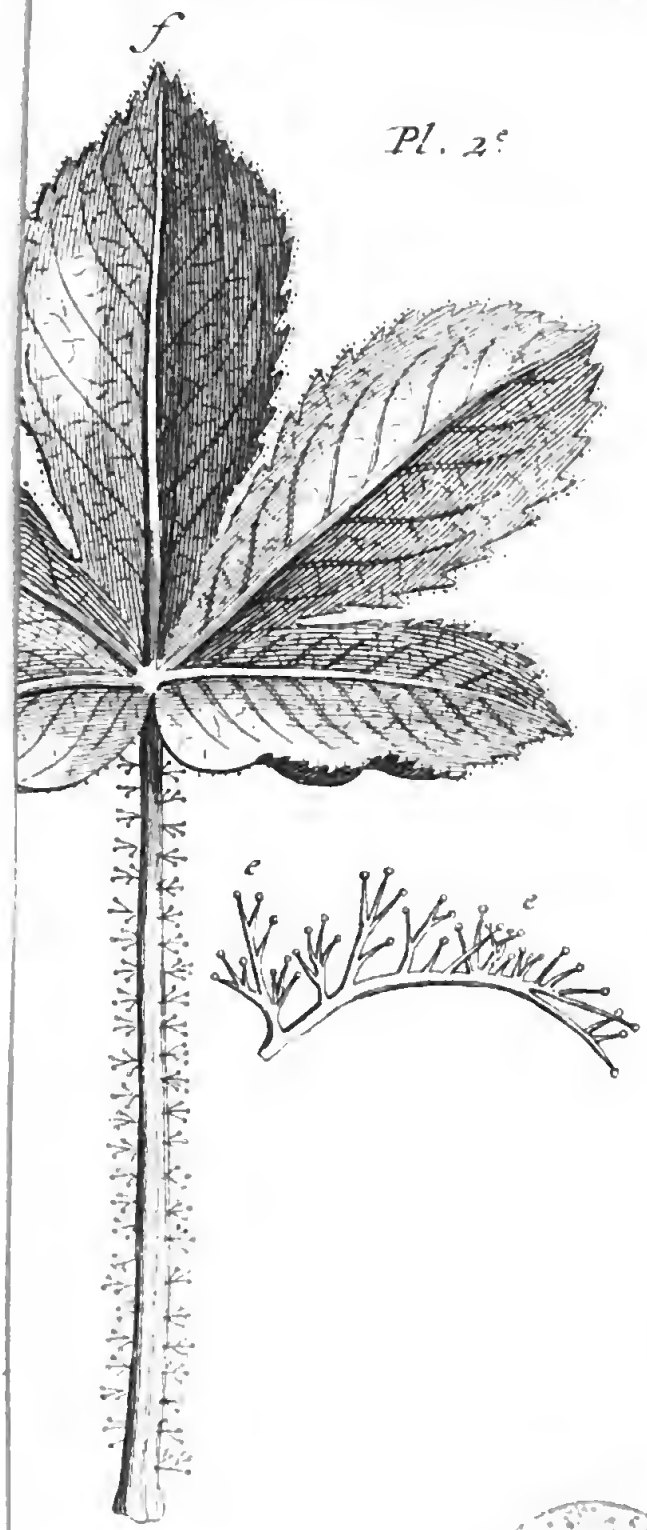
a, la racine.
b, la tige.
a, la germination avec ſes feuilles diſſimilaires, en petit.

SECONDE PLANCHE.

ccc, Membranes feuilletées.
dd, Appendices contournées en demi-cercle.
ee, Fibres rameuſes en grand, poſées ſur une appendice.
f, une des grandes feuilles au naturel.
gg, Calice de grandeur naturelle, & les Figures ſuivantes.
h, Fleur.
i, Petales.
l, Capſule.
m, Piſtile.
n, Etamines.
o, Fruit triangulaire.
p, Ecorce ou envelope du fruit.
q, Loge du fruit où eſt contenuë la graine.
r, Graine.
ſ, Mammelon de la graine.
t, Membrane triangulaire ſituée au milieu du fruit.

Ricinocarpos Americanus floribus Pentapetalis.

BIBLIOTECA PARAGUAYA



Pl. 2e

BIBLIOTECA

SECONDE SECTION DE LA SECONDE PARTIE DU CALCUL DES DIFFERENCES FINIES,

Où l'on traite des grandeurs exprimées par des fractions.

Par M. NICOLE.

† ON ſe propoſe de donner dans cette Section une Theorie generale des ſuites, dont chaque terme eſt exprimé par une fraction compoſée de tant de facteurs qu'on voudra, augmentant ſelon une loi quelconque.

PROPOSITION I.

Trouver la difference d'une grandeur algebrique fractionnaire, dont le dénominateur n'eſt compoſé que d'un facteur, quelle que ſoit l'augmentation qui doit arriver à ce facteur.

† 30 Juin. 1723.

Soit cette expreſſion algebrique $\frac{1}{z}$, dont on demande la difference, l'augmentation qui doit arriver à ce facteur étant n, $2n$, $3n$, $4n$, $5n$, $6n$, ou enfin m.

1.° Si l'augmentation eſt n, cette expreſſion deviendra $\frac{1}{z+n}$, la difference demandée eſt donc $\frac{1}{z} - \frac{1}{z+n}$, qui étant miſe à même dénomination, devient $\frac{1.n}{z.z+n}$.

2.° Si l'augmentation eſt $2n$, la difference demandée ſera $\frac{1}{z} - \frac{1}{z+2n} = \frac{2n}{z.z+2n}$. Si l'on multiplie le numerateur & le dénominateur de cette fraction par $z+n$, qui eſt le facteur qui manque au dénominateur, pour que tous ſes facteurs ſoient conſecutifs, on aura $\frac{2n.z+n}{z.z+n.z+2n}$, qui ſe réduit, en décompoſant, à $\frac{2.n}{z+n.z+2n} + \frac{2.nn}{z\ldots z+2n}$.

3.° Si l'augmentation eſt $3n$, la difference demandée ſera $\frac{1}{z} - \frac{1}{z+3n} = \frac{3n}{z.z+3n}$, & en multipliant par $z+n.\ z+2n$, qui ſont les facteurs qui manquent au dénominateur, pour que tous ſes facteurs ſoient conſécutifs, il viendra $\frac{3n.z+n.z+2n}{z\ldots z+3n}$, qui par

par la décompoſition ſe réduit à $\frac{3.n}{z+2n.z+3n}$ $+\frac{3n.2n}{z+n...z+3n}+\frac{3n.2n.n}{z...z+3n}$.

4.° Si l'augmentation eſt $4n$, on aura $\frac{1}{z}-\frac{1}{z+4n}$ pour la difference demandée, qui ſe réduit à $\frac{4n}{z.z+4n}=\frac{4n.z+n.z+2n.z+3n}{z.....z+4n}$ $=\frac{4n}{z+3n.z+4n}+\frac{4n.3n}{z+2n...z+4n}+$ $\frac{4n.3n.2n}{z+n...z+4n}+\frac{4n.3n.2n.n}{z...z+4n}$.

5.° Si l'augmentation eſt $5n$, on aura $\frac{5n}{z.z+5n}$ pour la difference cherchée, qui devient par la multiplication $\frac{5nz+n.z+2nz+3n.z+4n}{z.....z+5n}$, & ſe décompoſe en $\frac{5n}{z+4n.z+5n}+\frac{5n}{z+3n..z+5n}$ $+\frac{5n.4n.3n}{z+2n...z+5n}+\frac{5n.4n.3n.2n}{z+n..z+5n}+$ $\frac{5n.4n.3n.2n.n}{z...z+5n}$.

COROLLAIRE.

Il eſt donc évident que la difference cherchée eſt

$$\frac{1\,n}{z.\,z+n} \quad \ldots \text{ lorſque l'augmentation eſt } \ldots \ldots \ldots

Si l'on examine ces ſuites, on verra 1.° Qu'elles contiennent autant de termes que l'augmentation contient de fois n. 2.° Que les numerateurs de ces termes ſont compoſés des coëfficients de la puiſſance d'un binôme, laquelle puiſſance eſt indiquée par l'augmentation, en obſervant de retrancher le premier coëfficient de chacune de ces puiſſances. 3.° Que les coëfficients reſtants ſont chacun multipliés par le terme correſpondant de cette ſuite 1. n, 1. n. 2 n, 1. n. 2 n. 3 n, 1. n. 2 n. 3 n. 4 n, 1. n. 2 n. 3 n. 4 n. 5 n, &c. 4.° Que les dénominateurs de chacun de ces termes ſont tels, que le dernier terme a autant de facteurs z. $z+n$. $z+2n$. $z+3n$. $z+4n$, &c. plus un, que l'augmentation contient de fois n: que le penultiéme a tous les facteurs du dernier, excepté le premier facteur; que l'antepenultiéme a tous les facteurs du précedent, excepté le premier, & ainſi de ſuite.

D'où il ſuit que ſi l'on nomme m l'augmentation, on aura cette ſuite $\frac{m}{z+m-n.z+m}$

$$+\frac{m.m-n}{z+m-2n\ldots.z+m}+\frac{m.m-n.m-2n}{z+m-3n\ldots.z+m}$$

$$+\frac{m.m-n.m-2n.m-3n}{z+m-4n\ldots z+m}+\frac{m.m-n.m-2n\ m-3n.m-4n}{z+m-5n\ldots.z+m}$$

$+$ &c. $=\frac{1}{z}-\frac{1}{z+m}$ pour la difference d'une fraction dont le dénominateur n'eſt compoſé que d'un facteur, l'augmentation qui doit arriver à ce facteur étant m.

PRO-

PROPOSITION II.

Trouver la difference d'une fraction $\frac{1}{z.z+n}$, dont le dénominateur eſt compoſé de deux facteurs, l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur étant n, $2n$. $3n$. $4n$. $5n$. $6n$, ou enfin m.

1.° Si l'augmentation eſt n, cette expreſſion deviendra $\frac{1}{z+n.z+2n}$, la difference de l'une à l'autre eſt donc $\frac{1}{z.z+n}$ — $\frac{1}{z+n.z+2n}$, qui ſe réduit, en mettant à même dénomination, à $\frac{2n}{z..z+2n}$

2.° Si l'augmentation eſt $2n$, la difference demandée ſera $\frac{1}{z.z+n}$ — $\frac{1}{z+2n.z+3n.}$, qui étant mis à même dénomination, devient $\frac{z+2n.z+3n-z.z+n}{.z...z+3n}$, qui ſe réduit par la premiére ſection à $\frac{2.2n.z+n+n.2n}{z.....z+3n}$ $= \frac{4n}{z+n..z+3n} + \frac{6nn}{z...z+3n}$.

3.° Si l'augmentation eſt $3n$, l'expreſſion $\frac{1}{z.z+n}$ deviendra par cette augmentation $\frac{z+3n.z+4n}{1}$.

$\frac{1}{z+3n.z+4n}$, la difference de l'une à l'autre eſt donc $\frac{z+3n.z+4n-z.z+n}{z.z+n.z+3n.z+4n}$, qui ſe réduit par la premiere ſection à $\frac{2.3n.z+n+2n.3n.}{z.z+n.z+3n.z+4n}$

Si l'on multiplie le numerateur & le dénominateur de cette fraction par le facteur qui manque dans le dénominateur, pour que tous ſes facteurs ſoient conſecutifs, il viendra $\frac{2.3n\ z+n.\ z+2n+2n.\ 3n.\ z+2n.}{z.\ z+n\ldots.\ z+4n}$. Le premier terme du numerateur ſe réduit par la décompoſition à $\frac{2.3n}{z+2n..z+4n} + \frac{2.3n.2n}{z+n...z+4n} + \frac{2.3n.2n.n}{z...z+4n}$. Le ſecond terme ſe réduit auſſi à $\frac{2n.3n}{z+n...z+4n} + \frac{2n.3n.2n}{z...z+4n}$. La difference demandée eſt donc $\frac{6n}{z+2n...z+4n} + \frac{18n_2}{z+n...z+4n} + \frac{24n_3}{z....z+4n}$.

4.° Si l'augmentation eſt $4n$, l'expreſſion $\frac{1}{z.\ z+n}$ deviendra par cette augmentation $\frac{1}{z+4n.z+5n}$, la difference de ces deux quantités eſt donc $\frac{z+4n.z+5n-z.z+n}{z.z+n.z+4n.z+5n}$, qui ſe réduit par

par la premiére ſection à $\frac{2.4n.z+n+3n.4n}{z.z+nz+4n.z+5n}$, & en multipliant le numerateur & le dénominateur par les facteurs $z+2n$, $z+3n$ qui manque au dénominateur pour que tous ſes facteurs ſoient conſecutifs, il viendra $\frac{2.4n.z+n.z+2n.z+3n+3n.4n.z+2n.z+3n.}{z.1..z+5n}$

Le premier terme ſe réduit par la décompoſition à $\frac{2.4n}{z+3n.z+5n} + \frac{2.4n.3n}{z+2n..z+5n} + \frac{2.4n.3n.2n}{z+n...z+5n} + \frac{2.4n.3n.2n.n.}{z...z+5n}$ Le ſecond terme qui vaut $\frac{3n.4n.z+n.z+3n}{z...z+5n}$ (A) + $\frac{3n.4n.n.z+3n}{z.....z+5n}$ (B) ſe reduit de même à $\frac{3n.4n.}{z+2n...z+5n} + \frac{3n.4n.3n}{z+n...z+5n} + \frac{3n.4n.3n.n}{z..z+5n} = A$, $\frac{3n.4n.n}{z+n..z+5n} + \frac{3n.4n.n.3n}{z...z+5n} = B$. Si donc l'on raſſemble toutes ces parties, on aura $\frac{8n}{z+3n...z+5n} + \frac{36nn}{z+2n...z+5n} + \frac{96n3}{z+n...z+5n} + \frac{120n4}{z...z+5n}$.

5.° Si l'augmentation eſt $5n$, l'expreſſion $\frac{1}{z.z+n}$ deviendra par cette augmentation $\frac{1}{z+5n.z+6n}$.

$\frac{1}{z+5n.z+6n}$, la difference de l'une à l'autre eſt donc $\frac{z+5n.z+6n-z.z+n}{z.z+n.z+5n.z+6n}$, qui ſe réduit par la premiére ſection à $\frac{2.5n.z+n+4n.5n}{z.z+n.z+5n.z+6n}$, & en multipliant le numerateur & le dénominateur de cette fraction par $z+2n.$ $z+3n.$ $z+4n$, qui ſont les facteurs qui manquent au dénominateur pour qu'ils ſoient conſécutifs, on aura $\frac{2.5n.z+n.z+2n.z+3n.z+4n}{z.....z+6n}+$ $\frac{4n.5n.z+2n.z+3n.z+4n}{z....z+6n}$, en décompoſant le premier terme, il vient $\frac{2.5n}{z+4n...z+6n}+$ $\frac{2.5n.4n}{z+3n...z+6n}+\frac{2.5n.4n.3n}{z+2n...z+6n}+$ $\frac{2.5n.4n.3n.2n}{z+n...z+6n}+\frac{2.5n.4n.3n.2n.n}{z.....z+6n}$.

Le ſecond terme ſe reduit à $\frac{4n.5n.z+n+n.z+2n+n.z+4n}{z...z+6n}=$ $\frac{4n.5n.z+n.z+2n.z+4n}{z...z+6n}(A)+\frac{4n.5n.2n.z+n.z+4n}{z...z+6n}$ $(B)+\frac{4n.5n.2n.n.z+4n}{z...z+6n}$ (C) qui par la décompoſition, deviennent $\frac{4n.5n}{z+3n..z+6n}$

$$\frac{4n.\,5n}{z+3n\ldots z+6n}+\frac{4n.\,5n.\,4n}{z+2n\ldots z+6n}+\frac{4n.\,5n.\,4n.\,2n}{z+n\ldots z+6n}+$$

$$\frac{4n.\,5n.\,4n.\,2n.\,n}{z\ldots\ldots z+6n}=A.\qquad\frac{4n.\,5n.\,2n}{z+2n\ldots z+6n}$$

$$+\frac{4n.\,5n.\,2n.\,4n}{z+n\ldots\ldots z+6n}+\frac{4n.\,5n.\,2n.\,4n.\,n}{z\ldots z+6n}=B,$$

$$\frac{4n.\,5n.\,2nn}{z+n\ldots z+6n}+\frac{4n.\,5n.\,2nn\,4n}{z\ldots z+6n}=C.$$

Si l'on raſſemble toutes ces parties, on aura

$$\frac{10n}{z+4n\ldots z+6n}+\frac{60nn}{z+3n\ldots z+6n}+\frac{240n^3}{z+2n\ldots z+6n}$$

$$+\frac{600n_4}{z+n\ldots\ldots z+6n}+\frac{720n_5}{z\ldots z+6n}$$ pour la difference cherchée.

Co-

COROLLAIRE.

Il eſt donc évident que la difference cherchée eſt

$$\frac{1.2n}{z \ldots z+2n} \quad \text{lorſque l'augmentation eſt} \quad n.$$

$$\frac{2.2n}{z+n \ldots z+3n} + \frac{1.2.3.n^2}{z \ldots z+3n} \quad 2n.$$

$$\frac{3.2n}{z+2n.z+4n} + \frac{3.2.3.n^2}{z+n..z+4n} + \frac{1.2.3.4.n^3}{z \ldots z+4n} \quad 3n.$$

$$\frac{4.2n}{z+3n..z+5n} + \frac{6.2.3.n^2}{z+2n..z+5n} + \frac{4.2.3.4.n^3}{z+n...z+5n} + \frac{1.2.3.4.5.n^4}{z \ldots .z+5n} \quad 4n.$$

$$\frac{5.2n}{z+4n..z+6n} + \frac{10.2.3.n^2}{z+3n..z+6n} + \frac{10.2.3.4.n^3}{z+2n..z+6n} + \frac{5.2.3.4.5.n^4}{z+n...z+6n} + \frac{1.2.3.4.5.6.n^5}{z \ldots z+6n} \quad 5n.$$

&c.

Si

Si l'on examine tous ces termes & leurs coëfficients, leſquels ſont marqués par le premier chiffre de chaque terme, on verra que ces coëfficients ſont ceux des puiſſances d'un binôme, excepté le premier terme, c'eſt-à dire, par exemple que lorſque l'augmentation eſt $3n$, la difference cherchée eſt compoſée de trois termes, & que les premiers chiffres de chacun de ces trois termes ſont les coëfficients du binôme élevé au cube, & ainſi des autres.

D'où il ſuit que ſi l'on nomme m l'augmentation que chaque facteur doit recevoir, on aura cette ſuite

$$\frac{2.m}{z+m-n\,z+m.z+m-n} + \frac{m.m-n.3}{z+m-2n\ldots.z+m+n} + \frac{m.m-n.m-2n.4}{z+m-3n..z+m+n} + \frac{m.m-n.m-2n.m-3n.5.}{z+m-4n\ldots z+m+n} + \frac{m.m-n.m-2n.m-3n.m-4n.6}{z+m-5n\ldots z+m+n} + \frac{m.m-n.m-2n.m-3n.m-4n.m-5n.7}{z+m-6n\ldots z+m+n} + \&c. = \frac{1}{z.z+n} - \frac{1}{z+m.z+n+m}$$

pour la difference d'une fraction dont le dénominateur eſt compoſé de deux facteurs, leſquels doivent augmenter de la grandeur m.

Cette ſuite ſera compoſée d'autant de termes que la grandeur m contiendra de fois la grandeur n.

PRO-

PROPOSITION III.

Trouver la difference d'une grandeur algebrique fractionnaire, dont le dénominateur eſt compoſé de trois facteurs, quelle que ſoit l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur.

Soit cette expreſſion algebrique $\frac{1}{z.z+n.z+2n}$ dont on demande la difference, l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur étant $n.\ 2n.\ 3n.\ 4n.\ 5n.\ 6n$, ou enfin m.

1.° Si l'augmentation eſt n, cette expreſſion deviendra $\frac{1}{z+n.z+2n.z+3n}$, la difference de l'une à l'autre eſt donc $\frac{1}{z.z+n.z+2n.} - \frac{1}{z+n\ z+2n.z+3n} = \frac{3n}{z..z+3n}$.

2.° Si l'augmentation eſt $2n$, la difference demandée ſera $\frac{1}{z.z+n.z+2n} - \frac{1}{z+2n.z+3n\ z+4n} = \frac{z+3n\ z+4n - z.z+n}{z.....z+4n}$ qui ſe réduit par la premiére ſection à $\frac{2.3n\ z+n+2n\ 3n}{z.....z+4n}$, & en décompoſant à $\frac{2.3n}{z+n...z+4n.} + \frac{2.3n.n}{z...z+4n} + \frac{2n.3n}{z...z+4n} = \frac{6n}{z+n...z+4n} + \frac{12n_2}{z...z+4n}$.

3.° Si l'augmentation eſt $3n$, la difference demandée

mandée sera $\frac{1}{z.z+n.z+2n} - \frac{1}{z+3n.z+4n.z+5n} =$

$$\frac{z+3n.z+4n.z+5n-z.z+n.z+2n}{z\ldots z+5n} =$$

$$\frac{3n.z+n\ z+2n.+3.2n.3n,z+n+1.2n.3n.4n.}{z\ldots z+5n}$$

Le premier terme se réduit, en décomposant, à $\frac{3.3n}{z+2n\ldots z+5n} + \frac{3.3n.2n}{z+n\ldots z+5n}$ $+ \frac{3.3n\,2n.\,n}{z\ldots z+5n}$. Le second à $\frac{3.2n.3n}{z+n\ldots z+5n} + \frac{3.2n.3n.n}{z\ldots z+5n}$. La difference cherchée est donc $\frac{9n^2}{z+2n\ldots z+5n} +$ $\frac{36nz}{z+n\ldots z+5n} + \frac{60n3}{z\ldots z+5n}$.

4.° Si l'augmentation est $4n$, la difference demandée sera $\frac{1}{z.z+n.z+2n}$

$$\frac{1}{z+4n.z+5n.z+6n} =$$

$$\frac{8.4n.z+n.z+2n+3.3n.4n.z+n+3n.4n.5n.}{z.z+n.z+2n.z+4n.z+5n.z+6n}$$

Si l'on multiplie le numerateur & le dénominateur par $z+3n$, qui est le facteur qui manque au denominateur, pour que tous ses facteurs soient consecutifs, on aura

$$\frac{8.4n.z+n.z+2n.z+3n+3.3n.4n.z+n.z+3n}{z\ldots z+6n}$$

$$+3n.4n.5n.z+3n.$$

Le

Le premier terme se réduit par la décomposition à $\frac{3.4n}{z+3n.\,z+6n} + \frac{3.4n.3n}{z+2n..z+6n} + \frac{3.4n.3n.2n}{z+n..z+6n} + \frac{3.4n.3n.2n.n}{z...z+6n}$. Le second à $\frac{3.3n.4n}{z+2n..z+6n} + \frac{3.3n.4n.3n}{z+n...z+6n} + \frac{3.3n.4n.3n.n}{z.z+6n}$. Le troisiéme à $\frac{3.n.4n.5n}{z+n..z+6n} + \frac{3n.4n.5n.3n.}{z...z+6n}$. La difference cherchée est donc $\frac{12n}{z+3n..z+6n} + \frac{72n^2}{z+2n..z+6n} + \frac{240n^3}{z+n...z+6n} + \frac{360n4}{z..z+6n}$.

5.° Si l'augmentation est $5n$, la difference demandée sera $\frac{1}{z.\,z+n.\,z+2n} - \frac{1}{z+5n..z+6n.\,z+7n} = \frac{3.5n.z+n.z+2n+3.4n.5n.z+n+4n.5n.6n}{z\,z+n.\,z+2n.\,z+5n.\,z+6n.\,z+7n}$ & en multipliant le numerateur & le dénominateur par $z+3n.\,z+4n$, qui sont les facteurs qui manquent au dénominateur, pour que tous ses facteurs soient consécutifs, on aura

$$\frac{3.5n.z+n.z+2n.z+3n.z+4n+3.4n.5n.z+n.z+3n.z+4n+4n.5n.6n.z+3n.z+4n.}{z.....z+7n}$$

Le premier terme se réduit à $\frac{3.5n}{z+4n...z+7n}$

$+\frac{3.5n.4n}{z+3n\ldots z+7n}+\frac{3.5n.4n.3n}{z+2n\ldots z+7n}+\frac{3.5n.4n.3n.2n}{z+n\ldots z+7n}+\frac{3.5n.4n.3n.2n.n}{z\ldots z+7n}$. Le ſecond ſe reduit à $\frac{3.4n.5n.z+n.z+2n.z+4n}{z\ldots z+7n}$ (*A*) $+\frac{3.4n.5n.n.z+n.z+4n}{z\ldots z+7n}$ (*B*), dont la décompoſition donne $A=\frac{3.4n.5n}{z+3n\ldots z+7n}+\frac{3.4n.5n.4n}{z+2n\ldots z+3n}+\frac{3.4n.5n.4n.2n}{z+n\ldots z+7n}+\frac{3.4n.5n.4n.2n.n}{z\ldots z+7n}$, & $B=\frac{3.4n.5n.n}{z+2n\ldots z+7n}+\frac{3.4n.5n.n.4n}{z+n\ldots z+7n}+\frac{3.4n.5n.n.4n.n}{z\ldots z+7n}$. Le troiſiéme terme ſe réduit à $\frac{4n.5n.6n.z+n.z+4n}{z\ldots z+7n}$ (*C*) $+\frac{4n.5n.6n.2n.z+4n}{z\ldots z+7n}$ (*D*), dont la décompoſition donne $C=\frac{4n.5n.6n}{z+2n\ldots z+7n}+\frac{4n.5n.6n.4n}{z+n\ldots z+7n}+\frac{4n.5n.6n.4n.n}{z\ldots z+7n}$, & $D=\frac{4n.5n.6n.2n}{z+n\ldots z+7n}+\frac{4n.5n.6n.2n.4n}{z\ldots z+7n}$.

Si donc on raſſemble toutes ces parties, on aura $\frac{15n}{z+4n\ldots z+7n}+\frac{120n^2}{z+3n\ldots z+7n}+\frac{600n^3}{z+2n\ldots z+7n}+\frac{1800n^4}{z+n\ldots z+7n}+\frac{2520n^5}{z\ldots z+7n}$

pour

pour la difference cherchée.

6.° Si l'augmentation eſt $6n$, on trouvera en ſuivant la même methode

$$\frac{18n}{z+5n..z+8n} + \frac{180n^2}{z+4n..z+8n} + \frac{1200n^3}{z+3n..z+8n} + \frac{5400n^4}{z+2n..z+8n} + \frac{15120n^5}{z+n..z+8n} + \frac{20160n^6}{z..z+8n}$$ pour la difference demandée.

COROLLAIRE.

Il eſt donc évident que la difference d'une fraction dont le dénominateur eſt compoſé de trois facteurs eſt

$$\frac{1.3.n.}{z\ldots z+3n} \quad \ldots \text{ lorſque l'augmentation eſt } \ldots\ldots\ldots n.$$

$$\frac{2.3.n.}{z+n\ldots z+4n} + \frac{1.3.4.n^2}{z\ldots z+4n} \quad \ldots\ldots\ldots 2n.$$

$$\frac{3.3.n}{z+2n\ldots z+5n} + \frac{3.3.4.n2}{3+n\ldots z+5n} + \frac{1.3.4.5.n^3}{z\ldots z+5n} \quad \ldots\ldots\ldots 3n.$$

$$\frac{4.3.n}{z+3n\ldots z+6n} + \frac{6.3.4.n^2}{z+2n\ldots z+6n} + \frac{4.3.4.5.n3}{z+n\ldots z+6n} + \frac{1.3.4.5.6.n4}{z\ldots z+5n} \quad \ldots\ldots 4n.$$

$$\frac{5.3.n}{z+4n\ldots z+7n} + \frac{10.3.4.n2}{z+3n\ldots z+7n} + \frac{10.3.4.5.n3}{z+2n\ldots z+7n} + \frac{5.3.4.5.6.n4}{z+n\ldots z+7n} + \frac{1.3.4.5.6.7.n}{z\ldots z+7n} \ldots 5n.$$

&c.

Si l'on examine tous ces termes, & leurs coëfficients qui ſont repreſentés par le premier chiffre de chaque terme, on verra que la difference d'une fraction compoſée de trois facteurs, ſera compoſée d'autant de termes, que l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur contient de fois n, & que les coëfficients de ces termes ſont ceux du binôme élevé à une puiſſance égale à l'augmentation que doit recevoir chaque facteur, en obſervant de retrancher le premier coëfficient de cette puiſſance.

D'où il ſuit, que ſi l'on veut que l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur ſoit m, on aura cette ſuite

$$\frac{m.\ 3}{z+m-n.\ldots z+m+2n} + \frac{m.\ m-n.\ 3.\ 4}{2.z+m-2n\ldots z+m+2n} + \frac{m.\ m-n.\ m-2n.\ 4.\ 5}{2.\ z+m-3n.\ldots z+m+2n} + \frac{m.\ m-n.\ m-2n.\ m-3n.\ 5.\ 6}{2.\ z+m-4n\ldots z+m+2n} + \frac{m.\ m-n.\ m-2n.\ m-3n.\ m-4n\ 6.\ 7}{2.\ z+m-5n.\ldots z+m+2n} + \&c.$$

$$= \frac{1}{z.\ z+n.\ z+2n} - \frac{1}{z+m.z+n+m.z+n+m}$$

pour la difference cherchée.

Si l'on cherche par la même méthode, la difference d'une fraction, dont le dénominateur ſoit compoſé de quatre facteurs, & l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur ſoit m on trouvera cette ſuite

$$\frac{m.4}{z+m-n.\ldots z+m+3n}$$

$$\frac{m.4}{z+m-n\ldots z+m+3n}+\frac{m.m-n.4.5}{2.z+m-2n\ldots.z+m+3n}$$

$$+\frac{m.m-n.m-2n.4.5.6}{2.3.z+m-3n\ldots z+m+3n}+$$

$$\frac{m.m-n.m-2n.m-3n.5.6.7}{2.3.z+m-4n\ldots.z+m+3n}+$$

$$\frac{m.m-n.m-2n.m-3n.m-4n.6.7.8.}{2.3.z+m-5n\ldots.z+m+3n}+$$

$$\&c.=\frac{1}{z.z+n.z+2n.z+3n}-$$

$$\frac{1}{z+m.z+n+m.z+2n+m.z+3n+m}$$

Si l'on cherche la difference d'une fraction dont le dénominateur ſoit compoſé de cinq facteurs, l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur étant m, on trouvera cette ſuite

$$\frac{m.5}{z+m-n\ldots z+m+4n}+\frac{m.m-n.5.6.}{2.z+m-2n\ldots.z+m+4n}$$

$$+\frac{m.m-n.m-2n.5.6.7}{2.3.z+m-3n\ldots.z+m+4n}+$$

$$+\frac{m.m-n.m-2n.m-3n.5.6.7.8}{2.3.4.z+m-4n\ldots.z+m+4n}+$$

$$+\frac{m.m-n.m-2n.m-3n.m-4n.6.7.8.9}{2.3.4.z+m-4n\ldots.z+m+4n}+$$

$$+\frac{m.m-n.m-2n.m-3n.m-4n.m-5n.7.8.9.10}{2.3.4.z+m-6n\ldots.z+m+4n}+\&c.$$

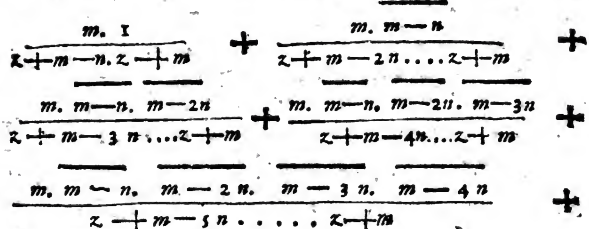
$$=\frac{1}{z.z+n.z+2n.z+3n.z+4n}-$$

$$\frac{1}{z+m.z+n+m.z+2n+m.z+3n+m.z+4n+m}$$

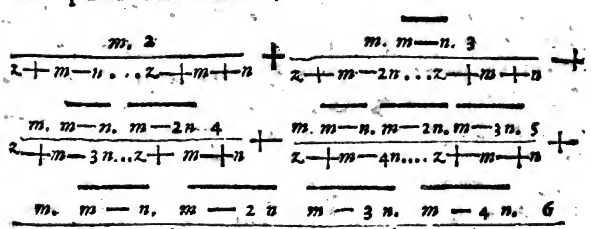
Co.

COROLLAIRE GENERAL.

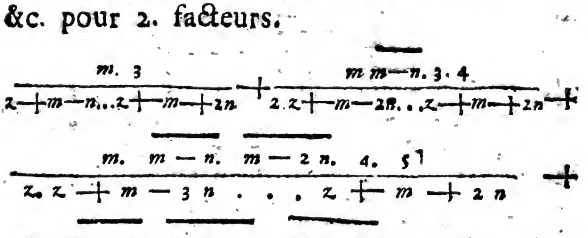
On aura donc ces ſuites, pour la difference d'une fraction compoſée de 1. 2. 3. 4. 5. &c. facteurs, l'augmentation étant m.



&c pour un facteur.



&c. pour 2. facteurs.



&c. pour 3. facteurs.

$$\frac{m.\,4}{2+m-n\ldots 2+m+3n}+\frac{m.\,m-n.\,4.\,5}{2.2+m-2n\ldots 2+m+3n}+$$

$$\frac{m.\,m-n.\,m-2.\,n.\,4.\,5.\,6}{2.\,4.\,2+m-3n\ldots 2+m+3n}+$$

$$\frac{m.\,m-n.\,m-2\,n.\,m-3\,n.\,5.\,6.\,7}{2.\,3.\,2+m-4n\ldots 2+m+3n}+$$

$$\frac{m.\,m-n.\,m-2\,n.\,m-3\,n.\,m-4n.\,6.\,7.\,8}{2.\,3.\,2+m-5n\ldots 2+m+3n}$$

&c. pour 4 facteurs.

$$\frac{m.\,5}{2+m-n\ldots 2+m+4n}+\frac{m.\,m-n.\,5.\,6}{2.2+m-2n\ldots 2+m+4n}+$$

$$\frac{m.\,m-n.\,m-2\,n.\,5.\,6.\,7}{2.\,3.\,2+m-3n\ldots 2+m+4n}+$$

$$\frac{m.\,m-n.\,m-2\,n.\,m-3\,n.\,5.\,6.\,7.\,8}{2.\,3.\,4.\,2+m-4n\ldots 2+m+4n}+$$

$$\frac{m.\,m-n.\,m-2\,n.\,m-3\,n.\,m-4\,n.\,6.\,7.\,8.\,9}{2.\,3.\,4.\,2+m-5n\ldots 2+m+4n}$$

&c. pour 5. facteurs.

La loi de ces ſuites eſt aiſée à appercevoir, 1.° elles ont toutes le même nombre de termes quel que ſoit le nombre des facteurs, pourvu que l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur ſoit la même, par exemple, ſi $m=4n$, le 5.e terme de toutes ces ſuites s'évanouït, auſſi bien que tous les termes qui le ſuivent.

2.° Les chiffres, qui dans chaque terme de ces ſuites, multiplient les quantités m.

$m=$

$m-n$. $m-2n$. &c. expriment les nombres figurés d'une bande horizontale du triangle arithmetique de M. *Paſchal*, laquelle bande eſt indiquée par le nombre des facteurs de la fraction dont on a pris la difference, c'eſt-à-dire que ſi la fraction eſt compoſée par exemple de trois facteurs, ces quantités ſeront les nombres figurés du troiſiéme ordre &c. dont on excepte le premier terme. De là il ſuit que ſi l'on nomme p le nombre des facteurs on aura cette ſuite pour la difference d'une fraction dont le nombre des facteurs eſt p.

$$\frac{m.\ p}{z+m-n.\ldots z+m+p-1.\ n} +$$

$$\frac{m.\ m-n.\ p.\ p+1}{1.\ 2.\ z+m-2n.\ldots z+m+p-1.\ n} +$$

$$\frac{m.\ m-n.\ m-2n.\ p.\ p+1.\ p+2}{1.\ 2.\ 3.\ z+m-3n.\ldots z+m+p-1.n} +$$

$$\frac{m.\ m-n\ m-2n.\ m-3n.p\ p+1.\ p+2.\ p+3}{1.2\ 3.4.z+m-4n.\ldots z+m+p-1.n} + \&c.$$

$$= \frac{1}{z+n\ \ldots\ z+p-1.\ n}$$

$$\frac{1}{z+m.\ z+m+n\ldots z+m+p-1.\ n}$$

COROLLAIRE II.

Il eſt donc évident par cette formule, que toute ſuite de fractions eſt ſommable dont les denominateurs ſont compoſés de facteurs qui augmentent arithmetiquement, & dont

chaque terme a un facteur de plus que le terme qui le precede, les numerateurs de ces fractions étant les nombres figurés du triangle arithmetique de M. *Paſcal*, multipliés chacun par le terme correſpondant de m, $m.\ m-n$, $m.\ m-n.\ m-2n$, &c.

COROLLAIRE III.

Si l'on ſuppoſe $m=n$, tous les termes de cette ſuite s'évanouïront excepté le premier terme, l'on aura alors $\frac{p.n}{z\ldots z+n+p-1.n}\,r$ ce qui eſt le cas du Memoire imprimé en 1717.

COROLLAIRE IV.

Si l'on ſuppoſe $n=0$, c'eſt-à-dire que la fraction dont on a pris la difference ſoit compoſée de tant de facteurs égaux qu'on voudra, la ſuite deviendra

$$\frac{p\,m}{z+m}+\frac{p.p+1\,m^2}{1.2.z+m}+\frac{p.p+1.p+2.m^3}{1.2.3.z+m}+\frac{p.p+1.p+2.p+3.m^4}{1.2.3.4\,z+m}+\&c.=\frac{1}{z}\cdot\frac{1}{p}$$

. D'où l'on voit qu'une ſuite infinie eſt ſommable, dont tous les termes ſont les produits de chaque terme d'une progreſſion geometrique, multipliez par chaque terme d'une ſuite de nombres figurés.

Exemple.

Exemple. Soit cette suite $\frac{4.a}{b+a^5} + \frac{10.a^2}{b+a^6} + \frac{20.a^3}{b+a^7} + \frac{35.a^4}{b+a^8}$ + &c. qui est formée par les termes d'une progression geometrique, dont le premier est $\frac{a}{b+a^5}$, & par les nombres figurés du 4.e ordre, la somme de cette suite sera $\frac{1}{b^4} - \frac{2}{b+a^4}$.

Si l'on substituë successivement dans la suite generale pour *p*. *m* & *z* les valeurs que l'on voudra, il naîtra une infinité de suites qui seront toutes sommables.

Voici une autre maniere de trouver les sommes de ces suites.

Soit $\frac{a}{1-a}$, si l'on fait la division à l'infini de cette expression, on aura $a + aa + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + a^8 +$ &c. jusques à l'infini

On pourra donc substituer $\frac{a}{1+a}$ pour une telle suite, & si l'on a cette autre. $a + 2aa + 3a^3 + 4a^4 + 5a^5 + 6a^6 + 7a^7 +$ &c. en la décomposant en

$$a + aa + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + \text{&c.} = \frac{a}{1-a}$$

$$+ aa + a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + \text{&c.} = \frac{aa}{1-a}$$

$$+ a^3 + a^4 + a^5 + a^6 + a^7 + \text{&c.} = \frac{a^3}{1-a}$$

$$+a^4+a^5+a^6+a^7+\&c. =$$

$$\frac{a^4}{1-a} \quad +a^5+a^6+a^7+\&c. =$$

$$\frac{a^5}{1-a} \quad +a^6+a^7+\&c. =$$

$$\frac{a^6}{1-a} \quad +a^7+\&c. =$$

$$\frac{a^7}{1-a}$$

il viendra

$$a+2aa+3a^3+4a^4+5a^5+6a^6+7a^7+\&c. =$$

$$\frac{1}{1-a} \times a+aa+a^3+a^4+a^5+a^6+a^7+\&c.$$

$$= \frac{a}{\frac{1-a}{2}}$$

Si l'on a cette autre ſuite

$$a+3aa+6a^3+10a^4+15a^5+21a^6+28a^7+\&c.$$

qui eſt compoſée des nombres figurés du 3.e ordre multipliés par une progreſſion geometrique, on la décompoſera en

$$a+2aa+3a^3+4a^4+5a^5+6a^6+7a^7+\&c. =$$

$$\frac{a}{\frac{1-a}{2}}$$

$$+aa+2a^3+3a^4+4a^5+5a^6+6a_7+\&c. =$$

$$\frac{aa}{\frac{1-a}{2}}$$

$$+a^3+2a^4+3a^5+4a^6+5a^7+\&c. =$$

$$\frac{a^3}{\frac{1-a}{2}}$$

$$+a^4$$

$$+a^4+2a^5+3a^6+4a^7+\&c. =$$

$$\frac{a_4}{1-a^2}$$

$$+a^5+2a^6+3a^7+\&c. =$$

$$\frac{a_5}{1-a^2}$$

$$+a^6+2a^7+\&c. =$$

$$\frac{a_6}{1-a^2}$$

$$+a^7+\&c. =$$

$$\frac{a_7}{1-a^2}$$

Donc

$$a+3a_2+6a^3+10a^4+15a^5+21a^6+28a_7+\&c. = \frac{1}{1-a^2}\times a+aa+a^3+a^4+a^5+a^6+\&c.$$

$$= \frac{a}{1-a^3}$$

Il eſt clair que dans les nombres figurés de tous les ordres, la même décompoſition aura lieu.

La ſuite $a+p.a^2+\frac{p.p+1}{1.2}.a^3+\frac{p.p+1.p+2}{1.2.3}.a^4+\frac{p.p+1.p+2.p+3}{1.2.3.4}.a^5+\frac{p.p+1.p+2.p+3.p+4}{1.2.3.4.5}.a^6+\&c.$

ſera donc égale à $\frac{a}{1-a^2}p.$

REMARQUE I.

Si l'on fait attention à la regle generale qui a été trouvée pour prendre la difference d'une fraction composée de tant de facteurs qu'on voudra, l'augmentation qui doit arriver à chaque facteur étant auſſi quelconque, on appercevra auſſi ce qu'il faut faire, une difference quelconque étant donnée pour retrouver la grandeur dont elle eſt la difference, ou s'il n'y a qu'une partie de cette difference de donnée, on découvrira ce qui manque à cette partie pour retrouver la grandeur dont elle eſt la difference, cette grandeur eſt l'integrale de la difference donnée.

REMARQUE II.

Les grandeurs m, n & p qui entrent dans la formule generale de la difference d'une fraction quelconque, étant toutes trois indeterminées, il eſt clair que ſi l'on determine l'une de ces trois grandeurs, ou deux quelconques, ou enfin toutes trois, & que l'on ſubſtituë dans la formule ces valeurs determinées, cette formule recevra autant de differens changemens que ces trois grandeurs peuvent recevoir de differentes valeurs, & que dans chaque état de cette formule elle exprimera la difference finie d'une expreſſion algebrique fractionnaire dont l'integrale finie ſera par conſequent cette fraction.

Appli-

Application du Corollaire general à la recherche des ſommes des ſuites.

EXEMPLE I.

Si l'on ſuppoſe dans la formule generale $m=4$ $n=2$ & $p=3$, elle ſe changera en $\frac{12}{z+2\ldots z+8}+\frac{48}{z\ldots z+8}$

Si l'on ſuppoſe de plus que z a ſucceſſivement les valeurs 1, 5, 9, 13, 17, 21, &c. ces deux termes ſeront les formules des deux ſuites

$$\frac{12}{3.5.7.9}+\frac{12}{7.9.11.13}+\frac{12}{11.13.15.17}+\frac{12}{15.17.19.21}+\text{ &c. }\frac{48}{1.3.5.7.9}+\frac{48}{5.7.9.11.13}+\frac{48}{9.11.13.15.17}+\frac{48}{13.15.17.19.21}+\text{&c.}$$

Pour avoir la ſomme de ces deux ſuites il ne faut donc que prendre l'integrale de cette formule $\frac{12}{z+2\ldots z+8}+\frac{48}{z\ldots z+8}$, cette integrale eſt $\frac{1}{z\,z+2.z+4}$, puiſque par la formule generale la difference de cette grandeur eſt $\frac{12}{z+2\ldots z+8}+\frac{48}{z\ldots z+8}$, la ſomme de ces deux ſuites priſes depuis les termes $\frac{12}{z+2\ldots z+8}+\frac{48}{z\ldots z+8}$, juſques à l'infini eſt donc $\frac{1}{z\,z+2.z+4}$ ce qui donne pour la ſomme entiere des deux ſuites $\frac{1}{1.3.5}$. Car alors $z=1$.

EXEM-

EXEMPLE II.

Si l'on suppose $m=4n$, $n=3$, & $p=5$, on aura $\frac{12.5}{z+9\ldots z+24}+\frac{12.9.10}{z+6\ldots z+24}+\frac{12.9.6.10}{z+3\ldots z+24}$ pour la difference qui convient à ces suppositions, & chaque terme de cette difference sera la formule d'une suite dans laquelle z a successivement les valeurs, 1. 13. 25. 37. 49. 61. &c. Ces suites seront donc

$$\frac{12.5}{10.13.16.19.22.25}+\frac{12.5}{22.25.28.31.34.37}+\frac{12.5}{34.37.40.43.46.49}+\&c.$$

$$\frac{12.9.10}{7.10.13.16.19.22.25}+\frac{12.9.10}{19.22.25.28.31.34.37}+\frac{12.9.10}{31.34.37.40.43.46.49}+\&c.$$

$$\frac{12.9.6.10}{4.7.10.13.16.19.22.25}+\frac{12.9.6.10}{16.19.22.25.28.31.34.37}+\frac{12.9.6.10}{28.31.34.37.40.43.46.49}+\&c.$$

dont l'integrale est $\frac{1}{z\,z+3.z+6.z+9.z+12}$ qui est la somme de ces trois suites, depuis le terme exprimé par $\frac{12.5}{z+9\ldots z+24}+\frac{12.9.10}{z+0\ldots z+24}+\frac{12.9.6.10}{z+3\ldots z+24}$ jusques à l'infini, ce qui donne pour la somme entiere des trois suites $\frac{1}{1.4.7.10.13}$, car alors $z=1$

Co-